2001년도 대한전기학회/대한전자공학회 시스템및제어분야 합동 추계학술대회 논문집 (2001.11.24)

로봇 매니퓰레이터의 위치/힘 추종을 위한 적응 출력 피드백 제어

신현석, 이근호, 이성렬, 박창우, 박민용
연세대학교 전기전자공학과 지능제어시스템 연구실

Adaptive Output Feedback Position/Force Tracking Control of Robot Manipulators

Hyunseok Shin, Geunho Lee, Sungryul Lee, Changwoo Park, Mignon Park
ICS Lab., Dept. of Electrical & Electronic Engr., Yonsei Univ.

Abstract - 본 논문에서는 특정한 형태의 제약 즉, 매니퓰레이터의 자유도와 주어진 제약조건의 차원의 차이가 1이며, 매니퓰레이터의 동역학을 작업영역에서의 축차모델로 나타내었을 때, 변환행렬이 단위행렬로 나타나는 제약을 가지는 불확실한 로봇 매니퓰레이터의 위치/힘 추종을 위한 적응제어기를 제안한다. 제안된 제어기는 비선형 좌표변환을 통하여 얻어진 로봇의 축차모델(reduced-order model)을 이용하여 위치제어와 힘제어의 문제를 분리한다. 특히, 비선형 동적 필터를 이용하여 위치의 측정만을 필요로 하며, 적응제어 기법을 통하여 전역 점근적인 안정성을 보장한다.

1. 서 론

점차 로봇의 역할은 단순한 조립뿐만 아니라 환경과의 상호작용을 고려한 작업이 요구되고, 그로 인해 많은 연구가 이루어지고 있다. 이러한 작업들에 있어서 매니퓰레이터의 엔드이펙터(end-effector)와 환경과의 상호접촉에 의한 힘이 발생되어 경로의 추종뿐만 아니라 힘을 동시에 제어해야 하는 필요성이 발생하였고, 많은 논문들이 이에 관한 연구를 다루고 있다. 그 중에서 McClamroch는 비선형 좌표변환을 통하여 매니퓰레이터가 환경과 접촉하여 발생되는 제약이 존재할 때, 로봇의 작업영역에서의 동적모델을 축차모델로 표현하여 위치와 힘제어를 독립적으로 가능하게 하는 구조를 제안하였고, 그에 기반한 많은 연구가 진행되었다[8][9][10]. 대부분의 이러한 논문은 관절의 위치뿐만 아니라 속도의 측정을 필요로 하였으나 최근에 발표된 논문들은 속도센서의 문제, 즉 노이즈에 취약한 단점을 없애기 위해 링크의 속도 및 가속도를 추정하여 이를 제어기에 이용하는 방법들을 제시하고 있다[1][4][9].

특히, 최근의 de Queiroz 등은 매니퓰레이터의 파라미터가 불확실한 경우에 있어서도 적응제어기법을 이용하여 위치/힘 제어가 가능함을 보였고, 이 제어기가 준전역적인 점근안정도를 보장함을 증명한 바 있다[1].

본 논문에서는 기존의 연구를 발전시켜 비선형 동적 필터를 적용함으로써 특정한 형태의 제약조건이 주어진 로봇 매니퓰레이터에 대해서 전역 안정성을 보장하는 위치/힘 제어기를 새로이 제안한다. 여기서, 특정한 형태의 제약조건이란 매니퓰레이터의 자유도와 주어진 제약조건의 차원의 차이가 1이며, 매니퓰레이터의 동역학을 작업영역에서의 축차모델로 나타내었을 때, 변환행렬이 단위행렬인 제약조건을 의미한다. 이러한 제약조건의 예는 de Queiroz의 실험에서도 찾을 수 있다[1].

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 본 논문의 제어대상인 로봇 매니퓰레이터의 작업영역에서의 축차모델을 유도하고 특성을 살펴보며, 3장과 4장에서는 각각 위치제어기와 힘제어기를 제안하고 5장에서는 제안된 제어시스템에 대한 안정도 해석을 제시한 후 6장에서 결론을 맺는다.

2. 로봇모델의 유도 및 성질

이 장에서는 n개의 축을 가지는 로봇의 동역학식을 유도하고, 특히 환경에 제약이 있을 경우 이를 비선형 좌표변환에 의해 축차모델로 유도될 수 있음을 보인다. 또한, 안정도 해석을 위하여 몇가지 가정과 유도된 축차모델에 대한 여러 가지 성질을 정리한다.

2.1 로봇의 관절영역 모델

일반적으로 로봇의 동역학모델은 관절영역에서 다음과 같이 표현된다[6].

$$\tau = M(q)\ddot{q} + V_m(q,\dot{q})\dot{q} + N(q,\dot{q}) + f \tag{2-1}$$

이때, $q \in R^{n\times 1}$는 관절변수이며, f는 외부에 작용하는, 관절영역에서의 엔드이펙터의 힘이고, $\tau \in R^{n\times 1}$는 관절입력 토크이다. 또한, $M(q) \in R^{n\times n}$은 관성 행렬, $V_m(q,\dot{q}) \in R^{n\times n}$은 원심력과 전향력 행렬, $N(q,\dot{q}) \in R^{n\times 1}$은 중력과 마찰력 행렬이다.

