2001년도 대한전기학회/대한전자공학회 시스템및제어분야 합동 추계학술대회 논문집 (2001.11.24)

관절구동기와 바퀴를 가진 이동로봇에 대한 기구학 연구

류신형*, 이성렬*, 이기철**, 박민용*
*연세대학교 대학원 전기전자공학과 지능제어시스템연구실, **(주)OCST

A Study on the Kinematics of Mobile Robot with Joint-actuator

ShinHyung Ryu*, Sungryul Lee*, Kichul Lee**, Mignon Park*
*Yonsei Univ. Electrical & Electronic Eng. ICSLAB, **OCST Co.,LTD

Abstract - In this paper, the kinematic model and motion control of a joint-actuated mobile robot are analyzed

To take an efficent approach to the wheeled mobile robots, the relationship between wheel rotation and the contact point of the wheel is considered. It is shown that each addition of a joint to a mobile robot increases the degree of freedom(DOF) of mobile robot, and the way of joint attachment to a mobile robot is proposed. To get a solution of inverse kinematics of mobile robot, two types of approaches are proposed.

1. 서 론

본 논문에서는 다루려고하는 로봇의 모양은 아래와 같은 형태를 가진다.

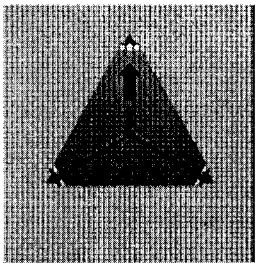

그림 1 이동로봇의 모양(위쪽)

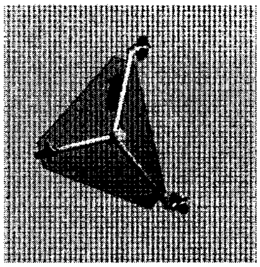

그림 2 이동로봇의 모양(측면)

보통의 이동로봇은 바퀴에 구동기를 달아서 바퀴를 회전시키는 구동력을 통해 이동한다. 그러나 위 로봇은 바퀴를 가졌지만 구동력을 관절을 통해 얻는 다는점에서 기존의 로봇과 다르다. 본 논문에서는 위와 관절로 구동력을 얻는 로봇의 기구학해석 문제를 다룬다. 해석은 크게 두 부분으로 나뉘어 지는데 첫번째 부분은 순기구학 문제이며 두번째는 역기구학 문제이다.

순기구학 해석의 첫번째 단계로서 이동로봇에서 관절의 추가가 어떤 효과가 있는지 알아본다. 두번째 단계에서는 적절히 관절이 추가된 이동로봇에 대한 소멸자를 구하여 운동방정식을 구한다

역기구학 해석에서는 이동로봇의 자유도와 관련하여 자유도가 충분하지 못한 이동로봇의 역기구학 문제를 어떻게 해결하는지에 대한 예를 다루고 특히 본 논문에서는 이것을 조향 기구학이라고 하였다.

2. 순기구학

2.1 바퀴 접촉점에서 일어나는 기하학적 현상

본 해석에서는 바퀴와 바닥을 적절한 코디네이트 차트로 만들고 해석하는 방법[1]을 사용한다. 코디네이트 차트는 2차원 공간상의 정의역의 요소를 3차원 공간상의 평면으로 대응하는 매핑 c와 그것의 정의역을 합친것이다.

$$(c, U) \qquad (2.1.1)$$

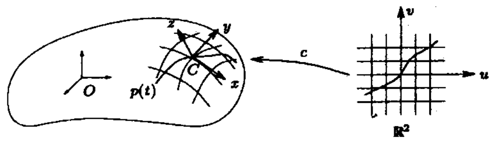

그림 3 3차원 공간에서 표면의 매핑

간단한 해석을 위해 단순한 바퀴와 평면바닥을 생각한다. 바퀴의 코디네이트 차트는 다음과 같다.

$$(c_f, U_F) \qquad c_f(\theta,\rho) = \begin{bmatrix} (R-\rho^2)\cos\theta \\ (R-\rho^2)\sin\theta \\ \rho \end{bmatrix} \qquad (2.1.2)$$

$$U_f = \{(\theta,\rho): -\pi < \theta < \pi\ ,\ \ -\sqrt{R} < \rho < \sqrt{R}\} \qquad (2.1.3)$$

