

IIR 가변대역폭 필터의 설계 및 응용에 관한 연구

송민, 백승은, 최진명, 변증남*, 이희영
 전남대학교 전자공학과

* 한국과학기술원 전기 및 전자공학과

TEL: 062-530-0132, FAX: 062-530-1759

The Design and Application of IIR Variable Bandwidth Filter

Min Song, Seung Eun Baek, Jinmyung Choe, Zeungnam Bien*, Heyoung Lee
 Dept. of EE., Chonnam National University

* Dept. of EE., Korea Advanced Institute of Science Technology

E-mail : u00206041@chonnam.ac.kr, se100@moiza.chonnam.ac.kr

zbien@ee.kaist.ac.kr, leehy@chonnam.ac.kr

Abstract - In this paper, a VBF(variable bandwidth filter) is suggested and analyzed in time-frequency domain. There are four kinds of VBF, which are low-pass VBF, high-pass VBF, band-pass VBF and band-stop VBF. The proposed VBF can extract the components of signals within variable instantaneous bandwidth at a specific time instant. Instantaneous bandwidth is estimated in time-frequency domain. The VBF is represented by rational form in extended Fourier frequency domain.

1. 서론

자연계에서 얻어지는 대부분 신호의 스펙트럼은 시간에 따라 변한다. 예를 들어, 심전도, 근전도, 뇌파 또는 음성신호 등과 같은 생체신호는 순시 대역폭과 순시 주파수가 시간에 따라 변한다[2]. 많은 경우에 생체신호는 매우 미약하며 여러 종류의 잡음을 내포하고 있다. 생체 신호에는 보통 전원잡음, 전극의 접촉잡음, 움직임에 의한 잡음, 다른 생체신호에 의한 잡음 등이 포함되어 있다. 신호와 잡음의 대역폭이 겹칠 경우, 푸리에 대역폭 내의 잡음 제거는 선형 시불변 필터로는 불가능하다. 시변 스펙트럼을 갖는 신호를 시간-주파수 영역에서 관찰할 경우, 순시 주파수와 순시 대역폭 등과 같은 여러 가지 정보를 얻을 수 있다[1]. 예를 들어, 선형 칩(chirp)신호의 경우 시간-주파수 영역에서 관찰할 경우 순시 주파수가 선형적으로 증가하는 것을 알 수 있다[1, 4, 5].

진폭 및 주파수 변조된 신호 $s(t) = a(t) \cos(\phi(t))$ 에서 순시 주파수 $\omega(t)$ 및 순시 대역폭 $b(t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\omega(t) = D\phi(t) \text{ rad/s} \quad (1)$$

$$b(t) = |Da(t)/a(t)| \quad (2)$$

여기서 $D = d/dt$ 이다[8].

잡음이 섞인 신호를 순시 대역폭의 경계를 따라 필터링을 할 경우 잡음을 효과적으로 제거할 수 있다. 본 연구에서는 가변 대역폭 특성을 갖는 선형 시변 필터를 제안하였으며, 제안된 필터의 특성을 시간-주파수 영역에서 분석하였다. 또한 제안된 가변 대역폭 필터의 설계방

법을 논하였다. 본 논문에서 제안된 가변 대역폭 필터를 사용할 경우 푸리에 스펙트럼은 겹쳐져 있으나 시간-주파수 영역에서 서로 겹쳐지지 않는 신호를 분리할 수 있을 뿐만 아니라 신호의 잡음을 효과적으로 제거할 수 있다. 제안된 가변 대역폭 필터는 확장 푸리에 영역에서 분수 형태로 표현된다.

2. 가변 대역폭 필터

다음과 같이 미분 연산자 G 를 정의하도록 하자.

$$Gx(t) = g(t)Dx(t) \quad (3)$$

여기서 $0 < g(t) < \infty$ 이다.

다음에 미분 연산자 G 로 이루어진 다음과 같은 선형 시변 시스템을 고려하자.

$$a_n G^n y + a_{n-1} G^{n-1} y + \dots + a_0 y = b_m G^m x + \dots + b_0 x \quad (4)$$

여기서 a_i, b_i 는 상수이고, x 는 입력, y 는 출력이다. 연산자 G 에 대한 식 (3)의 특성 방정식은 다음과 같다[3].