가정 1 : (2-1)의 우변은 일차미분가능하다.

2.2 제약모델[1]

가정 2 : 기구학적 특이점을 피하기 위해 로봇의 엔드이펙터는 항상 제약평면위에 놓여있다고 가정한다.

가정 3 : 작업영역 관절변수 $x \in R^{n\times 1}$로 이루어진 열려진 집합 $O_1 \subset R^{n\times 1}$과 함수 $x = H(q)$에 대해 자코비안 행렬 $J = \dfrac{\partial H(q)}{\partial q} \in R^{n\times n}$은 정칙행렬이다. 여기서, 축차 모델을 얻기 위해 작업영역 변수 x를 다음과 같이 분리하여 생각한다. 즉, $x = [x_1^T \;\; x_2^T]^T$이고, $x_1 \in R^{m\times 1}$, $x_2 \in R^{k\times 1}$이며, m+k=n이다.

가정 4 : 제약조건은 마찰력이 없고, 홀로노믹하고, 완전히 알려져 있다. 즉 제약조건은 $\Theta(x) = 0_{k\times 1}$과 같이 표현될 수 있으며 이와 같은 가정에 따라 자코비안 행렬은 $A(x) = \dfrac{\partial \Theta(x)}{\partial x} \in R^{k\times n}$과 같이 나타내어지고, 풀랭크이다.

특히, 본 논문에서는 $k = n-1$인 특정한 제약조건에 대해서만 다루도록 한다. 축차모델을 유도하기 위하여 위의 자코비안 행렬을 다음과 같이 분리할 수 있다.

$$A(x) = [\Sigma(x) \;\; \Pi(x)] \tag{2-2}$$

여기서,

$$\Sigma(x) = \frac{\partial \Theta(x)}{\partial x_1} \in R^{k\times m}$$

$$\Pi(x) = \frac{\partial \Theta(x)}{\partial x_2} \in R^{k\times k}$$

가정 5 : 가정 4와 음함수 정리에 의하여 다음과 같은 유일한 함수를 찾을 수 있다.

$$x_2 = \Omega(x_1) \quad \text{and}$$
$$\Theta(x_1, \Omega(x_1)) = 0_{k\times 1} \quad \text{for} \quad x_1 \in O_3$$

이때의 자코비안 행렬은 다음과 같다.

$$\Delta = \frac{\partial \Omega(x_1)}{\partial x_1} \in R^{k\times m}$$

본 논문에서는 Δ가 0으로 나타나는 특정한 제약조건만을 고려한다.

가정 6 : 다음과 같은 역기구학 방정식이 존재한다고 가정한다.

$$q = h(x) \quad \text{for} \quad \forall x \in H(O_1)$$

또한, $\Gamma^{1}(x) = \dfrac{\partial h(x)}{\partial x} \quad \text{for} \quad \forall x \in H(O_1)$

참고 1 : 가정 5에 따라서 다음의 성질을 쉽게 확인할 수 있다.

$$\Theta(x_1, \Omega(x_1)) = 0_{k\times 1} \quad \text{for} \quad x_1 \in O_3$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial x_1}[\Theta(x_1, \Omega(x_1))] = O_{k\times m} \quad \text{for} \quad x_1 \in O_3$$

$$\frac{\partial \Theta(x)}{\partial x_1} + \frac{\partial \Theta(x)}{\partial x_2}\frac{\partial \Omega(x_1)}{\partial x_1} = \Sigma + \Pi\Delta = 0_{k\times m} \quad \text{for} \quad x_1 \in O_3 \tag{2-3}$$

2.3 로봇의 작업영역 모델

일반적으로 로봇의 위치/힘 제어를 위해서는 로봇의 동역학식을 다음과 같이 작업영역에서 표현한다[6].

$$\tau^* = M^*(x)\ddot{x} + V_m^*(x, \dot{x})\dot{x} + N^*(x, \dot{x}) + \Gamma^T f \tag{2-4}$$

$$\tau^* = \Gamma^T \tau,\ M^* = \Gamma^T M \Gamma^{-1}, \quad V_m^* = \Gamma^T(V_m - M\Gamma^{-1}\dot{\Gamma})\Gamma^{-1},\ N^* = \Gamma^T N \tag{2-5}$$

2.4 로봇의 축차 모델

본 논문에서는 다음과 같은 축차 변환을 이용한다[3].

