

뉴로퍼지 다항식 네트워크의 하이브리드 구조 설계

박병준, 박호성, 오성권, 장성환  
원광대학교 공과대학 전기전자 및 정보공학부

Design of Hybrid Architecture of Neurofuzzy Polynomial Networks

Byoung-Jun Park, Ho-Sung Park, Sung-Kwun Oh and Sung-Whan Jang  
School of electrical electronic and information engineering, Wonkwang university

**Abstract** - In this study, we introduce a concept of neurofuzzy polynomial networks (NFPN), a hybrid modeling architecture combining neurofuzzy networks(NFN) and polynomial neural networks(PNN). NFN contributes to the formation of the premise part of the rule-based structure of the NFPN. The consequence part of the NFPN is designed using PNN. The parameters of the membership functions, learning rates and momentum coefficients are adjusted with the use of genetic optimization. We introduce two kinds of NFPN architectures, namely the basic and the modified one. Owing to the specific features of two combined architectures, it is possible to consider the nonlinear characteristics of process system and to obtain the better output performance with superb predictive ability.

1. 서 론

비선형, 고계동적시스템, 시변특성 등과 관련된 복잡한 시스템에 대한 모델링 연구는 지속적으로 연구되어져 왔으며 최근에는 지능화, 최적화 등의 기술과 함께 다양한 영역에서 연구되고 있다.

Horikawa[1]는 퍼지-뉴럴네트워크에 의한 합성방법과 동정에 관한 연구를 하였다. 그러나 퍼지규칙의 전반부인 시그모이드 형태의 멤버쉽함수 초기치 선정이 어렵고, 최적 성능으로의 수렴특성이 나쁘다. Oh[10]는 다항식 뉴럴네트워크로써 고차 다변수 입력에 의한 다양한 구조의 자기 구성 네트워크를 설계하였으나 입력력 변수에 의한 공간분할의 효과적 이용과 제한된 입력변수의 선택에 따른 많은 어려움이 따른다.

본 논문에서는 뉴로퍼지 다항식네트워크(neurofuzzy polynomial networks:NFPN)를 제안한다. NFPN 구조는 뉴로퍼지 네트워크(Neurofuzzy networks:NFN)와 다항식 뉴럴네트워크(Polynomial neural networks:PNN)를 기반으로 구성되며 전반부 구조로 NFN을, 후반부 구조로 PNN을 이용한다. NFPN의 전반부 구조인 NFN은 Yamakawa가 제안한 구조[2]로, 다른 비선형 모델에 비해서 학습속도가 빠르고 수렴특성이 우수하다는 장점을 가졌으며 간략추론, 오류역전파 학습 규칙을 이용한다. NFPN의 후반부 구조로 이용된 PNN은 학습을 통해 생성되는 유연한 구조로 PNN의 층과 노드 수는 고정되어 있지 않고 동적으로 생성 및 소멸한다.

제안된 NFPN은 NFN과 PNN의 상호 보완적 특성을 가진다. 즉 NFN은 PNN 구조의 적용이 용이하도록

입력에 대한 출력 특성 및 성능을 향상시키며, 후반부에 이용된 PNN은 NFN의 학습방법인 오류역전파 학습방법을 도와 좀더 우수한 성능을 나타내도록 한다. 두 구조의 결합 형태인 NFPN 구조는 기본 구조와 변형된 구조로 나누어 설계되며, 특히 후반부 구조인 PNN은 일반 구조로부터 개선함으로써 네트워크의 적응 능력과 성능을 향상시킨다.

2. 본 론

2.1 NFPN 구조

제안된 NFPN은 서로 다른 구조, 즉 NFN[2]과 PNN[10]의 합성에 의해 형성되며, 이들 두 구조의 결합에 따른 상승효과를 얻을 수 있다.

2.1.1 NFPN의 전반부 구조

제안된 NFPN의 전반부 구조를 형성하는 NFN은 그림 1과 같은 구조를 가진다.

