

디퓨저에서 벽면으로의 방출유로에서의 난류유동에 관한 수치해석적 연구

A Numerical Study on the Turbulent Flow in the Discharge Flow Path from a Diffuser to a Wall

*이 준*¹⁾, 김영인¹⁾

J. Lee, Y. I. Kim

A numerical study was made to choose the better turbulence model for the flow in the discharge flow path from a diffuser to a wall. In this study standard $k-\epsilon$ model(SKE), RNG $k-\epsilon$ model(RNG), and Reynolds stress model(RSM) were applied. In case of the flow with relatively high Reynolds number at a diffuser inlet, the pressure loss coefficients by RNG have a tendency to be near to those by SKE at small ratio(below about 0.35) of h/D_0 , but to those by RSM at large ratio(above about 0.35). At large ratio RNG begins to enlarge the effects of rapid strain and streamline curvature. RNG & RSM are recommended as the appropriate turbulence models for this case. But it is noticeable that the velocity gradient pattern in RNG is same as in SKE, and also that the total pressure distribution in RNG is same as in RSM only at swirling flow area, same as in SKE only at main flow area.

1. 서론

디퓨저로부터 유출하는 유체가 벽면에 충돌하는 유동의 경우, 압력손실의 크기 정도와 관련된 주 영향인자는 디퓨저 끝에서 벽면까지의 상대적인 거리이다. 어떤 경우에는 벽면이 손실을 증가시키기도 하고 그렇지 않는 경우도 있다. 확산각이 $\alpha=30^\circ$ 이하인 디퓨저의 경우에는 후단에 벽면이 놓여 있다면 그 벽면은 항시 손실을 증가시키는 요인이 된다. 반면에 확산각이 $\alpha=30^\circ$ 이상인 경우에는 디퓨저 끝에서 벽면까지의 거리를 잘 고려한다면 그 벽면이 오히려 총 손실을 감소시키는 요인이 될 수 있다.

디퓨저 후단에 놓여있는 벽면은 유동을 퍼지게 하게 하는 추가적인 압력을 생성시킨다. 이러한 압력의 생성은 유동분리영역(flow separation region)을 감소시켜 유동을 효과적으로 퍼지게 하며 이로 인해 디퓨저에서의 압력손실이 감소된다. 또한 이 벽면은 유동이 디퓨저를 떠나기 전

부터 미리 유동을 방사방향으로 회전시키게 한다.

만일 디퓨저의 출구 모서리가 매끄럽게 굽어져 있지 않다면, 유동의 회전시 Fig. 1(a)에서와 같이 디퓨저 출구 면적이 작아져 제트가 상당히 수축되며 그 결과로서 운동에너지가 증가된다. 그러므로 확산각이 작은, 즉 회전하는 부근에서의 평균 유동 속도가 큰, 디퓨저의 경우 후단에 벽면이 놓여있다면 출구에서의 제트 수축으로 인한 추가적인 손실이 유동이 퍼지고 제트가 확장되는 이득에 비해 더 클 수 있다. 반면에 확산각이 큰 디퓨저의 경우 후단에 벽면이 놓여있다면 유동의 회전으로 인한 손실은 상대적으로 적으며 또한 벽면으로 인해 이득이 더 많이 나타나게 된다.

만일 디퓨저의 출구 모서리가 매끄럽게 굽어져 있다면, Fig. 1(b)에서와 같이 제트 수축을 줄일 수 있으며 또한 추가적인 제트 확장을 일으키는 환형(annular) 디퓨저의 형상을 야기할 수 있다. 이러한 유동현상은 운동에너지를 압력에너지로 바꾸는 기능을 한다. 그러므로 확산각이 아주 작은 경우를 제외한 모든 디퓨저의 경우 후단에 벽면이 놓여있다면 제트 확장 관점에서는 항시 긍

1) 한국원자력연구소 동력로기술개발팀
(305-353 대전시 유성구 덕진동 150
Tel : 042-868-2963))

정적인 효과를 얻을 수 있다.