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0 \quad (5)$$

식 (5)의 특성근의 실수부가 음수일 경우, 식 (4)의 시스템은 안정하다[3]. 식 (4)에 표시된 시스템의 주파수 해석을 위하여 확장 푸리에 변환 및 역변환을 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} \tilde{F}(x(t)) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{g(t)} x(t) e^{-j\omega \int_0^t \frac{1}{g(\tau)} d\tau} dt \\ &= X(\omega) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tilde{F}^{-1}(X(\omega)) &= \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega \int_0^t \frac{1}{g(\tau)} d\tau} d\omega \\ &= x(t) \end{aligned} \quad (7)$$

식 (4)의 양변에 식 (6)을 적용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

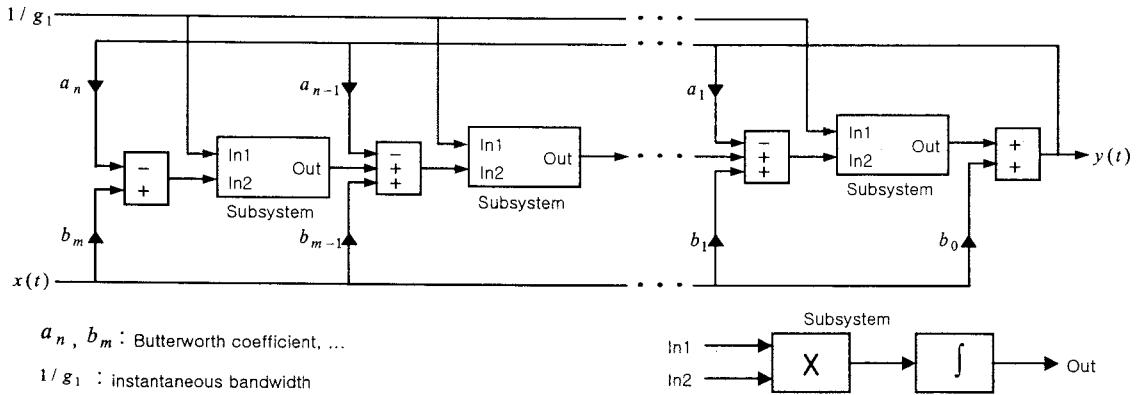


그림 1. General continuous-time direct form II structure of IIR VBF. $x(t)$: input, $y(t)$: output.

$$Y(\omega) = \frac{\sum_{k=0}^m b_k(i\omega)^k}{\sum_{k=0}^n a_k(i\omega)^k} X(\omega) = H_g(\omega)X(\omega) \quad (8)$$

여기서 $H_g(\omega)$ 는 식 (4)의 시스템의 전달함수이다. 식 (8)에서 주파수 변수 ω 의 물리적 의미는 함수 $g(t)$ 에 따라 달라진다[7]. 그림 7에 식 (9)에서 잡음이 없는 신호의 푸리에 스펙트럼을 나타내었다. 그림 5, 6는 잡음이 없는 신호의 EFT를 나타낸다. 여기서 우리는 $g(t)$ 의 선택에 따라 신호의 주파수 특성이 달라짐을 알 수 있다. 식 (4)의 구현을 위한 블록도는 그림 1과 같다[9]. 식 (4)의 상수 a_i, b_i 에 따라 여러 가지 특성을 갖는 가변 대역폭 필터를 구성할 수 있다. 예를 들어, Butterworth 다항식을 사용할 경우 Butterworth 선형 시불변 필터와 같은 주파수 특성을 갖는 가변 대역폭 필터를 구현할 수 있다. 계수의 선택에 따라 저역통과 필터, 고역통과 필터, 대역통과 필터, 대역저지 필터 등을 설계할 수 있다. 상기 필터들의 차단 주파수는 a_i, b_i 에 의해 결정된다. 대역통과 필터 및 대역저지 필터는 각각 두 가지 방법으로 구현할 수 있다. 첫째, 저역통과 필터와 고역통과 필터를 직렬 연결하여 대역통과 또는 대역저지 필터를 구현할 수 있다. 둘째, 대역통과 또는 대역저지 특성을 갖는 Butterworth 다항식을 사용하여 구현할 수 있다. 첫 번째의 경우와 같이 구현할 경우 시간-주파수 영역에서 임의의 모양의 통과 대역을 갖는 대역통과 필터나 대역저지 필터를 설계할 수 있다. 그러므로 첫 번째의 경우가 두 번째의 경우보다 잡음 제거 성능이 더 우수하다 [3, 6]. 그림 2는 저역통과 필터와 고역통과 필터를 직렬 연결하여 구현할 수 있는 대역통과 필터를 나타낸다.