바닥의 코디네이트 챠트는 다음과 같다.

$$(c_o, U_o) \qquad c_o(u,v) = [\,u \ \ v \ \ 0\,]^T \qquad (2.1.4)$$

$$U_o = \{(u,v): -\infty < u < \infty,\ -\infty < v < \infty\} \qquad (2.1.5)$$

코디네이트 챠트로 표현된 표면으로부터 기하학적인 특성을 파라미터화 하고 그것으로부터 바퀴와 바닥의 상호운동을 연구한 결과가 아래와 같다. 식(2.1.6)은 바퀴의 원점좌표계(F)에 대한 접촉점(c_f)의 속도를 구한것이다.

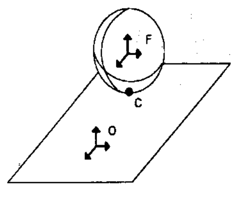

그림 4 바퀴와 바닥표면의 좌표설정

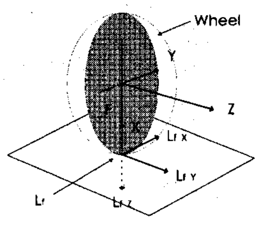

그림 5 바퀴와 접촉점의 좌표계

$$V^s_{fc_f} = Ad_{g_{fc_f}} V^b = Ad_{g_{fc_f}} \begin{bmatrix} R\theta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ R\theta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (2.1.6)$$

본 절의 결론은 제안된 바퀴의 모델에서 미끌어짐이 없는 순수회전이 일어날때 바퀴의 회전이 바퀴의 접촉점

에 대한 속도는 바퀴의 원점에 대해 Y방향의 선속도만 발생시킨다는 점이다. 식(2.1.6)은 무한대의 핏치(pitch)를 갖는 스크류다. 무한대의 핏치를 갖는 스크류 운동에서은 직선관절의 효과에 해당한다.

2.2 바퀴관절의 자코비안

순수회전조건은 바퀴의 접촉점의 선속도 성분을 제약하며 제약된 속도성분과 관절변수 사이의 관계를 알기위해서 바퀴의 접촉점의 위치에 대한 관절변수의 자코비안을 구해야한다. 특히 선속도 성분이 중요하다. 그러한 이유는 순수 회전에 의해서 발생하는 제약은 각속도 성분(w_x, w_y)을 구속하지 않고 선속도 성분($v_x=0$ $v_y=0$ 을 구속하는 조건으로 나타나기 때문이다.

관절로봇에서 잘 알려진 동차변환행렬인 D-H 표현을 사용하면 자코비안을 쉽게 구할 수 있다.

2.3 바퀴의 제약방정식

완전 회전 조건이란 두 개의 물체의 고정 좌표계에 대한 접촉점의 속도가 접촉면에 대한 좌표계에로 환산되었을 때 접평면위의 어떠한 상대적인 선속도 성분도 발생하지 않는 접촉조건이다. 또한 접촉을 유지하려면 접평면의 수직 방향성분의 속도도 발생하지 않기 때문에 전역좌표계에 대한 접촉점의 선속도의 접촉점에 대한 환산결과는 0이다. 앞절을 통해 구한 접촉점의 전역좌표계에서의 속도는 $J_v\dot{q}$ 이다. 이것을 접촉점의 좌표계로 변환하여 제약조건을 가한 것은 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ 0 \end{bmatrix} = A_0^{i-1}\begin{bmatrix} J_v\dot{q} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.1)$$