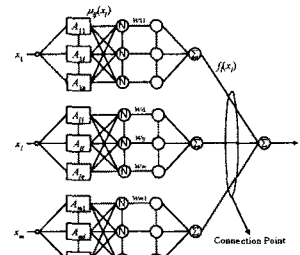


그림 1. NFN 구조  
Fig. 1. NFN structure

입력  $x_i$ 는 각 멤버쉽함수를 거쳐 적합도가 구해지고 그 적합도는 표준화된 후, 연결 가중치  $w_{ij}$ 와 곱해지며 이들이 대수적으로 합해져  $i$ 번째 출력  $f_i(x_i)$ 를 생성한다. 생성된 각 출력은 식(1)과 같이  $\hat{y}$ 를 최종적으로 출력하게 된다.

$$\hat{y} = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_m(x_m) = \sum_{i=1}^m f_i(x_i) \quad (1)$$

여기서,  $m$ 은 입력변수 수이다. 입력  $x_i$ 에 대한  $f_i$ 는 다음과 같은 퍼지규칙을 이룬다.

$$R^j : \text{If } x_i \text{ is } A_{ij} \text{ Then } y_{ij} = w_{ij} \quad (2)$$

여기서  $R^j$ 는  $j$ 번째 퍼지규칙,  $A_{ij}$ 는 멤버쉽함수를, 후반부의  $w_{ij}$ 는 상수이며, 그림 1의 연결 가중치를 나타낸다. 식(2)의 최종 추론결과는 식(3)과 같이 표현된다.

$$f_i(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_{ij}(x_i) \cdot w_{ij}}{\sum_{j=1}^n \mu_{ij}(x_i)} \quad (3)$$

입력변수  $x_i$ 는 보수적 특성에 의해 동시에 두 개의 멤버쉽함수  $j, j+1$ 에만 영향을 받기 때문에 식(3)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$f_i(x_i) = \frac{\mu_{ij}(x_i) \cdot w_{ij} + \mu_{i,j+1}(x_i) \cdot w_{i,j+1}}{\mu_{ij}(x_i) + \mu_{i,j+1}(x_i)} \quad (4)$$

이웃하는 멤버쉽함수 값의 합  $\mu_{ij}(x_i) + \mu_{i,j+1}(x_i) = 1$ . 따라서 식(4)는 아래와 같다.

$$f_i(x_i) = \mu_{ij}(x_i) \cdot w_{ij} + \mu_{i,j+1}(x_i) \cdot w_{i,j+1} \quad (5)$$

NFN의 학습은 연결 가중치  $w_{ij}$ 를 모델에 가장 적절한 값으로 조정해 나가면서 이루어진다. 학습방법은 오류역전파 알고리즘을 사용하며, 오차를 바탕으로 이루어진다(2).  $N$ 개의 입출력 데이터 쌍이 주어진 경우, NFN의 최종 출력 오차는

$$E = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N (y_p - \hat{y}_p)^2 \quad (6)$$

여기서  $y_p$ 는 주어진 출력 데이터,  $\hat{y}_p$ 는 모델의 출력이다. 오차를 최소화하기 위한 연결 가중치의 변화량  $\Delta w$ 는 식(7)과 같다.  $\eta$ 는 학습율을,  $a$ 는 모멘텀계수를 나타낸다.

$$\Delta w_{ij} = 2 \cdot \eta \cdot (y_p - \hat{y}_p) \cdot \mu_{ij}(x_i) + a(w_{ij}(t) - w_{ij}(t-1)) \quad (7)$$

본 논문에서는 NFN의 최적화를 위해 유전자 알고리즘(3,4)을 이용하여 학습률 및 모멘텀계수 그리고 멤버쉽함수의 파라미터를 동정한다.

### 2.1.2 NFNP의 후반부 구조

PNN(10)은 NFNP의 후반부를 구성한다. GMDH 알고리즘(5)에 기초한 PNN은 차수 및 입력변수의 선택과 알고리즘의 최종 종료판정 기준에 의하여, 각 층에서 파라미터 동정에 의한 모델을 선점하게 되고, 계층적 모델 추정에 의해 최종 모델을 얻는다. PNN은 추정 모델을 얻기 위해 먼저 부분표현식(Partial Description; PD)을 구성하며 부분 표현식으로 회귀다항식을 사용한다. 다음에, 입출력 데이터를 이용하여 선형회귀분석으로 부분표현식의 계수를 구하고 중간변수를 구한다. 중간변수에 의한 새로운 입출력 데이터를 구성하여 부분표현식의 계수와 중간변수를 구한다. 다음 계층에서도 이와 같은 연산을 되풀이하며, 알고리즘의 종료 판정을 만족할 때까지 반복한다. 알고리즘을 종료한 후 얻어진 부분표현식은 계층적으로 조합하여 최종 모델을 얻는다.