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 - \Omega(x_1) \end{bmatrix} \in R^{n\times 1} \tag{2-6}$$

그러므로, 변환행렬은 다음과 같고,

$$T = \begin{bmatrix} I_{m\times m} & 0_{m\times k} \\ \Delta & I_{k\times k} \end{bmatrix} \in R^{n\times n} \tag{2-7}$$

제약이 있는 로봇의 작업영역 모델은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\overline{\tau} = \overline{M}(u)\ddot{u} + \overline{V_m}(u, \dot{u})\dot{u} + \overline{N}(u, \dot{u}) + \overline{A^T}(u)\lambda \tag{2-8}$$

여기서,

$$\overline{\tau} = T^T\tau^*,\ \overline{M} = T^T M^* T,\ \overline{V_m} = T^T(M^*\dot{T} + V_m^* T), \quad \overline{N} = T^T N^*,\ \overline{A} = AT \tag{2-9}$$

여기서 일반화된 힘 승수 $\lambda(t) \in R^{k\times 1}$는 다음을 만족한다.

$$\Gamma^T f = A^T \lambda \tag{2-10}$$

가정을 통해서 $\overline{A}$는 다음과 같이 표현된다.

$$\overline{A} = [0_{k\times m} \quad \Pi] \tag{2-11}$$

가정 7 : $u, \dot{u}, \ddot{u}$가 L_∞^n에 속할 때, $\overline{V_m}(u, \dot{u})\ \overline{N}(u, \dot{u})$, $\overline{A^T}(u)$와 이들의 일차미분은 모두 유계되어 있다. 또한, $\overline{M}(u)$와 이의 1차, 2차 미분 또한 유계되어 있다.

유도된 모델에서 가정 5 에 따라 제약평면 상에서 다음이 만족됨을 알 수 있다.

$$u_2 = \dot{u}_2 = \ddot{u}_2 = 0_{k\times 1} \tag{2-12}$$

그러므로, (2-8)은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{bmatrix} \overline{\tau 1} \\ \overline{\tau 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{M_{11}}(u_1) & \overline{M_{12}}(u_1) \\ \overline{M_{21}}(u_1) & \overline{M_{22}}(u_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ 0_{k\times 1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{V_{m11}}(u_1, \dot{u}_1) & \overline{V_{m12}}(u_1, \dot{u}_1) \\ \overline{V_{m21}}(u_1, \dot{u}_1) & \overline{V_{m22}}(u_1, \dot{u}_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ 0_{k\times 1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overline{N_1}(u_1, \dot{u}_1) \\ \overline{N_2}(u_1, \dot{u}_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{m\times k} \\ \Pi^T \end{bmatrix}\lambda \tag{2-13}$$

2.5 로봇 축차모델의 성질

위의 모델에서 안정도해석에 필요한 성질을 정리하면 다음과 같다. 모든 성질은 쉽게 유도될 수 있다.

특성 1 - PD Inertia

$\overline{M_{11}}(u_1)$은 양한정 대칭행렬이며 다음과 같은 유계를 가진다.

$$m_1\|y\|^2 \le y^T\overline{M_{11}}(u_1)y \le m_2(u_1)\|y\|^2, \quad \forall y \in R^{m\times 1} \tag{2-14}$$

여기서, m_1은 알려진 양의 상수이며, $m_2(u_1)$은 알려진 양의 스칼라 함수이다.

특성 2 - Skew Symmetry

$$y^T\left(\frac{1}{2}\dot{\overline{M_{11}}}(u_1) - \overline{Vm_{11}}(u_1, \dot{u}_1)\right)y = 0, \quad \forall y \in R^{m\times 1} \tag{2-15}$$

특성 3 - Linear Parameterization

모델(2-13)의 상위 m개의 동역학식은 다음과 같이 선형 매개변수화될 수 있다.

$$Y_d\theta = \overline{M_{11}}(u_{d1}) + \overline{Vm_{11}}(u_{d1}, \dot{u}_{d1})\dot{u}_{d1} + N_1(u_{d1}, \dot{u}_{d1}) \tag{2-16}$$

특성 4 - Boundedness

$$\|\overline{V_{m11}}(u_1, \dot{u}_1)\| \le \zeta_{c1}(u_1)\|\dot{u}_1\|, \quad \forall u_1, \dot{u}_1 \in R^{m\times 1} \tag{2-17}$$

특성 5 - Centripetal-Coriolis matrix

가정 4에 따라 u_1이 R^1에 속할 때, 원심력-전향력항은 다음의 성질을 가진다.

$$\overline{V_{m11}}(u_1, \xi)\nu = \overline{V_{m11}}(u_1, \nu)\xi \tag{2-18}$$

특성 6 - Convex region

$\overline{M_{11}}$의 행렬식을 $det(\overline{M_{11}}(u_1)) = h^T(u_1)\theta_m$와 같이 알려지지 않은 상수 파라미터 $\theta_m \in R^{r\times 1}$에 대해 매개변수화를 한 후, 특이점을 피하기 위해 다음과 같은 블록(convex) 영역을 정의한다[5].

$$m_d \le det(\overline{M_{11}}(u_1)) = h^T(u_1)\theta_m \le \overline{m_d}(u_1) \tag{2-19}$$

여기서, m_d는 알려진 양의 상수이며, $\overline{m_d}(u_1)$는 알려진 양의 상수함수이다.