이것을 바퀴의 제약방정식이라고 한다. 이동로봇에는 1개이상의 바퀴가 부착된다. 각 바퀴에 대한 제약방정식을 구별하기 위해 각 바퀴에 번호를 붙이고 제약방정식에도 위첨자를 붙여 구분한다. j번째 바퀴에 대한 제약방정식에서 바퀴가 포함된 방향의 속도성분(v_y)에 대한 제약방정식을 P^j라하고 바퀴에 수직인 방향의 속도성분(v_z)에 대한 제약방정식을 C^j라고 한다. 또 j번째 바퀴에 대한 관절변수를 q^j라고 하자. 그러면 제약방정식은 식(2.3.2)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$q^j = [\,\alpha^j\ \beta^j\ \gamma^j\ \phi^j\,]^T \quad (2.3.2)$$

$$\begin{bmatrix} P^j \\ C^j \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} p_1^{j\,T} & 0 & 0 & p_2^{j\,T} \\ c_1^{j\,T} & 0 & c_2^{j\,T} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\alpha}^j \\ \dot{\beta}^j \\ \dot{\gamma}^j \\ \dot{\phi}^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3.3)$$

상태벡터에 대해 알아보자. 우선 상태 벡터(q^j)중에 α^j는 로봇의 움직임과 관련되어 중요하게 연관된 변수가 할당된다. α^j중에는 기본적으로 이동로봇의 평면에서의 위치벡터인 x, y, θ가 포함된다. x, y, θ는 바퀴의 현재위치에 관계없는 독립변수다.

$$x, y, \theta \in \alpha^j \quad (2.3.4)$$

만일 x, y, θ 이외의 관절변수가 α^j에 포함된다면 그 관절변수는 x, y, θ와 마찬가지로 바퀴의 움직임에서 완전히 분리될 수 있는 독립변수임을 의미하는 것이다. β^j는 바퀴의 조향과 직접 연관있는 관절변수다. γ^j는 바퀴가 속한 평면에 수직방향으로 영향을 주는 관절변수다. ϕ^j는 바퀴가 속한 평면에 평행한 방향으로 영향을 주는 관절변수다. 보통 ϕ^j와 연관된 $p_2^{j\,T}$는 바퀴의 상수 반지름항(R)을 반드시 포함한다.

2.4 로봇의 운동방정식과 자유도

각 바퀴의 제약방정식은 1개의 바퀴마다 바퀴의 평행한 방향성분과 수직인 방향성분 2개를 얻는다. 바퀴가 달린 이동로봇의 제약방정식이란 평면에 접촉한 바퀴의 제약방정식을 성분별로 모은 것이다. 평면에 접촉한 바퀴의 개수를 k개라고 하면 제약방정식은 아래와 같이 된다.

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha^1 \\ \cdot \\ \alpha^k \end{bmatrix},\ \beta = \begin{bmatrix} \beta^1 \\ \cdot \\ \beta^k \end{bmatrix},\ \gamma = \begin{bmatrix} \gamma^1 \\ \cdot \\ \gamma^k \end{bmatrix},\ \phi = \begin{bmatrix} \phi^1 \\ \cdot \\ \phi^k \end{bmatrix} \quad (2.4.1)$$

$$P_1^T = \begin{bmatrix} p_1^{1\,T} \\ \cdot \\ p_1^{j\,T} \end{bmatrix},\ P_2^T = \begin{bmatrix} p_2^{1\,T} \\ \cdot \\ p_2^{j\,T} \end{bmatrix},\ C_1^T = \begin{bmatrix} c_1^{1\,T} \\ \cdot \\ c_1^{j\,T} \end{bmatrix},\ C_2^T = \begin{bmatrix} c_2^{1\,T} \\ \cdot \\ c_2^{j\,T} \end{bmatrix} \quad (2.4.2)$$

이동로봇의 제약방정식은 식(2.4.3)과 같다.

$$\begin{bmatrix} P_1^T & 0 & 0 & P_2^T \\ C_1^T & 0 & C_2^T & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.3)$$

$$C_1^T\dot{\alpha} = 0 \quad (2.4.4)$$

제약식 식(2.4.4)를 소멸시키는 소멸자 Σ를 구했다면

$$\dot{\alpha} = \Sigma\eta_1 \quad (2.4.5)$$

최종적인 식(2.4.3)의 제약 여벡터를 소멸하는 소멸자는 다음과 같다.

$$S(q) = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & I \\ -[C_2^T]^{-1}C_1^T\Sigma & 0 \\ -[P_2^T]^{-1}P_1^T\Sigma & 0 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