가변 대역폭 필터는 시간-주파수 영역에서 신호의 순시 대역폭 바깥부분에 있는 잡음을 제거하는 특성을 가지고 있다. 시간-주파수 영역에서의 통과 대역은 차단 주파수 및 $1/g(t)$ 에 의해 결정된다. 저역통과 필터의 경우 차단 주파수가 ω 일 때, 통과 대역의 경계는 $\omega/g(t)$ 이다. 마찬가지로 고역통과 필터의 경우 차단 주파수가 ω 일 때, 통과 대역의 경계는 $\omega_h/g(t)$ 이다. 저역통과 및 고역통과 필터를 직렬로 연결하여 대역통과 필터를 구성할 경우 통과 대역의 위쪽 경계 및 아래쪽 경계를 임의로 선택할 수 있다. 그러므로 필터의 잡음 제거 성능이 매우 우수하다. 일반적으로 VBF 설계를 위하여 Butterworth 다항식, Chebyshev 다항식, Bessel 다항식

등 여러 가지가 사용될 수 있다.

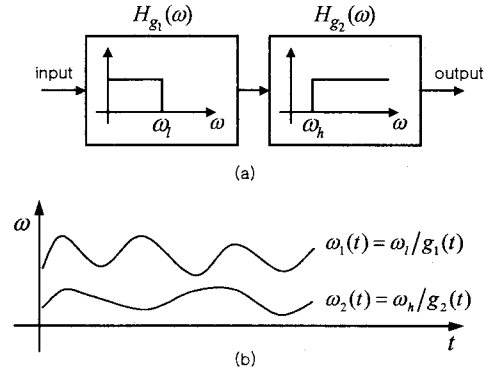


그림 2. An ideal band-pass VBF with an arbitrary shape of passing region. (a) Extended Fourier frequency representation of an ideal band-pass VBF. (b) Passing region of the band-pass VBF in time-frequency domain.

3. 모의 실험

그림 3은 순시 주파수가 선형적으로 증가하고, 순시 대역폭이 변하는 AM-FM신호 $s(t)$ 를 나타낸다.

$$s(t) = \exp(2 - 2\sin t \cos t) \cos(8t + 2t^2) + \text{noise}(9)$$

그림 4는 식 (9)의 신호를 시간-주파수 영역에서 표현한 것이다. 식 (9)의 순시 주파수는 $\omega(t) = 8 + 4t$ 이다. 그림 4에서 순시 주파수가 선형적으로 증가하고 순시 대역폭이 시간에 따라 변함을 알 수 있다. 그림 4에 식 (2)에서 표현한 순시 대역폭의 상한과 하한을 나타내었다. 순시 대역폭의 상한과 하한은 시간-주파수 영역에서의 관찰을 바탕으로 얻었다.

그림 5는 $1/g(t)$ 가 그림 4에서 표시된 순시 대역폭의 상한인 경우로서 잡음이 없는 신호 $s(t)$ 의 EFT이다. 또한 그림 6은 $1/g(t)$ 가 그림 4에서 표시된 순시 대역폭의 하한인 경우로서 잡음이 없는 신호 $s(t)$ 의 EFT이다. 그림 5에서 모든 신호가 주파수 변수 $|\omega| < 1$ 범위 내에

있음을 알 수 있다. 또한 그림 6에서 모든 신호가 주파수 변수 $|\omega| > 1$ 범위 내에 있음을 알 수 있다. 그러므로 그림 5와 같이 나타난 EFT에 차단 주파수가 $|\omega| < 1$ 인 저역통과 필터를 적용하고, 그림 6과 같이 나타난 EFT에 차단 주파수가 $|\omega| > 1$ 인 고역통과 필터를 적용하여 직렬 연결할 경우 순시 대역폭 바깥 부분의 잡음을 제거할 수 있다.

