

선형 Halbach 배열의 자기부상열차 제동시스템의 적용

장석명, 차상도, 이성호  
충남대학교

Linear Halbach array application of MagLev brake system

S. M. Jang, S. D. Cha, S. H. Lee.  
Chungnam National Uni.

**Abstract** - This paper deal with analysis linear Halbach array. For the theoretical analysis of linear Halbach array, each magnetic vector of permanent magnet is displyed by the Furiere series. A result of analytical method to calculate the magnetic flux density compared with a result of numerical method. when linear Halbach array moves above a conductivity material, a developed force between linear Halbach array and a closed loop is analyzed by the theoretical analysis.

1. 서 론

Halbach 배열의 기본 개념은 자화벡터 방향을 축에 따라 연속적으로 회전시켜 자화시키므로써, 필요한 형태의 자계 분포를 얻는 것이다. 그러나 자화벡터를 연속적으로 회전시키는 형태로의 자화 및 영구자석의 자극배치는 불가능하다. 따라서 이를 실제 전기기기에 응용하기 위해서는 그림 1과 같이 영구자석을 몇 개의 영구자석편으로 나누어 화살표 방향으로 자화를 시킨 다음 각각의 영구자석편을 일정한 회전자화벡터각도로 이루어질 수 있도록 조립을 하게 된다. 이와 같은 선형 Halbach 배열의 구조에서 위쪽 면에서는 자계가 거의 발생하지 않고 아래쪽 면에서는 강한 자계가 발생한다 [1][2]. 강한 자계가 발생하는 면을 도전체 위로 하고 Halbach 배열이 움직이면 와전류가 발생한다. 와전류와 Halbach 배열의 자계와 상호작용으로 발생하는 전자기력은 수직력과 수평력이 발생하는데, 그 방향에 따라 부상력과 제동력으로 응용할 수 있다.

자기부상 열차는 집축식 제동장치를 이용하여 감속할 수가 없다. 따라서 제동시 추진시스템에 역상을 인가 또는 DC전원을 인가하여 비집축식 제동력을 얻는다. DC 전자석을 이용한 와전류 제동장치는 일반 고속열차의 제동시스템으로 이용되기도 한다. DC 전자석 부분을 영구자석으로 대체하면 여자시스템의 간소화, 경량화 되는 이점이 있다.

본 논문에서는 해석적 방법에 의한 영구자석 선형 Halbach 배열의 자계 특성을 제시하고, 속도  $v$ 에 따라 발생하는 전자기력을 해석하고자 한다. 또한, 2차측 재질의 특성에 따라 발생하는 전자기력을 해석하고 선형 Halbach 배열을 이용한 와전류제동장치가 자기부상 열차의 제동시스템에 적용 타당성을 검토하고자 한다

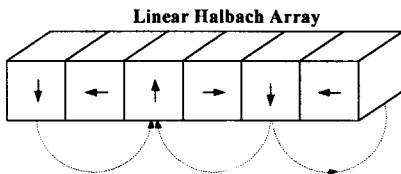


그림 1. 영구자석 선형 Halbach array

2. 본 론

2.1 선형 Halbach 배열의 자계 특성

그림 2는 선형 Halbach 배열의 특성해석을 위해 간략화한 것이다. 영구자석 직선배열로 이루어진 1차측은 수평성분  $x$ 방향  $M_{xm}$ , 수직성분  $y$ 방향  $M_{ym}$ 으로 하는 자화성분들을 무한 푸리에 급수로 표현할 수 있다. 각 방향의 자화벡터는 그림 3과 같이 공간적으로  $90^\circ$ 의 위상차를 갖는다.