상기 현상을 나타내는 다양한 경험적 연구가 수행된 바 있다^[1]. 여기서는 디퓨저의 형태별로 벽면까지의 거리에 따른 압력손실계수의 변화에 관한 연구가 수행되었으며 그 변화의 추이를 잘 나타내고 있다. 한편 다양한 응용 분야에 적용하기 위해서는 입구 유동의 레이놀즈수의 변화에 대한 추가 관찰이 필요할 것으로 여겨지며 또한 유로형상이 변경되는 경우나 유동장에 상당한 영향을 미치는 유동분리 등의 유동현상이 심화되는 고 레이놀즈수 난류유동의 경우에는 보다 정확한 유동장 예측이 가능한 해석모델의 정립이 필요하다.

본 연구에서는 Fig. 2에서와 같은 디퓨저에서 벽면으로 방출되는 확산유로에서 입구 유동의 레이놀즈수의 변화, 벽면까지의 거리 등을 변수로

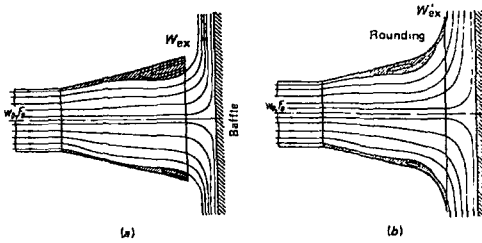


Fig. 1 Flow pattern at the diffuser exit onto a wall^[1]
 (a) without rounded exit edges
 (b) with rounded exit edges

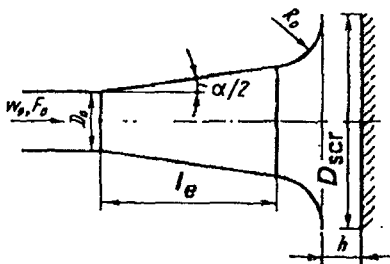


Fig. 2 A Diffuser and a wall with the general optimum characteristic parameters^[1] :

$$\frac{l_e}{D_0} \approx 2.5, \alpha = 14^\circ, \frac{R_0}{D_0} \approx 0.7, \frac{D_{SCR}}{D_0} \approx 3.0$$

하여 압력손실을 계산하였다. 또한 레이놀즈수

에 따른 보다 정확한 유동장 계산이 가능한 난류 모델을 선정하기 위해 난류모델에 따른 영향평가를 수행하였다. 난류모델은 표준 $k-\epsilon$ 모델(SKE)과 RNG $k-\epsilon$ 모델(RNG) 그리고 레이놀즈응력 모델(RSM)을 적용하였다.

2. 지배방정식 및 난류모델

2.1 지배방정식

본 연구의 대상 유체는 압력이나 유속에 따라 체적이 변하는 압축성의 효과를 무시할 수 있는 비압축성 유체이다. 비압축성 유체에 대한 일반적인 질량 및 운동량 보존식은 아래와 같다.

$$\text{연속방정식} : \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

Navier-Stokes방정식 :

$$\rho \left(\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

대상 유체의 유동은 난류유동이므로 Navier-Stokes 방정식에서 각 성분을 평균성분과 변동성분으로 분해하여 재구성하면 Reynolds-averaged Navier-Stokes 방정식이 된다. 본 연구에서는 정상류에 대한 Reynolds-averaged Navier-Stokes 방정식(이하 “시간평균 Navier-Stokes 방정식”이라 한다.)을 지배방정식으로 하며 결과식은 아래와 같다.

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \left(\bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u_i u_j} \right) \quad (4)$$

식(4)에는 새로운 항 $-\rho \overline{u_i u_j}$ 이 나타남을 알 수 있다. 이 항은 난류에 의해 발생하는 난류응력항으로서 레이놀즈응력항이라 하며 상기 속도 변동성분에 의한 운동량수송의 증가분을 나타낸다. 다음 항에서 기술되는 난류모델은 바로 이 응력항의 처리방법에 관한 것이다.