이후의 제어기 설계와 해석을 위하여 다음과 같은 벡터함수를 정의한다[2].

$$Tanh(\xi) = [\tanh(\xi_1), \cdots, \tanh(\xi_n)]^T \tag{2-20}$$

$$Cosh(\xi) = diag\{\cosh(\xi_1), \cdots, \cosh(\xi_n)\} \tag{2-21}$$

이때, ξ는 $[\xi_1, \cdots, \xi_n]^T \in R^n$로 정의된 벡터이다.

가정 8 : 모든 $\xi,\ \nu \in R^n$에 대해 다음을 만족하는 양의 상수 $\zeta_m, \zeta_g, \zeta_{c2}$가 존재한다고 가정한다[2].

$$\begin{aligned} \|M(\xi) - M(\nu)\| &\le \zeta_m\|Tanh(\xi - \nu)\| \\ \|G(\xi) - G(\nu)\| &\le \zeta_g\|Tanh(\xi - \nu)\| \\ \|V_m(\xi, \dot{q}) - v_M(N, \dot{Q})\| &\le \zeta_{c2}\|\dot{q}\|\|Tanh(\xi - u)\| \end{aligned} \tag{2-22}$$

3. 위치제어기의 설계

앞서 보인 것과 마찬가지로 상위 m개의 로봇 동역학식은 다음과 같이 표현된다.

$$\overline{\tau_1} = \overline{M_{11}}(u_1)\ddot{u}_1 + \overline{Vm_{11}}(u_1, \dot{u}_1)\dot{u}_1 + \overline{N_1}(u_1, \dot{u}_1) \tag{3-1}$$

이때, 위치추종에러와 파라미터 추정에러를 다음과 같이 정의한다.

$$e = u_{d1} - u_1,\ \tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta} \tag{3-2}$$

가정 9 : 기준입력신호와 이의 1차, 2차 미분은 다음과 같이 유계된다는 가정을 한다.

$$\|u_{d1}(t)\| \le \zeta_{dp},\ \|\dot{u}_{d1}(t)\| \le \zeta_{dv},\ \|\ddot{u}_{d1}(t)\| \le \zeta_{da} \tag{3-3}$$

3.1 제안된 제어기

본 논문에서는 다음과 같이 필터된 에러변수 η를 정의하여 전역적으로 안정한 제어기를 설계한다.

$$\eta = \dot{e} + Tanh(e) + Tanh(e_f) \tag{3-4}$$

$$\dot{e}_f = -Tanh(e_f) + Tanh(e) - kCosh^2(e_f)\eta, \quad e_f(0) = 0 \tag{3-5}$$

이때, 제안된 제어기와 파라미터의 갱신규칙은 다음과 같이 표현된다.

$$\overline{\tau} = Y_d\hat{\theta} - kCosh^2(e_f)Tanh(e_f) + Tanh(e) \tag{3-6}$$

여기서, $k=\frac{1}{m_1}(1+2k_n)$이다.

$$\dot{\hat{\theta}}(t)=\Gamma Y_d^T\eta \qquad (3\text{-}7)$$

참고 2 : (3-4)의 정의에 따르면 제어기와 파라미터의 갱신 규칙에는 속도정보가 필요하지만, 위치정보만으로 구성이 가능하다[2].

3.2 에러동역학의 유도

(3-4)를 미분하고 양변에 $M(q)$를 곱한 후, (2-1)을 대입하면 아래의 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\overline{M_{11}}(u_1)\dot{\eta} &= \overline{M_{11}}(u_1)\ddot{u}_{d1}+\overline{V_{m11}}(u_1,\dot{u}_1)\dot{u}_1+\overline{N_1}(u_1,\dot{u}_1)\\ &+\overline{M_{11}}(u_1)\{Cosh^{-2}(e)\dot{e}+Cosh^{-2}(e_f)\dot{e}_f\}-\overline{\tau_1}\end{aligned} \qquad (3\text{-}8)$$

양변에 $Y_d\theta$를 더한 후 빼면 (3-2), (3-4), (3-5)와 성질 5에 의해 개루프 동역학이 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned}\overline{M_{11}}(u_1)\dot{\eta}= &-\overline{V_{m11}}(u_1,\dot{u}_1)\eta-k\overline{M_{11}}(u_1)\eta\\ &+X+\tilde{Y}+Y_d\theta-\overline{\tau_1}\end{aligned} \qquad (3\text{-}9)$$

$$\begin{aligned}X &= \overline{M_{11}}(u_1)Cosh^{-2}(e)\{\eta-Tanh(e)-Tanh(e_f)\}\\ &+\overline{M_{11}}(u_1)Cosh^{-2}(e_f)(-Tanh(e_f)+Tanh(e))\\ &+\overline{Vm_{11}}(u_1,\dot{u}_{d1})\{Tanh(e)+Tanh(e_f)\}\\ &-\overline{Vm_{11}}(u_1,\dot{u}_{d1}+Tanh(e)\\ &+Tanh(e_f))(\eta-Tanh(e)-Tanh(e_f))\end{aligned} \qquad (3\text{-}10)$$

$$\begin{aligned}\tilde{Y}= &\overline{M_{11}}(u_1)\ddot{u}_{d1}+\overline{Vm_{11}}(u_1,\dot{u}_{d1})\dot{u}_{d1}\\ &+\overline{N_1}(u_1,\dot{u}_1)-Y_d\theta\end{aligned} \qquad (3\text{-}11)$$