영구자석을 포함하는 자계에서  $B, H, M$ 의 관계식은 식 (1)과 같다.

$$B = \mu_0 H + M \tag{1}$$

식 (1)을 벡터포텐셜  $A$ 를 변수로 하고 쿨롱 게이지 조건을 적용하면 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$-\nu_0 \nabla^2 A = J + \nu_0 (\nabla \times M) \tag{2}$$

식 (2)의 우변 첫째항은 강제 전류밀도를 나타내며 해석모델에서는 영이되고, 영구자석을 등가전류밀도로 표현된 것을 의미한다. 2차원 해석의 경우 자계  $H$ 는  $z$ 축 방향으로는 무관한  $xy$ 평면에 있으며, 벡터 포텐셜은  $z$ 방향 성분만 존재한다고 가정한다. Halbach 배열의 자화벡터를  $n$ 차 푸리에 급수로 나타내면, 식 (2)는 식 (3)과 같이 스칼라 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} A_{ym} = -[\nabla \times M_n]_y \tag{3}$$

$$\nabla \times M_n = -jk_n M_{ym} e^{-ik_n x} i_z \tag{4}$$

식 (4)를 식 (3)에 대입한 후 해를 구하면 식 (3)의 특수해와 일반해는 식 (5), 식 (6)과 같다.

$$A_{znp} = -\frac{j\mu_0}{k_n} M_{ym} \tag{5}$$

$$A_{znh} = \left( A_{zn}^b + \frac{j\mu_0}{k_n} M_{ym} \right) \frac{\sinh(k_n y)}{\sinh(k_n \Delta)} - \left( A_{zn}^c + \frac{j\mu_0}{k_n} M_{ym} \right) \frac{\sinh(k_n y - \Delta)}{\sinh(k_n \Delta)} \tag{6}$$

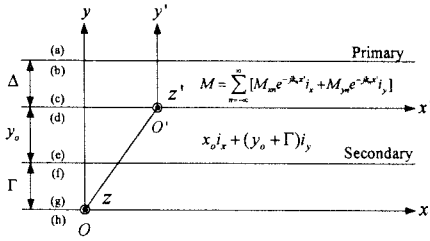


그림 2. 2차원 해석을 위한 개념도

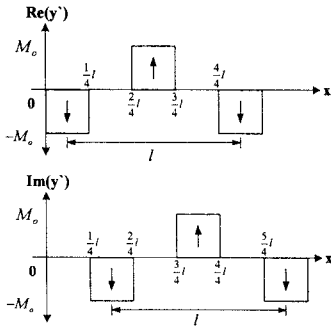


그림 3. 선형 Halbach 배열의 자화벡터 방향

그림 2에서 문자 (a)-(d)가 표시하는 부분의 경계조건을 적용하여 경계 (d)에서의 벡터포텐셜을 계산할 수 있다.

$$A_{yn}^d = \left( -\frac{\mu_0}{2\gamma_n} M_{zn} - \frac{j\mu_0}{2k_n} M_{xn} \right) (1 - e^{-\gamma_n d}) \quad (7)$$

$B = \nabla \times A$ 의 관계식을 이용하여 경계 (d)에서 자속 밀도를 계산할 수 있다.

$$B_{xn}^d = \left( -\frac{\mu_0}{2} M_{xn} - \frac{j\gamma_n \mu_0}{2k_n} M_{yn} \right) (1 - e^{-\gamma_n d}) \quad (8)$$

$$B_{yn}^d = \left( -\frac{j k_n \mu_0}{2\gamma_n} M_{xn} + \frac{\mu_0}{2} M_{yn} \right) (1 - e^{-\gamma_n d}) \quad (9)$$

식 (8)과 식 (9)에서의 자화벡터를 푸리에 급수로 나타내면 식 (10), 식 (11)과 같다.

$$\begin{aligned} M_{xn} &= \frac{1}{l} \int_0^l M_o e^{-jk_n x'} dx' \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{M_o}{2n\pi} (e^{-j3n\pi/2} - e^{-jn\pi} - e^{-jn\pi/2} + 1) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} M_{yn} &= \frac{1}{l} \int_0^l M_o e^{-jk_n x'} dx' \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} j \frac{M_o}{2n\pi} (-e^{-j2n\pi} + e^{-j3n\pi/2} + e^{-jn\pi} - e^{-jn\pi/2}) \end{aligned} \quad (11)$$

해석모델에 사용된 영구자석의 크기와 특성은 표 1과 같다.

표 1. 영구자석의 사양

영구 자석 1 편의 크기	가로	25 [mm]
	세로	25 [mm]
	높이	25 [mm]
$B_r$		10 [kG]
$H_c$		9800 [Oe]

그림 4는 위 해석과정을 통해 얻은 결과와 FEA에 의한 해석결과를 비교한 것이다.