PNN 구조는 1 층과 그 이후 층의 부분표현식을 구성하는 방법에 따라 모델의 구조가 정해지는데, 1 층과 그 이후 층이 각각 서로 동일 입력변수 수를 가지는 경우와 서로 다른 입력변수 수를 가지는 경우의 두 구조로 분류되며 이를 기본(Basic) PNN, 변형된(Modified) PNN 구조라 한다. 또한 이들 각 구조는 동일차수를 가지는 구조(Case 1)와 서로 다른 차수를 가지는 구조(Case 2)로 구분할 수 있다. 그림 2는 NFNP의 후반부 구조인 PNN 구조를 보여준다.

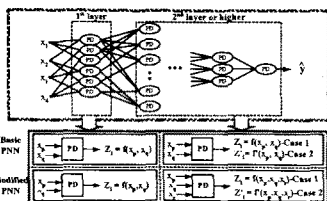


그림 2. PNN 구조  
Fig. 2. PNN structure

그러나 그림 2의 구조를 가진 PNN은 적은 입력 시

시스템을 가진 공정에 대한 적용이 어렵다. PNN의 다양한 구조를 이용하기 위해선 4입력 이상의 시스템 입력을 요구한다. 따라서 본 논문에서는 이러한 PNN의 단점을 보완하고 제안된 모델의 성능 향상을 위해 PNN 구조를 개선한다. 개선된 PNN은 그림 3과 같고 이는 2 또는 3의 시스템 입력을 가진 공정에 대해서도 PNN의 높은 유연성과 다양한 구조의 효과를 얻을 수 있다. 그림 3에서 화살표는 전 층의 대응하는 동일한 노드가 현재 층으로 이동함을 나타내며, NOP는 연산이 수행되지 않는 노드를 표시한다.

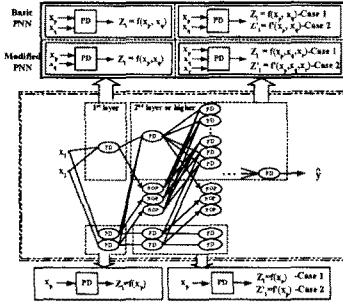


그림 3. 개선된 PNN 구조  
Fig. 3. Advanced PNN structure

### 2.2 기본 NFNP 구조

기본 NFNP 구조는 NFNP와 기본 PNN의 결합 구조로 그림 3과 같이 네트워크를 형성하는 각 층의 노드에 1) 동일 입력변수 수 및 동일 다항식 차수(Case 1) 또는 2) 동일 입력변수 수 및 1층과 2층 이상에 다른 다항식 차수(Case 2)를 적용한 구조이다. 기본 NFNP는 그림 1에 나타난 NFNP의 연결점과 기본 PNN의 결합으로부터 그림 4의 구조를 가진다.

Case 1. 동일 입력변수 수와 동일 다항식 차수를 가지는 구조: 그림 4에서 NFNP 후반부 2층 이상의 부분표현식이 1층과 동일한  $z_i = f(x_p, x_q)$ 의 경우로써 1층에서 2입력 Type 2로 입력변수 수와 다항식 차수가 정해진다. 다음 층에서도 전 층과 같은 다항식 차수로 부분표현식이 구성되어 최적의 추정모델을 얻는 구조이다.  
Case 2. 동일 입력변수 수와 서로 다른 다항식 차수를 가지는 구조: 후반부 2층 이상의 부분표현식이  $z'_i = f(x_p, x_q)$ 의 경우로, 1층에서 2입력 Type 1로 NFNP 후반부 노드의 입력변수 수와 다항식 차수를 정한다면, 다음 층에서는 입력변수의 수를 동일하게 설정하고, Type을 변화시킴으로써 계층끼리의 상호 연계성을 고려한다. 그림 4에서 NFNP 후반부 부분표현식의 출력  $z_i, z'_i$  표시는 상호간 서로 다른 Type이 이용되었음을 의미한다.