이동로봇의 제약 여벡터($A^T(q)$)의 소멸자($S(q)$)가 구해지면 순시 운동 방정식은 아래와 같다.

$$A^T(q)\,\dot{q} = 0\ ,\ A^T(q)S(q) = 0 \quad (5.31)$$

$$\dot{q} = S(q)\eta \quad (5.32)$$

2.5 자유도

상태벡터 $\dot{\alpha}$는 로봇 좌표계에서 바라본 로봇 자세의 순시 운동에 해당하는 변수($\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{\theta}$)를 포함한다.

$$\dot{\alpha} \in N[C_1^T] \quad (2.5.1)$$

상태벡터 α가 $n\times1$차의 벡터라고 하자.

$$\alpha \in R^n \quad (2,5,2)$$

식(4.5)로부터 이동로봇이 평면을 따라 운동이 가능하려면 다음을 만족해야한다.

$$rank(C_1^T) < n \quad (2.5.3)$$

$rank(C_1^T) = n$이면 $\dot{\alpha} = 0$이 되고 α의 운동은 불가능하게 된다. 게다가 α에는 평면상에서 로봇의 위치를 기술하는 x, y, θ를 포함하므로 로봇이 평면상에서 움직이는 것도 불가능하게 된다. 결국 식(2.4.4)로 표현된 제약조건에 의해서 주어지는 여분포는 이동로봇의 순시 운동의 자유도에 제한을 가한다. 따라서 이동로봇 시스템의 특성을 분석하는 하나의 척도인 운동 자유도(Degree of mobility) δ_m의 개념을 도입하고 이를 다음과 같이 정의한다.[]

$$\delta_m = \dim N[C_1^T] = n - rank[C_1^T] \quad (2.5.4)$$

2.6 관절 추가의 의미

δ_m은 α의 운동이 가능한 자유도를 말한다. 바퀴의 개수를 늘이지 않으면서 로봇의 원점에서 바퀴 사이에 관절변수를 추가하면 어떤 효과가 있는지 알아보자.

제약방정식의 C_1^T의 행수는 바퀴의 갯수(j)와 같다.

추가된 관절변수를 포함하는 α의 차수를 n이라고 하자. 바퀴로 인한 제약의 수(j)가 n보다 큰 경우는 α의 운동이 일어나지 않으므로 $j<n$이다. 그러므로 $rank(C_1^T)\le j$이고 각 바퀴의 제약이 독립적인 경우에는 $rank(C_1^T)=j$이며 다음이 성립한다.

$$\delta_m = n - j \qquad (2.6.1)$$

즉 로봇과 바퀴의 접촉점 사이에 관절을 추가한다면 이동로봇의 자유도가 추가한 관절의 개수만큼 늘어나는 것을 알 수 있다. 만약 $rank(C_1^T)=n-1$이었다면 $\delta_m=1$이며 이것은 α운동이 단일한 방향으로 이루어짐을 의미한다. $\delta_m=2$라면 α는 R^2공간상의 임의의 방향으로 움직일 수 있음을 의미한다. 결과적으로 $\delta_m=3$이상이면 R^3공간의 모든 방향으로 움직일 수 있음을 의미하게 된다. 특히 $\delta_m=3$인 경우가 매우 중요한데 적절하게 R^3공간을 기술하는 영공간의 기저벡터를 선정하면 평면상에서 로봇의 위치를 기술하는 x, y, θ를 개별적으로 조절할 수 있기 때문이다. 이런 형태는 전방향 로봇이다. 전방향 로봇의 응용범위는 매우 높지만 전방향 로봇의 제작을 위해서 스웨디쉬 바퀴와 같은 특별한 구조를 갖는 바퀴로 설계하였다. 특별한 구조의 바퀴보다는 보통의 바퀴가 사용하기 쉽다. 본 절의 결과는 특별한 바퀴 구조를 사용하지 않고도 관절 구동기를 사용하면 전방향 로봇의 제작 가능성이 있다는 것을 나타내고 있다.