2.2 난류모델

본 연구에서는 난류모델로 와점성 모델인 SKE와 RNG, 그리고 이외 RSM을 적용하였다.

와점성 모델은 레이놀즈응력항을 모델링하기 위해 일반적인 방법인 레이놀즈응력과 평균속도

구배와의 관계를 나타내는 Boussinesq 가설을 도입함으로써 출발하게 된다. 이 가설은 레이놀즈 응력이 평균속도의 변형율에 비례한다고 가정하는 원리로서 아래와 같이 표현된다.

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (5)$$

비례계수 μ_t 는 난류의 상태에 따라 변하는 값으로 와점성계수(eddy viscosity)라 부르며 이 가설에서는 등방성 스칼라 양으로 가정된 값이다. 여기서 $k [= \frac{1}{2}(\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2})]$ 는 난류에너지이며 δ_{ij} (0 for $i \neq j$, 1 for $i = j$)는 Kronecker delta 이다.

RSM은 레이놀즈응력항에 대해 상기 가설을 사용하지 않고 직접 레이놀즈응력항을 모델링하여 이를 구하는 방법이다.

각각의 난류모델에 대한 모델링, 장단점 등은 참고문헌^{[2][3][4]}에 기술되어 있다.

3. 수치해석 및 경계조건

3.1 수치해석 방법^{[2][5]}

본 연구에서는 해석코드로 FLUENT를 사용하였다. Navier-Stokes 방정식은 연속적인 위치에서 미지수를 지니고 있는 미분형태의 방정식이다. 이에 대한 근사해를 구하기 위해 이산화 방법으로 유한체적법이 사용되었다.

미소체적에 대한 적분을 수행하는 과정에서 대류항에 사용하는 보간 방법으로 QUICK scheme을 선택하여 사용하였다. 이외 비엇갈림 격자, 운동량 보간법이 사용되었다.

비압축성 유동에서는 압력을 구하기 위한 명시적인 방정식이 없다. 이를 해결하기 위해 압력과 속도를 연계하여 수정하면서 계산하는 SIMPLE algorithm이 사용되었다. 이 algorithm을 사용함으로써 압력은 연속방정식과 운동량방정식으로부터 간접적으로 구하게 된다.

반복계산법에서 반복계산에 의한 수렴성을 증가시키기 위해 하향이완 기법이 사용되었다.

3.2 경계조건^[6]

3.2.1 유동 경계조건

SKE 또는 RNG의 경우, k , ε 에 대한 경계조

건이 필요하다. k 에 대한 경계조건은 아래 식으로부터 결정된다.

$$k = \frac{3}{2} (u_{avg} I)^2, \text{ 여기서 } I \text{는 난류강도}$$

$$\left(\equiv \frac{u}{u_{avg}} \cong 0.16 Re_{D_n}^{-\frac{1}{8}} \right) \text{이다.}$$

ε 에 대한 경계조건은 아래 식으로부터 결정된다.

$$\varepsilon = C_\mu^{\frac{3}{4}} \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l}, \text{ 여기서 } C_\mu \text{는 실험상수} (\approx 0.09) \text{이}$$

며 l 은 난류 길이척도이다.

RSM의 경우, ε 에 대한 경계조건과 더불어 SKE에 비해 각 레이놀즈응력에 대한 경계조건이 추가로 필요하다. 각 레이놀즈응력에 대한 경계조건은 난류가 등방성이라고 가정하여 아래 식으로 결정된다.

$$\overline{u_i u_j} = 0.0, \quad \overline{u_i^2} = \frac{2}{3} k \quad (i=1,2,3), \text{ 여기서 } \overline{u_i^2}$$

는 각 방향에서 수직 레이놀즈응력 성분(normal Reynolds stress component in each direction)이다.