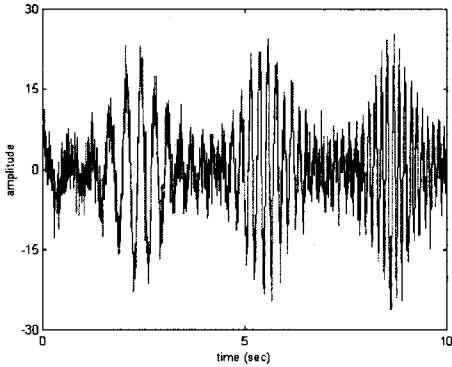


그림 3. Noisy signal in time domain representation of Eq. (9).

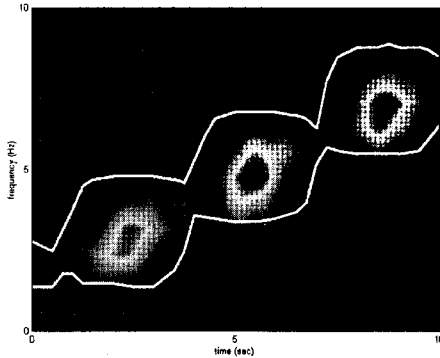


그림 4. Spectrogram of noisy signal. White solid line: upper and lower boundaries of instantaneous bandwidth of Eq. (9).

그림 8은 대역통과 가변 대역폭 필터를 사용하여 식 (9)의 잡음을 제거한 신호를 나타낸다. 가변 대역폭 필터의 잡음 제거 성능은 시간-주파수 영역에서 통과 대역 및 차단 대역의 면적 비에 의해 결정된다. 그림 9는 차단 주파수 $\omega_c = 62.8 \text{ rad/sec}$ 인 선형 시불변 저역통과 필터를 이용하여 식 (9)의 잡음을 제거한 결과를 나타낸다.

실험에 의하면 가변 대역폭 필터를 이용하여 잡음을 제거한 경우 신호 대 잡음비는 42.7 dB이고, 선형 시불변 필터를 이용하여 잡음을 제거한 경우 신호 대 잡음비는 27.6 dB이다. 따라서 선형 시불변 필터보다 가변 대역폭 필터의 잡음 제거 성능이 매우 뛰어나다는 것을 알 수 있다.

4. 결론 및 향후 연구

본 연구에서는 시간에 따라 변하는 순시 주파수와 순시 대역폭을 갖는 신호의 잡음 제거에 사용할 수 있는 가변 대역폭 필터를 설계하는 방법을 논하였다. 또한 가변 대역폭 필터의 종류와 각각의 특성을 시간-주파수 영

역에서 살펴보았다. 제안된 가변 대역폭 필터는 순시 대역폭을 조정함으로써 시간에 따라 통과 대역을 조정할 수 있으므로 지금까지 사용된 선형 시불변 필터보다 향상된 잡음 제거 성능을 나타낸다. 본 연구에서 사용된 가변 대역폭 필터의 차단 주파수는 신호를 시간-주파수 영역에서 관찰함으로써 얻어진 것이다. 그러나 신호의 시간-주파수 표현을 얻기 위해 이용되는 창 함수의 크기에 따라 스펙트로그램이 달라지므로 가변 대역폭 필터의 잡음 제거 성능을 향상시키기 위하여 신호의 순시 주파수 및 순시 대역폭을 추정하는 체계적인 연구가 필요하다.

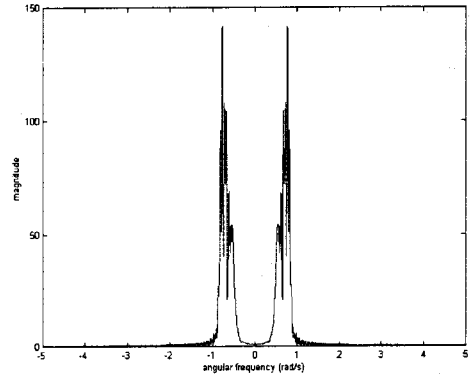


그림 5. EFT of signal Eq. (9) without noise.