2.7 관절변수와 제약방정식

α에 추가되는 관절변수를 두어서 로봇의 자유도를 높이거나, β와 같이 독립적인 조향을 하려면 어떻게 해야 하는지 알아본다. 우선 회전관절을 살펴보겠다. 회전관절축이 바퀴에 평행한 방향과 바퀴에 수직인 방향에 놓일 수 있는 가능성은 그림 6에 보이는 4가지 경우이다.

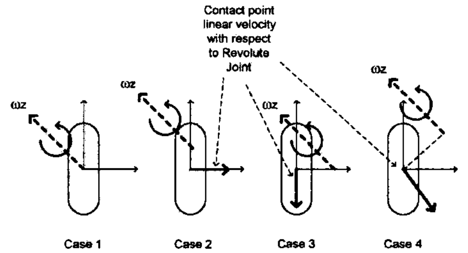

그림 6 회전관절과 바퀴가 놓일 수 있는 경우

경우 1에서처럼 바퀴의 접촉점의 중심을 통과할때, 회전관절의 움직임은 접촉점의 움직임의 회전을 유발하게 된다. 그리고 바퀴의 접촉점에서의 선속도 제약을 구속하지 않는다. 이러한 변수는 식(2.4.3)과 같은 제약방정식에서 β에 속하게 된다. 특히 이러한 변수를 순수 조향변수라고 부른다. 경우 4처럼 회전관절축이 바퀴의 수직한 직선이나 바퀴의 평행한 직선과 만나지 않을 때는 회전관절축의 영향은 접촉점의 수직, 수평한 방향의 선속도 성분에 모두 영향을 준다. 이러한 관절변수는 α에 속한다.

직선관절의 경우는 그림 7과 같다. 경우 3처럼 직선관절축이 바퀴에 평행한 직선과 수직한 직선에 서로 다른 점에서 교차될때는 회전관절축이 바퀴의 수직한 직선이나 바퀴의 평행한 직선과 만나지 않을때와 같다. 이러한 관절변수는 α에 속한다.

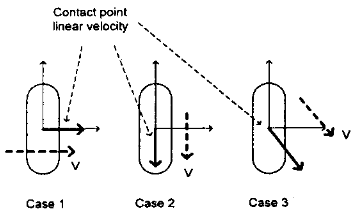

그림 7 직선관절과 바퀴가 놓일 수 있는 경우

3. 역기구학

3.1 일반적인 역기구학(자유도가 3보다 클때)

이동로봇의 역기구학이라고 함은 이동로봇의 속도방향 ($\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta}$)이 주어졌을 때, 이것을 성취하는 관절변수의 해라고 해야 할 것이다. 이것은 이동로봇의 자유도와 대단히 깊은 연관이 있다. 앞에서 이동로봇의 자유도란 δ_m이고 이것은 제약방정식 (2.4.4)에서 제약 여벡터의 영공간의 차수임을 말했다. $\dot{\alpha}$는 C_1^T의 영공간에 분포되고 따라서 영공간의 독립된 기저벡터의 수는 독립적으로 조절할 수 있는 상태변수의 개수를 의미한다. α에는 로봇의 전역좌표계에서 위치를 결정하는 중요한 상태변수인 x, y, θ가 포함되어 있기 때문에 기저벡터의 형태를 조절하여 x, y, θ를 직접 조작하도록 할 수 있다.

순서를 바꾸는 상수변환 행렬 M을 생각하자. 이 변환 행렬에 의해서 새로 정의 된 상태변수 $\tilde{\alpha}$의 맨 마지막 요소가 x, y, θ가 되게 한다.

$$\tilde{\alpha} = [\ldots\ldots\ x\ \ y\ \ \theta] \qquad (3.1.1)$$

변환 매핑과

$$\tilde{\alpha} = M\alpha\ ,\quad C_1^T M^{-1}\tilde{\alpha} = \widetilde{C_1^T}\,\tilde{\alpha} = 0\ ,\quad \widetilde{C_1^T} = [\,\Xi\ \ \xi\,] \qquad (3.1.2)$$

소멸자를 구하면 다음과 같다.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} -\Xi^{-1}\xi \\ I_{(n-j)\times(n-j)} \end{bmatrix} \qquad (3.1.3)$$

운동 방정식은 아래와 같다.