ε 에 대한 경계조건은 SKE에서와 같은 방법으로 결정된다

3.2.2 벽 경계조건

SKE 또는 RNG의 경우, k , ε 에 대한 경계조건이 필요하며 벽함수 또는 2개층영역모델(two-layer zonal model)^{[6][7][8]}로부터 계산된다.

RSM의 경우, 레이놀즈응력 및 ε 에 대한 경계조건이 필요하다. 레이놀즈응력에 대한 경계조건은 레이놀즈응력의 수송방정식에서 대류와 확산을 고려하지 않고, 대수법칙 및 평형관련 가정사항을 사용함으로써 계산된다. 벽에 인접한 셀에서의 레이놀즈응력은 국부 좌표계(local coordinate system)를 사용하여 아래 식으로부터 계산된다.

$$\frac{\overline{u_\tau^2}}{k} = 1.098, \quad \frac{\overline{u_n^2}}{k} = 0.247, \quad \frac{\overline{u_\lambda^2}}{k} = 0.655, \quad -\frac{\overline{u_\tau u_n}}{k} = 0.255,$$

여기서 τ 는 tangential coordinate, n 는 normal coordinate, λ 는 binormal coordinate 이다. 상기 k 값을 얻기 위해서는, k 수송방정식을 푼다. 효과적인 계산수행을 위해, 구해진 k 값이 오직 벽 근처에서 필요할 지라도, 상기 수송방정식은

유동이 지배하는 전체 영역으로부터 계산된다. 계산절차상, 벽 근처에서의 레이놀즈응력 값은 상기 식으로부터 결정되고 반면 bulk flow 영역에서의 레이놀즈응력 값은 레이놀즈응력의 수송 방정식으로부터 결정된다.

ϵ 에 대한 경계조건은 벽함수 또는 2개층영역모델로부터 계산된다.

4. 모의 유로형상 및 Case

모의대상 유로형상은 디퓨저에서 벽면으로 방출되는 유로형상으로서 디퓨저 형태는 출구 모서리가 매끄럽게 굽어져 있는 형태이며 디퓨저 후단에는 벽면이 놓여있어 유동이 벽면에 충돌하여 360도 벽면방향으로 확산방출되는 Fig. 2를 대상으로 하였다.

본 해석은 2차원 축대칭으로 하여 수행하였으며, 격자 수 변화에 따른 속도, 압력 등의 일관성을 점검하기 위해 2차원 축대칭 해석격자에 대한 민감도 분석을 수행하였다. 분석 결과 약 12,000 개 이상의 해석격자에서는 큰 차이를 보이지 않았다.

해석격자의 형상은 Fig. 3에 나타나 있다. Fig. 3에서 x축은 유로의 축방향이며 y축은 반경방향이다. 후에 5장에서는 반경방향의 임의 단면에서의 반경방향 속도 크기 및 전압력이 고찰되어 있다. 해석격자는 유동을 따라가는 사각형 정렬 격자로 속도가 급격히 변화하는 벽면근처에서는 조

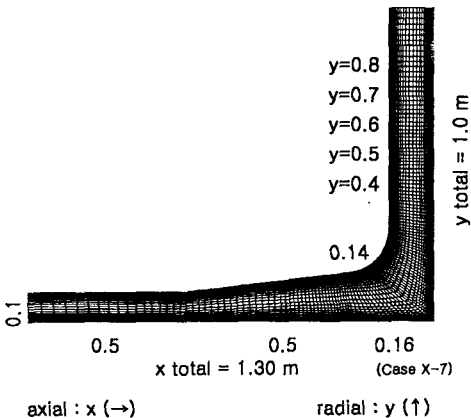


Fig. 3 Configuration of analysis grid

밀한 격자 간격을 유지하고 벽면으로부터 멀어지면서 서서히 격자의 간격을 증가시켰다.