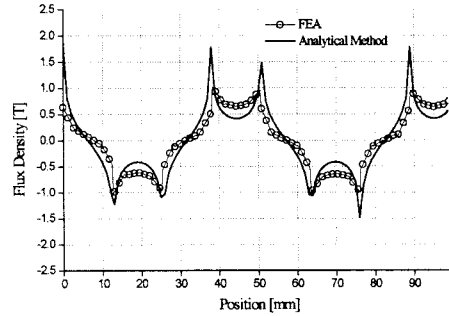


그림 4. 선형 Halbach 배열의 정특성

## 2.2 선형 Halbach 배열과 도전체 사이의 작용력 해석

그림 2에서 2차측은 도전을  $\sigma$ 를 갖는 도전체이다. 1차측 여자부분인 선형 Halbach 배열이  $x$ 방향으로  $v$ 의 속도로 이동할 때 이것을 식 (12)와 같이 정현적으로 나타낼 수 있다.

$$K_m(x, t) = k_m \sin \frac{\pi}{\tau} (x + vt) = \text{Re} [ k_m e^{jk(x+vt)} ] \quad (12)$$

여기서  $k_m$ 은 선형 Halbach 배열에 의한 등가자화전류밀도를 나타내고  $k = \frac{\pi}{\tau}$ ,  $\tau$ 는 극간격을 나타낸다. 이 동자계의 변화에 의해 발생된 와전류밀도는 식 (13)과 같고 이 식을 지배방정식에 대입하면 식 (14)와 같은 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$J = \sigma E = \sigma \left( -\frac{\partial A}{\partial t} \right) \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 A_3}{\partial x^2} + \frac{\partial A_3}{\partial y^2} = \mu \sigma \frac{\partial A_3}{\partial t} \quad (14)$$

또한, 1차측과 2차측 사이의 영역에서 미분방정식은 식 (15)와 같다.

$$\frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2} = 0 \quad (15)$$

여자 시스템이 식 (12)와 같이 표현되므로 벡터포텐셜  $A$ 도  $x, t$ 의 함수로 표현되고 따라서 식 (14)와 식 (15)의 해는 식 (16)의 형태를 갖는다.

$$A(x, y, t) = A(y) e^{j(x+vt)} \quad (16)$$

식 (16)을 식 (14)와 식 (15)에 각각 대입하고 경계조건을 적용하면 식 (17)과 같은 해를 얻을 수 있다.

$$M = \frac{\mu_o k_m}{2kD} \left[ \cosh(\lambda b) + \frac{\mu_o \lambda}{\mu} \frac{\lambda}{k} \sinh(\lambda b) \right] e^{-kb}$$

$$N = \frac{\mu_o k_m}{2kD} \left[ \cosh(\lambda b) - \frac{\mu_o \lambda}{\mu} \frac{\lambda}{k} \sinh(\lambda b) \right] e^{kb}$$

$$\text{여기서 } \lambda = \sqrt{k^2 + j\mu\sigma\omega k}$$

$$D = \cosh(\lambda b) \sinh k(a-b)$$

$$+ \frac{\mu_o \lambda}{\mu} \frac{\lambda}{k} \sinh(\lambda b) \cosh k(a-b)$$

으로 계산된다.

식 (18)을 이용해 공기 영역에서의 자속밀도  $x$  성분,  $y$  성분을 각각 계산할 수 있다.

$$B = \nabla \times A_2 = \frac{\partial A_2}{\partial y} a_x - \frac{\partial A_2}{\partial x} a_y \quad (18)$$

공기 영역에서 계산된 자속밀도값을 가지고 Maxwell Stress Tensor를 이용하여  $F_x$ 와  $F_y$ 를 구할 수 있다.

$$F_x = \int_S \left\{ \frac{1}{2\mu_o} (B_x^2 - B_y^2) \cos \theta + \frac{1}{\mu_o} B_x B_y \sin \theta \right\} ds \quad (19)$$

$$F_y = \int_S \left\{ \frac{1}{\mu_o} B_x B_y \cos \theta + \frac{1}{2\mu_o} (B_y^2 - B_x^2) \sin \theta \right\} ds \quad (20)$$

식 (19)와 식 (20)에서  $\theta$ 는 폐면  $S$ 의 단위 법선 벡터  $n$ 과  $x$ 축이 이루는 각도를 나타낸다.