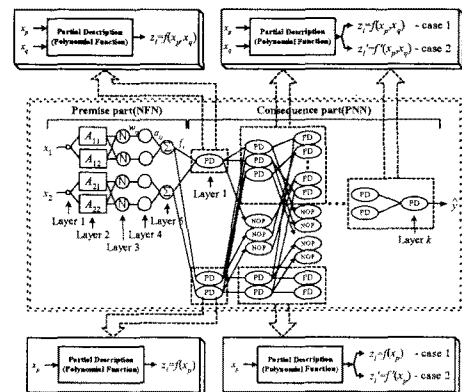


그림 4. 기본 NFNP 구조  
Fig. 4. Basic NFNP architecture

## 2.2 변형된 NFPN 구조

변형된 NFPN 구조는 NFN과 변형된 PNN의 결합이며 그림 5와 같다. 변형된 PNN 구조는 1층과 2층 이후의 다항식 입력변수 수가 서로 다른 구조를 가짐으로써 계층구조의 간략성과 상호연계성이 고려된 구조이다. 따라서 복잡한 고차 회귀다항식 사용이 용이하며, 간편한 구조의 구성이라고 할 수 있다.

Case 1. 서로 다른 입력변수 수와 동일 다항식 차수를 가지는 구조; 그림 5에서 NFPN 후반부 1층의 부분표현식이  $z_i=f(x_p, x_q)$ 이고, 2층 이상에서의 부분표현식이  $z_i=f(x_p, x_q, x_r)$ 인 경우로 1층에서의 부분표현식과 2층 이상에서의 부분표현식이 서로 다른 입력 구조를 가진다.

Case 2. 서로 다른 입력변수 수와 서로 다른 다항식 차수를 가지는 구조; NFPN 구조인 그림 5에서 후반부 1층에서의 부분표현식은  $z_i=f(x_p, x_q)$ 이고, 2층 이상에서의 부분표현식은  $z_i=f(x_p, x_q, x_r)$ 인 경우로써 1층에서의 부분표현식과 2층 이상에서의 부분표현식의 입력 구조가 서로 다른 형태를 띄고 있을 뿐만 아니라, 부분표현식의 Type을 서로 다르게 설정할 수 있는 구조이다.

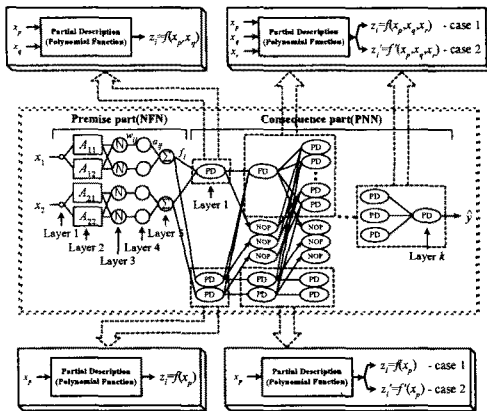


그림 5. 변형된 NFPN 구조  
Fig. 5. Modified NFPN architecture

## 3. 시뮬레이션

제안된 NFPN 구조의 시뮬레이션 및 평가를 위해 비선형 공정에 대한 성능 평가의 척도로 사용되고 있는 가스로 공정(6-9,11,12)을 사용한다. 모델의 평가 기준인 성능지수(Performance Index:PI)는 식(6)을 이용한다. 앞서 언급한 NFPN의 전반부 구조인 NFN의 최적화를 위하여 사용된 Gas[3,4]의 연산값들로 세대는 100세대, 군집은 60개체까지 진행시켰으며, 각 문자열의 길이는 10 bit를, 교배율은 0.6, 돌연변이 발생율은 0.35를 사용한다. 가스로 공정 모델링을 위해 입출력 데이터 쌍으로 3입력 1출력 ( $u(t-2), y(t-2), y(t-1);y(t)$ )을 고려한다.  $u(t)$ 는 가스 흐름율,  $y(t)$ 는 이산화탄소 농도이다.