벽면으로부터 첫 번째 격자는 벽함수를 사용하는 경우는 $y^+ \approx 50 \sim 500$ 에 위치하도록 설정하고 벽함수를 사용하지 않은 경우는 $y^+ < 1$ 이 되도록 설정하였다.

해석방법으로는 디퓨저 입구의 수직직경에 대한 디퓨저 끝에서 벽면까지의 거리의 비 h/D_0 에 따른 ζ (압력손실계수) 값의 변화추이를 각각 레이놀즈수가 다른 경우에 대해 해석하였다. 모의 Case는 Table 1에 나타나 있다. 여기서 비교란의 레이놀즈수는 유로 입구에서의 유동에 대한 레이놀즈수로서 3 종류로 임의 구분하여 명시하였으며, 이하 내용에서는 “Case A, B, C”를 각각 “저, 중, 고 레이놀즈수의 경우”로 기술하였다.

Table. 1 Simulation case for analysis

Case no.	h/D_0 ratio	Simulation model			Re
		SKE	RNG	RSM	
A-1 ~A-7	0.1 ~0.8	o	o	o	1.23E4
B-1 ~B-7	0.1 ~0.8	o	o	o	2.74E4
C-1 ~C-7	0.1 ~0.8	o	o	o	1.37E5

5. 결과 및 고찰

Fig. 4에는 저, 중, 고 등 3 가지 임의 레이놀즈수에 따라 ζ 의 변화가 h/D_0 비의 함수로 나타나 있으며 또한 난류모델별 ζ 의 변화가 나타나 있다.

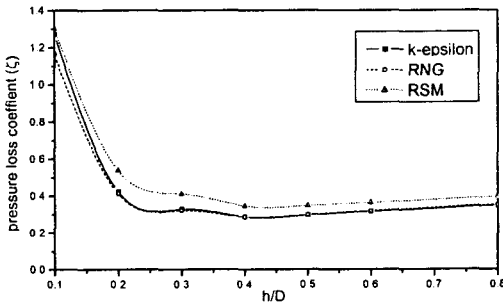
ζ 의 변화추이를 검증하는 차원에서 경험상관식을 모의하였다. 경험상관식^[1]에서의 유동 및 계측조건에 대한 자료 부족으로 인해 경험상관식과의 직접 비교는 수행할 수 없었으나, 레이놀즈수가 상대적으로 낮은 임의 유동조건으로 비교한 결과 Fig. 4(b)에서와 같이 ζ 의 변화추이는 경험상관식에 근접한 결과를 나타내었다.

압력손실 관점에서 난류모델에 따른 영향을 평가한 결과 RSM에 의한 ζ 는 SKE 또는 RNG에 비해 전반적으로 높은 값을 나타내고 있다.

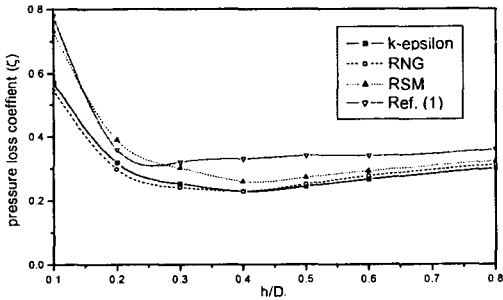
유로 입구에서의 유동이 저 레이놀즈수 유동의 경우, 유발되는 와류의 영향이 작아 각 모델별로 h/D_0 비에 대한 ζ 값들은 다소 차이를 보이고

있으나 ζ 값들의 변화추이는 대체적으로 유사하다. RNG는 SKE와 유사한 경향을 보이고 있으며, RNG 및 SKE는 RSM에 비해 ζ 값을 다소 낮게 계산하고 있다.