위 계산식을 이용해 투자율과 도전율이 각각 1000,  $1.57 \times 10^7$ 인 2차축 재료와 선형 Halbach 배열과의 사이에 속도에 따라 발생하는 전자기력의 해석결과는 그림 5와 같다.

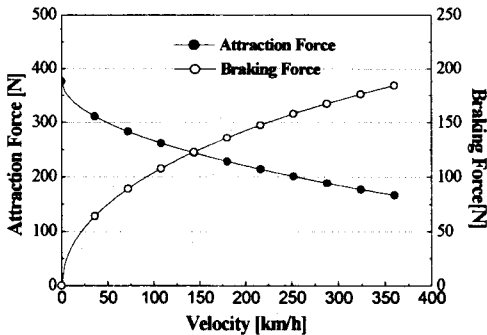


그림 5. 흡입력과 제동력 해석 결과

그림 6은 해석결과와 실험값과의 비교를 나타낸 것이다. 두 값의 차이는 해석을 용이하게 하기 위한 가정에 기인한다.

그림 7은 2차축 재질이 알루미늄과 같은 비자성재료일 때 도전율에 따라 발생하는 제동력의 특성을 계산한 결과를 나타낸 것이다. 도전율이 증가함에 따라 최고

힘이 발생하는 속도가 저속으로 이동됨을 알 수 있다.

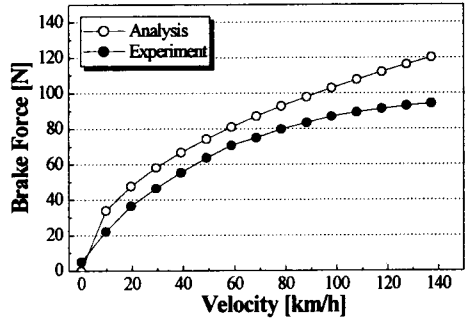


그림 6. 해석값과 실험값의 비교

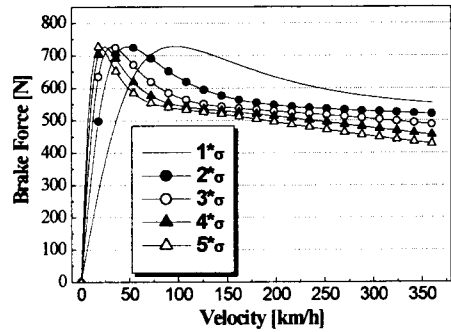


그림 7. 도전율에 따른 제동력 특성

### 3. 결 론

선형 Halbach 배열은 각 영구 자석의 자화벡터가 90° 씩 회전한 구조를 갖는다.  $x$ 축과  $y$ 축으로 정렬된 자화벡터를 Fourier 급수에 의해 표현하고 해석적인 방법으로 특성을 해석하였다. 해석된 결과로부터 영구 자석만을 사용해 한 쪽 방향으로 강한 자속밀도를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

이와 같은 특성을 갖는 선형 Halbach 배열이 도전체 위를 이동할 때 발생하는 전자기력의 특성을 해석하였다. 레일과 같은 종류의 2차축 도체에서 발생하는 힘을 계산하고 실험값과 비교하였다. 좀 더 정확한 해석값을 얻기 위해서는 3차원을 고려한 2차원 해석이 필요하고 표피효과를 고려한 작용력 해석이 요구된다.

#### (참 고 문 헌)

- [1] K. Halbach, "Design of Permanent Multipole Magneth Oriented Rare Earth Cobalt Material", Nuclear insts and Methods, 169, pp 1-10, 1980
- [2] David L. Trumper, Magnet arrays for synchronous hines, in Pro. IEEE IAS 28th Annu. Meet., pp. 9-18
- [3] J. A. Tegopoulos, "Eddy Currents in Linear Condu Media," ELSEVIER
- [4] Jiri Lammeraner and Milos Staff, "Eddy Currents. HIFFE BOOKS LTD., LONDON.