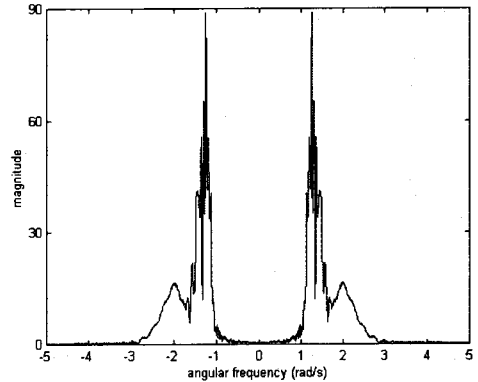


그림 6. EFT of signal Eq. (9) without noise.

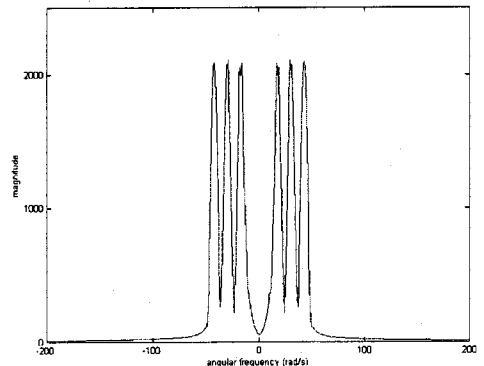


그림 7. FFT of signal Eq. (9) without noise.

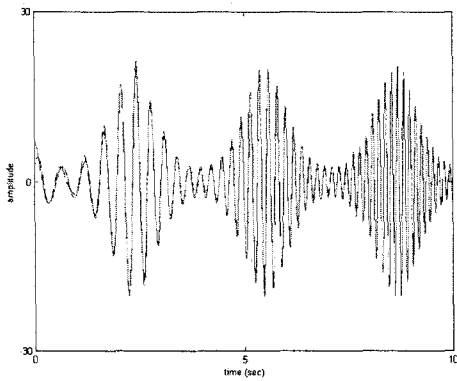


그림 8. Recovered signal using VBF.

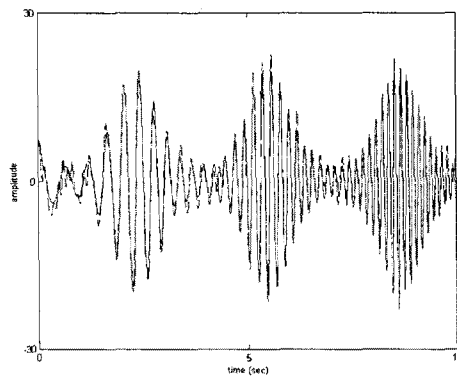


그림 9. Recovered signal using LTI filter.

(참 고 문 헌)

- [1] SHIE QIAN, DUNHAM, M.E., and FREEMAN, M.J., "Transionospheric signal recognition by joint time-frequency representation", *Radio Science*, vol. 30, no. 6, pp. 1817-1829, 1995.
- [2] SHIE QIAN, and DAPANG CHEN, "Joint time-frequency analysis: methods and applications", Prentice-Hall, NJ, 1996.
- [3] HEYOUNG LEE, and ZEUNGNAM BIEN, "On the eigenstructure of linear quasi-time-invariant systems", *Int. Syst. Sci.*, vol. 29, no. 8, pp. 873-887, 1998.
- [4] GRIFFIN, D.W., and LIM, J.S., "Signal estimation from modified short-time Fourier transform", *IEEE Trans. ASSP-32*, no. 2, pp. 236-243, 1984.
- [5] PORTNOFF, M.R., "Time-frequency representation of digital signals and systems based on short-time Fourier analysis", *IEEE Trans.*, ASSP-28, no. 1, pp. 55-69, 1980.
- [6] CUNNINGHAM, G.S., and WILLIAMS, W.J., "Vector-valued time-frequency representations", *IEEE Trans. SP-44*, no. 7, pp. 1642-1656, 1996.
- [7] NAYLOR, A.W., and SELL, G.R., "Linear operator theory in engineering and science", Springer-Verlag, NY, 1982.
- [8] BOUALEM BOASHASH, "Time-Frequency Signal Analysis", Longman Cheshire, 1992.
- [9] VINAY K. INGLE, JOHN G. PROAKIS, "Digital Signal Processing", PWS, 1997.