참고 3 : 기준입력이 (3-3)처럼 유계되어 있고, 또한 성질 (2-14), (2-17)에 따라 위에서 정의된 X와 $\tilde{Y}$는 다음과 같이 유계됨을 알 수 있다[2].

$$\|X\| \le \zeta_1(u_1)\|x\| \qquad (3\text{-}12)$$

$$\|\tilde{Y}\| \le \zeta_2(u_1)\|x\| \qquad (3\text{-}13)$$

여기서,

$$x=[\,Tanh^T(e)\;\; Tanh^T(e_f)\;\; \eta^T]^T \qquad (3\text{-}14)$$

제어기를 포함한 오차 동역학은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}\overline{M_{11}}(u_1)\dot{\eta}= &-\overline{Vm_{11}}(u_1,\dot{u}_1)\eta-k\overline{M_{11}}(u_1)\eta+X+\tilde{Y}\\ &+Y_d\tilde{\theta}+kCosh^2(e_f)Tanh(e_f)-Tanh(e)\end{aligned} \qquad (3\text{-}15)$$

4. 힘제어기의 설계

본 절에서는 다음과 같이 표현된 로봇의 하위 k개의 동역학식을 이용하여 힘제어기를 설계한다.

$$\overline{\tau_2}=\overline{M_{21}}(u_1)\ddot{u}_1+\overline{Vm_{21}}(u_1,\dot{u}_1)\dot{u}_1+\overline{N_2}(u_1,\dot{u}_1)+\Pi^T\lambda \qquad (4\text{-}1)$$

힘제어를 위해 아래와 같은 힘의 추종에러의 적분값을 새로운 변수로 정의한다.

$$e_\lambda=\int_0^t(\lambda_d(\sigma)-\lambda(\sigma))d\sigma \qquad (4\text{-}2)$$

$$\dot{e}_\lambda=\lambda_d-\lambda \qquad (4\text{-}3)$$

양변에 $det(\overline{M_{11}})\Pi^{-T}$를 곱하고 정리하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}det(\overline{M_{11}})\lambda= &-\Pi^{-T}\overline{M_{21}}adj(\overline{M_{11}})(\overline{\tau_1}-\overline{V_{m11}}\dot{u}_1-\overline{N_1})\\ &-det(\overline{M_{11}})\Pi^{-T}(\overline{V_{m21}}\dot{u}_1+\overline{N_2})\\ &+det(\overline{M_{11}})\Pi^{-T}\overline{\tau_2}\end{aligned} \qquad (4\text{-}4)$$

여기서, $adj(\overline{M_{11}})$은 $\overline{M_{11}}$의 수반행렬을 의미한다. (4-3)을 이용하여 윗 식을 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}det(\overline{M_{11}})\dot{e}_\lambda= &\frac{-1}{2}\frac{d(det(\overline{M_{11}}))}{dt}e_\lambda+\tilde{W}\\ &+W_1\theta_1-det(\overline{M_{11}})\Pi^{-T}\overline{\tau_2}\end{aligned} \qquad (4\text{-}5)$$

여기서, $\theta_1\in R^{l\times 1}$은 미지의 상수 파라미터를 의미하고, $W_1(u_1,e_f,e_\lambda,\hat{\theta},t)\in R^{k\times l}$ 다음과 같이 알려진 회귀 행렬이다.

$$\begin{aligned}W_1\theta_1= &\frac{1}{2}\frac{\partial det(\overline{M_{11}})}{\partial u_1}\dot{u}_{d1}e_\lambda+det(\overline{M_{11}})\lambda_d\\ &+det(\overline{M_{11}})\Pi^{-T}(\overline{V_{m21}}(u_1,\dot{u}_{d1})\dot{u}_{d1}+\overline{N_2}(u_1,\dot{u}_{d1}))\\ &+\Pi^{-T}\overline{M_{21}}adj(\overline{M_{11}})(\overline{\tau_1}-\overline{V_{m11}}(u_1,\dot{u}_{d1})\dot{u}_{d1}\\ &-\overline{N_1}(u_1,\dot{u}_{d1}))\end{aligned} \qquad (4\text{-}6)$$

또한, $\tilde{W}(d_1,\dot{u}_1,e_f,e_\lambda,t)\in R^k$는 다음과 같이 정의되는 상태에 의존하는 외란이다.