$$\tilde{\alpha} = \Sigma\eta \qquad (3.1.4)$$

소멸자의 마지막 $(n-j)\times(n-j)$ 요소는 Identity Matrix이다. 따라서 η에서 마지막 $\delta_m=(n-j)$의 입력은 마지막 상태를 독립적으로 제어할 수 있다. 만일 $\delta_m\ge 3$이라면 $\tilde{\alpha}$의 마지막 요소인 x, y, θ를 독립적으로 제어할 수 있게 되는 것이다. 따라서 운동 방정식 $\tilde{\alpha}=\Sigma\eta$가 그대로 속도 역기구학 문제를 푼 것이 된다. 그런데 만일 $\delta_m<3$ 이라면 완벽한 의미의 이동로봇의 속도 역기구학은 존재하지 않는다.

3.2 조향 기구학

$\delta_m<3$ 이라서 역기구학 문제를 풀 수 없다면 역기구학 문제를 축소하여 주어진 속도방향($\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta}$)을 성취하는 로봇의 상태는 있겠느냐 하는 문제를 풀어보도록 하자. 이 문제는 식(3.2.1) 방정식에서 q를 결정하는 것이다. 이 방정식의 해는 풀기 힘들다. 우선 η를 적절히 선정해야 하고(상수로 결정했다고 가정해도), $S(q)$의 방정식이 상태에 대한 조작가능성이 있는지 확인해야하며, 조작가능성이 있다고 해도 비선형 부정 방정식을 푸는 문제는 여전히 힘들다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x^T(q) \\ S_y^T(q) \\ S_\theta^T(q) \end{bmatrix} \eta \qquad (3.2.1)$$

그러나 확실한 것은 위의 방정식의 해는 x, y, ϕ를 결정하지 않는다는 것이다. 만일 위의 방정식에서 x, y, ϕ의 해가 존재한다면 그것은 특정한 속도방향을 내기 위해서 로봇이 특정 위치에 있어야 하거나 또는 로봇의 바퀴가 특정 회전위치에 있어야 함을 의미하는 것이다. 이동로봇은 평면상의 자유공간을 이동하므로 이러한 제약은 올바른 것이 아니다.

직접 $S(q)$를 풀기는 힘드므로 다른 방법으로 주어진 속도방향($\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta}$)을 성취하는 로봇의 상태를 결정하는 문제를 풀어보겠다. 이 방법의 주된 아이디어는 바퀴는 미끌어지지 않고 구르기 때문에 미소 시간내에 바퀴의 접촉점의 선속도 성분의 방향은 바퀴의 조향각에 의해 유일하게 결정된다는 사실로부터 출발한 것이다.

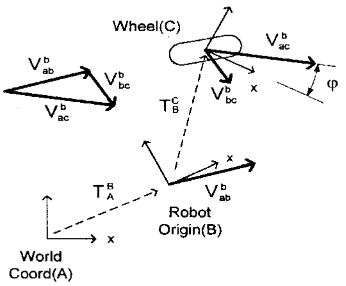

그림 8 전역좌표계, 로봇 좌표계, 바퀴 좌표의 설정

좌표계를 설정한다. 전역좌표계에는 A, 로봇의 중심에는 B, 바퀴의 접촉점에 C이다. T_A^B는 B의 좌표를 A좌표계로 변환하는 변환행렬이고 T_B^C는 C의 좌표를 B좌표계로 변환하는 변환행렬이다. 로봇을 평면에서 다룬다고 생각하므로 평면상의 변환행렬로서 T_A^B, T_B^C는 다음과 같은 형태를 가진다고 하겠다. 주의 할 것은 T_B^C을 기술할 때 바퀴의 조향각은 제외한다.

$$T_A^B = \begin{bmatrix} R_A^B & p_A^B \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & x \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (3.2.2)$$

$$T_B^C = \begin{bmatrix} R_B^C & p_B^C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\lambda & -\sin\lambda & 0 & u \\ \sin\lambda & \cos\lambda & 0 & v \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (3.2.3)$$