표 1은 NFPN의 성능지수를 보여주고 있다. 전반부에 이용된 NFN은 각 입력에 대해 2개의 멤버쉽함수를 가지며, 유전자 알고리즘에 의해 최적화된 구조로  $PI=0.024$ ,  $E\_PI=0.126$ 의 성능지수 값을 가진다. 여기서 PI는 학습 성능지수를, E\_PI는 테스트 성능지수를 의미한다. NFPN 모델은 후반부 구조인 PNN의 다양한 변화를 위해 개선된 모델을 사용하여 최적의 네트워크를 생성한다. 표 1에 보여지는 것처럼 NFN과 PNN의 결합 형태인 NFPN은 구조를 다양하게 변화시킴으로써 설계자가 원하는 모델을 얻을 수 있으며, 적은 시스템 입력을 가진 모델에 대해서도 다중 입력과 고차 회귀다항식의 다층 구조를 효과적으로 이용할 수 있다.

그림 6은 기본 NFPN의 Case 2 구조를 보여 주고

있다. 전반부 구조는 각 입력에 대해 2개의 멤버쉽함수를 적용하였고 후반부 구조는 3입력 Type 1→3 구조를 가진다. 그림 7은 NFN과 3→4입력 Type 3→2 구조를 가진 PNN의 결합인 변형된 NFPN의 최적 구조를 보이며, 그림 8은 이 구조에 대한 학습과정을 보여준다. 그림 8(a)는 학습 데이터, 그림 8(b)는 테스트 데이터에 대한 학습 과정을 보여주고 있다.

표 1. NFPN 성능지수

Table 1. Performance index of NFPN

NFPN	전반부(NFN) 멤버쉽함수	후반부(PNN) 구조	층	PI	E_PI
변형된 구조	Case 1	2+2+2	3 입력 Type 1→3	1 0.0224	0.137
				2 0.0220	0.134
				3 0.0221	0.131
				4 0.0203	0.123
				5 0.0205	0.119
	Case 2	2+2+2	2→4 입력 Type 2	1 0.1046	0.198
				2 0.0194	0.132
				3 0.0184	0.122
				4 0.0181	0.119
				5 0.0178	0.115
Case 2	2+2+2	3→4 입력 Type 3→2	1 0.0221	0.135	
			2 0.0204	0.147	
			3 0.0191	0.127	
			4 0.0198	0.120	
			5 0.0177	0.113	

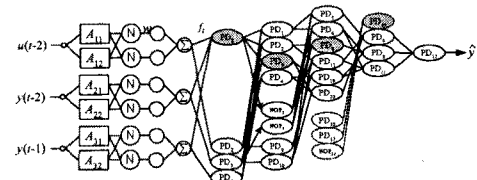


그림 6. 기본 NFPN의 최적 구조(Case 2)

Fig. 6. Optimal architecture of the basic NFPN architecture in Case 2

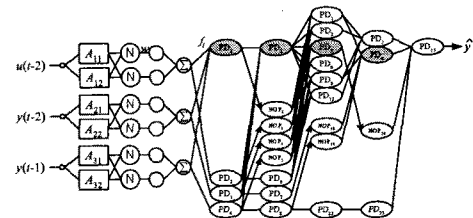
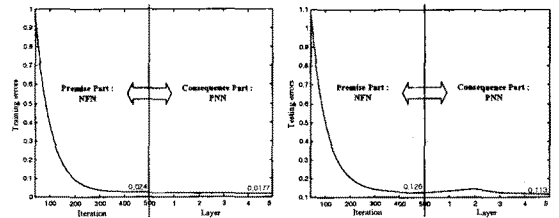


그림 7. 변형된 NFPN의 최적 구조(Case 2)

Fig. 7. Optimal architecture of the modified NFPN architecture in Case 2



(a) PI (b) E\_PI

그림 8. 변형된 NFPN의 학습 과정(Case 2)

Fig. 8. Learning procedure of the modified NFPN in Case 2

표 2. 기존 모델과의 동정오차 비교

Table 2. Comparison of identification errors with previous models

Model		PI	E PI	
Lin and Cunningham's model[7]		0.071	0.261	
Kim's model[8]		0.034	0.244	
Oh's fuzzy model[11]		0.020	0.264	
Oh's FNN model[12]		0.021	0.332	
Oh and Pedrycz's fuzzy model[9]		0.020	0.271	
제한된 모델 (NFPN)	기본 구조	Case 1	0.0198	0.121
		Case 2	0.0205	0.119
	변형된 구조	Case 1	0.0178	0.115
		Case 2	0.0177	0.113

그림 6와 7에서 보여지는 것처럼 최적 네트워크는 각 특징에 따라 서로 다른 네트워크를 형성함을 알 수 있다. 표 2는 기존의 모델링 방법과 제안된 모델링 방법의 동정오차를 비교하여 보여주며, 제안된 모델은 기존 모델들의 학습 성능지수보다 우수한 뿐만 아니라, 테스트 데이터를 고려한 테스트 성능 즉 예측 성능면에서도 우수한 특성을 보인다.