$$\begin{aligned}\tilde{W}= &\frac{1}{2}\frac{d(det(\overline{M_{11}}))}{dt}e_\lambda+det(\overline{M_{11}})\lambda-W_1\theta_1\\ &+\Pi^{-T}\overline{M_{21}}adj(\overline{M_{11}})(\overline{\tau_1}-\overline{V_{m11}}\dot{u}_1-\overline{N_1})\\ &+det(\overline{M_{11}})\Pi^{-T}(\overline{V_{m21}}\dot{u}_1+\overline{N_2})\end{aligned} \qquad (4\text{-}7)$$

위에 정의된 개루프 시스템에 대해서 다음과 같이 힘추종 제어기를 설계할 수 있다[1].

$$\overline{\tau_2}=\Pi^T(W_1\hat{\theta}_1)(h^T\hat{\theta}_m)^{-1}+\Pi^T\frac{km_1}{m_d}e_\lambda \qquad (4\text{-}8)$$

이 제어입력을 적용하면 다음의 오차 동역학을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}det(M_{11}\dot{e}_\lambda)= &-\frac{1}{2}\frac{d}{dt}(det(\overline{M_{11}}))e_\lambda+W_1\tilde{\theta}_1\\ &-W_1\hat{\theta}_1(h^T\hat{\theta}_m)^{-1}h^T\tilde{\theta}_m+\tilde{W}-\frac{km_1det(\overline{M_{11}})}{m_d}e_\lambda\end{aligned} \qquad (4\text{-}9)$$

이때, 파라미터의 추종에러는 다음과 같이 정의되고,

$$\tilde{\theta}_1=\theta_1-\hat{\theta}_1,\quad \tilde{\theta}_m=\theta_m-\hat{\theta}_m \qquad (4\text{-}10)$$

추종파라미터의 갱신규칙은 다음과 같다.

$$\dot{\hat{\theta}}_1=\Gamma_1W_1^Te_\lambda \qquad (4\text{-}11)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_m=\begin{cases}\mu & \text{if } \hat{\theta}_m\in int(\Lambda)\\ \mu & \text{if } \hat{\theta}_m\in\partial(\Lambda) \text{ and } \mu^T\hat{\theta}_m^{\perp}\le 0\\ P_r^t(\mu) & \text{if } \hat{\theta}_m\in\partial(\Lambda) \text{ and } \mu^T\hat{\theta}_m^{\perp}>0\end{cases} \qquad (4\text{-}12)$$

여기서, $\Gamma_1\in R^{l\times l}$은 양한정 대각선행렬이고, $\mu\in R^{r\times 1}$은 다음과 같이 정의된다.

$$\mu=-h[h^T\hat{\theta}_m]^{-T}[W_1\hat{\theta}_1]^Te_\lambda \qquad (4\text{-}13)$$

참고 4 : (3-12), (3-13) 그리고 (4-7)은 다음과 같은 부등식을 만족한다[1].

$$\begin{aligned}\rho_X(\zeta_{dp},\|y\|)\|y\| &\ge \|X\|\\ \rho_Y(\zeta_{dp},\|y\|)\|y\| &\ge \|\tilde{Y}\|\\ \rho_W(\zeta_{dp},\zeta_{dv},\|y\|)\|y\| &\ge \|\tilde{W}\|\end{aligned} \qquad (4\text{-}14)$$

여기서,

$$y=[e^T\;\; e_f^T\;\; \eta^T\;\; e_\lambda^T]^T\in R^{3m+k} \qquad (4\text{-}15)$$

이고, $\rho(\cdot)$는 양의 비감소 스칼라 함수이다.
안정도해석을 위해 다음과 같은 부등식을 만족시키는 새로운 함수 ρ를 찾을 수 있다.

$$\begin{aligned}\rho(\zeta_{dp},\zeta_{dv},\|y\|)\|y\| \ge \max\{&\rho_Y(\zeta_{dp},\|y\|)\|y\|\\ &+\rho_X(\zeta_{dp},\|y\|)\|y\|,\rho_W(\zeta_{dp},\zeta_{dv},\|y\|)\|y\|\}\end{aligned} \qquad (4\text{-}16)$$

5. 안정도 해석

정리 : 주어진 로봇 모델에 대하여 제안된 제어기(3-6), (4-8)과 파라미터 갱신규칙(3-7), (4-11), (4-12)는 제어이득값 k_n이 다음의 충분조건을 만족하면 전역 점근 안정을 보장한다.

$$k_n=\rho^2(\zeta_{dp},\zeta_{dv},\zeta_{da},\sqrt{\frac{\lambda_2(u_1(0))}{\lambda_1}}\|z(0)\|) \qquad (5\text{-}1)$$

이 때

$$z(t)=[e^T\;\; e_f^T\;\; \eta^T\;\; \tilde{\theta}^T\;\; \tilde{\theta}_1^T\;\; \tilde{\theta}_m^T]^T \qquad (5\text{-}2)$$

으로 정의되고, λ_1, λ_2는 다음과 같다.