V_{ab}^b의 전역좌표계에서의 로봇원점의 속도를 로봇원점에 대해서 환산한 것이다. 이것은 제어를 위해서 주어지는 값이다. 주의할 것은 주어지는 값이 전역좌표계에서 주어지는 로봇의 속도가 아니라는 점이다. 로봇의 현재 좌표에서 주어지는 로봇의 속도이다. 6×1의 트위스트로 표현한다. V_{bc}^b는 조향각을 제외한 다른 관절변수로 주어진 로봇원점에서 본 접촉점의 자코비안을 접촉점의 좌표로 환산한 것이다. V_{bc}^b의 표현에서는 관절변수의 작용이 표현된다.

$$V_{ab}^b = [\,\dot{x}_B \;\; \dot{y}_B \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; \dot{\theta}_B\,]^T \qquad (3.2.4)$$

$$\widehat{V_{bc}^b} = [T_B^C]^{-1}\dot{T}_B^C = \begin{bmatrix} \widehat{w_{bc}} & v_{bc} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad V_{bc}^b = \begin{bmatrix} v_{bc} \\ w_{bc} \end{bmatrix} \qquad (3.2.5)$$

그러면 접촉점의 속도(V_{ac}^b)는 두 속도의 합으로 구할 수 있다. 문제는 속도를 더하려면 좌표계를 일치시켜야 한다는 점이다. 이를 위하여 V_{ab}^b를 C좌표계로 환산하기 위한 변환을 도입한다.

$$\widehat{p_B^C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & v \\ 0 & 0 & -u \\ -v & u & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.2.6)$$

$$Ad_{gbc} = \begin{bmatrix} R_B^C & \widehat{p_B^C} \\ 0 & R_B^C \end{bmatrix} \quad Ad_{gbc}^{-1} = \begin{bmatrix} R_B^{C\,T} & -R_B^{C\,T}\widehat{p_B^C} \\ 0 & R_B^{C\,T} \end{bmatrix} \qquad (3.2.7)$$

$$V_{ac}^b = Ad_{gbc}^{-1}V_{ab}^b + V_{bc}^b = [\,vx_{ac} \;\; vy_{ac} \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; wz_{ac}\,]^T \qquad (3.2.8)$$

V_{ac}^b의 의미는 전역좌표계에서 본 접촉점의 속도를 접촉점의 좌표계로 환산한 것이다. 그러면 해당하는 바퀴의 조향관절은 바퀴가 해당하는 선속도 성분을 만들어 낼 수 있도록 조향되어야 하므로 다음과 같이 계산된다.

$$\varphi = \arctan 2(vy_{ac}, vx_{ac}) \qquad (3.2.9)$$

4. 특이점 문제

특정 조향각에서는 이동로봇이 움직일수 없는데 이러한 점을 특이점이라고 한다.

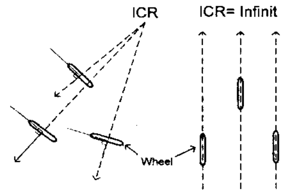

그림 9 순시회전중심

보통의 이동로봇은 회전을 할때 순시회전중심 (Instantaneous center of rotation:ICR)을 기준으로 같은 각속도로 회전한다. 그러므로 바퀴는 순시회전중심의 동심원상에 놓인다. 같은 각속도로 순시회전중심을 도는 강체의 거리는 시간에 따라 변할 수 없다. 따라서 보통의 이동로봇의 특이점은 모든 바퀴의 조향결과가 공통된 순시회전중심이 있을 때다. 그러나 관절로 구동하여 바퀴를 지쳐서 이동하는 이동로봇의 경우에는 모든 바퀴의 조향결과가 공통된 순시회전중심이 있을 때 관절을 움직일 수 없으며 따라서 로봇이 관절의 구동력을 사용해서 움직일수 없다.

5. 참고문헌

[1] R. M. Murray, Z. Li and S. S. Sastry, *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, CRC Press, 1994

[2] B. Thuilot, B. d'Andrea-Novel, and A. Micaelli, "Modelling and feedback control of mobile robots equipped with several steering wheels," IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 12, No. 3, pp. 375-390, June, 1996.

[3] Yilin Zhao and Spencer L. BeMent, "Kinematics, dynamics and control of wheeled mobile robots," Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Nice France, May 1992.