#### 4. 결 론

복잡한 비선형 시스템의 최적 모델 동정을 위하여 뉴로퍼지 컴퓨팅의 새로운 구조 형태인 하이브리드 형 구조, 즉 NFPN 구조를 제안하였다. 제안된 NFPN은 NFN과 PNN을 기반으로 한 합성구조로 NFN은 NFPN 구조의 전반부를, PNN은 후반부를 구성한다. 적은 입력을 가진 시스템에 대한 적응성을 높이기 위해 후반부 구조인 PNN을 개선함으로써 전체 NFPN 구조의 유연성(적응성), 확장성 및 출력성능을 향상시켰다. 이를 바탕으로 기본 구조와 변형된 구조를 가진 NFPN 구조를 설계하였으며, 비선형 공정 특성에 따른 유연성을 가진, 즉 노드의 생성 및 소멸과정을 거쳐 최적의 네트워크 구조를 얻을 수 있었고 이러한 특징을 가진 NFPN은 구조 설계에 의한 모델의 표현과 적응 능력으로부터 복잡한 다변수 비선형계의 시스템에 대해 우수한 근사 및 예측성능을 가진 모델 동정이 가능하였다.

#### 감사의 글

본 논문은 2001년 에너지 관리공단의 에너지기술 학술 진흥 사업 연구비에 의하여 지원하였음.

#### [참 고 문 헌]

- [1] Shin-ichi Horikawa, Takeshi Furuhashi and Yoshiki Uchigawa, "On Fuzzy Modeling Using Fuzzy Neural Networks with the Back Propagation Algorithm", *IEEE trans. Neural Networks*, Vol. 3, No. 5, pp. 801-806, 1992.
- [2] Takeshi Yamakawa, "A New Effective Learning Algorithm for a Neo Fuzzy Neuron Model", *5th IFSA World Conference*, pp. 1017-1020, 1993.
- [3] David E. Goldberg, *Genetic Algorithms in search, Optimization & Machine Learning*, Addison-wesley, 1989.
- [4] Zbigniew Michalewicz, *Genetic Algorithms + Data Structure = Evolution Programs*, Springer-Verlag, 1992.
- [5] A. G. Ivahnenko, "The group method of data handling : a rival of method of stochastic approximation", *Soviet Automatic Control*, Vol. 13, No. 3, pp. 43-55, 1968.
- [6] G. E. Box and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis : Forecasting and Control*, Holden-day, 1970.
- [7] Y. Lin and G. A. Cunningham III, "A new

- approach to fuzzy-neural modeling", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 3, No. 2, pp. 190-197, 1995.
- [8] E. Kim, H. Lee, M. Park and M. Park, "A simply identified Sugeno-type fuzzy model via double clustering", *Information Sciences*, Vol 110, pp.25-39, 1998.
- [9] S. K. Oh and W. Pedrycz, "Fuzzy Identification by Means of Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems", *Fuzzy Sets and Syst.*, Vol. 115, No. 2, pp. 205-230, 2000.
- [10] 오성권, 김동원, 박병준, "다항식 뉴럴네트워크 구조의 최적 설계에 관한 연구", *대한전기학회논문지*, 제49권 3호, pp.145-156, 2000.
- [11] 박병준, 오성권, 안태천, 김현기, "유전자 알고리즘과 하중값을 이용한 퍼지 시스템의 최적화", *대한전기학회논문지*, 제48권, 제6호, pp. 789-799, 1999.
- [12] 오성권, 박병준, 박준성, "적용 퍼지-뉴럴네트워크를 이용한 비선형 공정의 온-라인 모델링", *대한전기학회논문지*, 제48권, 제10호, pp. 1293-1302, 1999.
- [13] S.-K. Oh and W. Pedrycz, "The Design of Self-organizing Polynomial Neural Networks", *Information Sciences*, 2001(To appear).