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\{1, m_1, \underline{m_d}, \lambda_{\min}\{\Gamma^{-1}\}, \lambda_{\min}\{\Gamma^{-1}\}\} \quad (5\text{-}3)$$

$$\lambda_2(u_1) = \frac{1}{2}\max\{1, m_2(u_1), \overline{m_d}(u_1), \lambda_{\max}\{\Gamma^{-1}\}, \lambda_{\max}\{\Gamma_1^{-1}\}\} \quad (5\text{-}4)$$

$\lambda_{\min}\{\cdot\}$, $\lambda_{\max}\{\cdot\}$는 각각 최소, 최대 고유값을 의미한다.

증명 : 리아푸노프 후보함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} V(e, e_f, \eta, \tilde{\theta}) &= \sum_{i=1}^{n}\ln(\cosh(e_i)) + \sum_{i=1}^{n}\ln(\cosh(e_{f_i})) \\ &+ \frac{1}{2}\eta^T\overline{M_{11}}(u_1)\eta + \frac{1}{2}det(\overline{M_{11}})e_\lambda^T e_\lambda \\ &+ \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T\Gamma^{-1}\tilde{\theta} + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_1^T\Gamma_1^{-1}\tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_m^T\tilde{\theta}_m \end{aligned} \quad (5\text{-}5)$$

이때, V에 대하여 다음의 유계를 얻을 수 있다.

$$\lambda_1\|y\|^2 \le \lambda_1\|z\|^2 \le V \le \lambda_2(u_1)\|z\|^2 \quad (5\text{-}6)$$

미분을 취하고 정리를 하면,

$$\begin{aligned} \dot{V} = &-Tanh^T(e)Tanh(e) - Tanh^T(e_f)Tanh(e_f) \\ &- k\eta^T\overline{M_{11}}(u_1)\eta + \eta^T(\tilde{Y} + X) + e_\lambda^T\tilde{W} \\ &- \frac{km_1 det(\overline{M_{11}})}{m_d}e_\lambda^T e_\lambda + \tilde{\theta}^T(Y_d^T\eta - \Gamma^{-1}\hat{\theta}) \\ &+ \tilde{\theta}_m^T(\mu - \hat{\theta}_m) + \tilde{\theta}_1^T(W_1^T e_\lambda - \Gamma_1^{-1}\hat{\theta}_1) \end{aligned} \quad (5\text{-}7)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} \le &-\|Tanh(e)\|^2 - \|Tanh(e_f)\|^2 - km_1\|\eta\|^2 - km_1\|e_\lambda\|^2 \\ &+ \|\eta\|(\|\tilde{Y}\| + \|X\|) + \|e_\lambda\|\|\tilde{W}\| \\ \le &-\|Tanh(e)\|^2 - \|Tanh(e_f)\|^2 - km_1\|\eta\|^2 - km_1\|e_\lambda\|^2 \\ &+ \|\eta\|\{\rho_Y(\zeta_{dp}, \|y\|)\|y\| + \rho_X(\zeta_{dp}, \|y\|)\|y\|\} \\ &+ \|e_\lambda\|\rho_w(\zeta_{dp}, \zeta_{dv}, \|y\|)\|y\| \end{aligned} \quad (5\text{-}8)$$

이득 k와 부등식(4-16)을 적용하면,

$$\begin{aligned} \dot{V} \le &-\|Tanh(e)\|^2 - \|Tanh(e_f)\|^2 - \|\eta\|^2 - \|e_\lambda\|^2 \\ &+ [\rho(\zeta_{dp}, \zeta_{dv}, \|y\|)\|y\|\|\eta\| - 2k_n\|\eta\|^2] \\ &+ [\rho(\zeta_{dp}, \zeta_{dv}, \|y\|)\|y\|\|e_\lambda\| - 2k_n\|e_\lambda\|^2] \end{aligned} \quad (5\text{-}9)$$

비선형 댐핑을 적용하여 정리하고, (5-6)을 이용하여 다음과 같이 $\dot{V}$의 상한유계를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\le -\|y\|^2 + \frac{\rho^2(\zeta_{dp}, \zeta_{dv}, \|y\|)\|y\|^2}{k_n} \\ &\le -(1 - \frac{1}{k_n}\rho^2(\zeta a_{dp}, \zeta_{dv}, \sqrt{\frac{V}{\lambda_1}})\|y\|^2 \end{aligned} \quad (5\text{-}10)$$

위 식에서 $\dot{V}$가 음의 준한정행렬이 되려면, 다음의 조건을 만족시켜야 한다.

$$1 - \frac{1}{k_n}\rho^2(\zeta_{dp}, \zeta_{dv}, \sqrt{\frac{V}{\lambda_1}}) \ge 0 \quad (5\text{-}11)$$

그러므로, (5-10)과 (5-11)에 의해

$$\dot{V} \le -\beta\|y\|^2 \quad \text{for} \quad k_n \ge \rho^2(\zeta_{dp}, \zeta_{dv}, \sqrt{\frac{V}{\lambda_1}}) \quad (5\text{-}12)$$

를 만족하는 어떤 양의 상수 β가 존재한다.

즉, k_n이 위의 조건을 만족하면

$$\dot{V}(z, t) \le -\beta\|y\|^2 \quad \forall t \ge 0 \quad (5\text{-}13)$$

이고 따라서,

$$V(z, t) \le V(z(0), 0) \quad \forall t \ge 0 \quad (5\text{-}14)$$

이다. 최종적으로 (5-12)를 만족하기 위한 충분조건은 다음과 같이 주어지며,

$$\dot{V} \le -\beta\|y\|^2 \quad \text{for} \quad k_n \ge \rho^2(\zeta_{dp}, \zeta_{dv}, \sqrt{\frac{V(z(0), 0)}{\lambda_1}})$$

(5-6)을 이용하여 위 식을 만족시키기 위한 충분조건은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\dot{V} \le -\beta\|y\|^2 \quad \text{for} \quad k_n \ge \rho^2(\zeta_{dp}, \zeta_{dv}, \sqrt{\lambda_2(u_1\frac{(0))}{\lambda_1}}\|z(0)\|)$$

모든 신호가 유계되므로[1], 위의 k_n에 대하여 위 식을 적분하면,

$$\begin{aligned} \beta\int_0^\infty\|y(t)\|^2 dt &\le -\int_0^\infty\dot{V}(t)dt \\ &\le V(z(0), 0) - V(z(\infty), \infty) < \infty \end{aligned} \quad (5\text{-}15)$$

위 식과 y가 균일 연속이라는 성질을 이용하여 Barbalat의 정리를 적용하면 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

$$\lim_{t\to\infty}\|y(t)\| = 0 \quad \text{for} \quad k_n \ge \rho^2(\zeta_{dp}, \zeta_{dv}, \frac{\sqrt{\lambda_2(u_1(0))}}{\lambda_1}\|z(0)\|) \quad (5\text{-}16)$$

참고 5 : 위의 안정도 해석에서 e_λ가 0으로 수렴한다는 것은 $\dot{e}_\lambda$ 또한 0으로 수렴한다는 것 즉, λ가 λ_d를 추종한다는 것을 의미한다[1].

6. 결 론

본 논문에서는 특정한 형태, 즉 로봇 매니퓰레이터의 자유도와 제약조건의 차원의 차이가 1이며, 로봇의 동역학을 작업영역에서의 축차모델로 나타낼 때 얻어지는 변환행렬이 단위행렬로 나타나는 형태의 제약을 가지는 매니퓰레이터의 힘/위치제어를 위한 전역 점근 안정 적응제어기를 제안했다. McClamroch의 비선형 좌표변환을 통해 로봇의 동역학을 축차모델로 표현함이 가능하고, 이로써 위치제어와 힘제어의 문제를 독립적으로 다룰 수 있으며, 특히 위치제어기의 경우 쌍곡선함수를 이용한 비선형 필터를 적용함으로써 로봇 관절의 속도측정 없이도 전역점근적 안정도를 보장할 수 있다. 추후에는 본 논문에서 제안한 제어기를 확장하여 특정한 형태의 제약뿐만 아니라 일반적인 제약조건을 가지는 로봇 매니퓰레이터의 제어가 가능하도록 하여야 할 것이며, 로봇과 작업환경 사이에 일어나는 마찰력까지 고려한 제어기를 설계하면 성능의 향상을 꾀할 수 있을 것이라 생각된다.

[참 고 문 헌]

[1] M. S. de Queiroz, Jun Hu, D. M. Dawson, T. Burg and S. R. Donepudi, "Adaptive position/force control of robot manipulators without velocity measurements : theory and experimentation," *IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics-Part B: Cybernetics*, vol.27, no.5, pp.796-809, 1997.

[2] F. Zhang, D. M. Dawson, M. S. de Queiroz and W. E. Dixon, "Global adaptive output feedback tracking control of robot manipulators," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.45, no.6, pp.1203-1208, 2000.

[3] N. McClamroch and D. Wang, "Feedback stabilization and tracking of constrained robots," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.33, pp.419-426, 1988.

[4] S. Nicosia and P. Tomei, "Robot control by using only position measurements," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.40, no.9, pp.1058-1061, 1990.

[5] R. Lozano and B. Brogaliato, "Adaptive control of robot manupulators with flexible joints," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.37, pp.174-181, 1992.

[6] M. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*. New York: Wiley 1989.

[7] R. Ellis and D. Gulick, *Calculus with Analytic Geometry*. Fort Worth, TX:Saunders, 1994.

[8] S. Arimoto, T. Naniwa and Y. H. Liu, "Model-based adaptive hybrid control for manipulators with geometric endpoint constraint," *Adv. Robot.*, vol.9, no.1, pp.67-80, 1995.

[9] C. Canudas de Wit, N. Fixot and K. Astrom, "Trajectory tracking in robot manipulators via nonlinear estimated state feedback," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol.8, pp.138-144, 1992.

[10] B. Yao and M. Tomizuke, "Adaptive control of robot manipulators in constrained motion-controller design," *ASME J. Dynamic Syst., Mes., Contr.*, vol.117, pp.320-328, 1995.