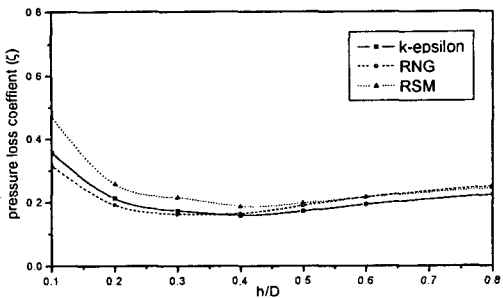
유로 입구에서의 유동이 고 레이놀즈수 유동의 경우, 상기 저 레이놀즈수 유동에서의 현상이 좀 더 심화되고 있음을 알 수 있다. RNG에 의한 ζ 값들은 h/D_0 비가 0.35 정도를 기준으로 그 이하



(a) Case A



(b) Case B



(c) Case C

Fig. 4 Pressure loss coeff.(ζ)

에서는 SKE에 근접해 가는 경향을 보이고 있으나, 그 이상에서는 h/D_0 비가 증가함에 따라 와

류의 영향으로 인해 SKE와는 차이를 보이기 시작하여 점차 RSM에 근접해 가는 경향을 보이고 있다. RSM은 타 모델에 비해 높거나 같은 경향을 보이고 있다.

본 해석대상 유로에서, SKE의 경우는 유체저항을 증가하는 방향으로 유동장에 영향을 미치는 와류 등의 유동현상을 잘 모의하지 못하여 상대적으로 타 모델에 비해 ζ 값을 낮게 예측하는 것으로 판단된다. RNG의 경우는, SKE에 추가하여, 급격한 변형율을 형성하는 유동(rapidly strained flow) 및 곡면 유동(curvature flow) 등의 유동현상에 대한 좀 더 정확한 예측이 가능하도록 모델링이 되어 있어 SKE보다는 ζ 값이 점차 높게 나타나는 것으로 판단된다. RSM의 경우는 좀 더 현실적인 방법으로 즉, 와점성계수가 등방성을 가진다는 가정을 적용하지 않고 레이놀즈응력에 대한 수송방정식을 직접 푸는 방법으로 변형, 곡면 등에서의 급속한 변화에 대한 영향을 고려하기 때문에 타 모델에 비해 ζ 값이 높거나 같게 나타나는 것으로 판단된다.

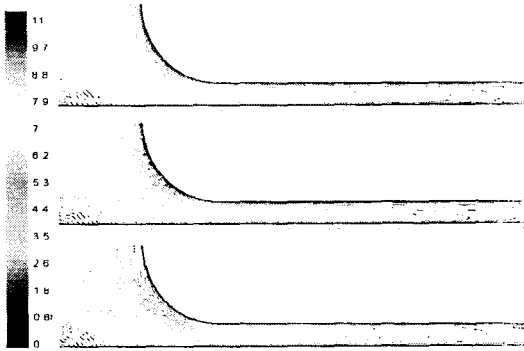
Fig. 5, 6에는 각각 고 레이놀즈수 유동에 대한 속도분포(Case C-3, C-7) 및 반경방향 단면 $y=0.4, y=0.5, y=0.6, y=0.7, y=0.8$ 에서의 반경방향 속도 크기(Case C-7)가 나타나 있다. Fig. 7에는 반경방향 단면에서의 전압력(Case C-7)이 나타나 있다.

Fig. 5에서와 같이 RNG에서의 속도분포는 와류가 발생하기 이전(Case C-3)에서는 SKE와 유사한 분포를 나타내고 있으며, 와류가 발생한 후(Case C-5 이후)에는 다소 차이를 보이고 있다. Fig. 5 및 Fig. 6(a), (b)에서와 같이 RNG는 SKE에 비하여 벽면 부근에서 속도구배가 더 크게 발생하는 것으로 계산하고 있다. 그러나 RNG와 SKE에 의해 계산된 전반적인 유동을 살펴보면 속도구배 값에서는 차이는 있지만 속도구배 양상은 매우 유사하다. 이러한 유사성은 RNG의 기본적인 틀이 SKE임을 암시하고 있다. 반면 Fig. 5 및 Fig. 6(c)에서와 같이 RSM에서는 타 모델과는 달리 모델링 방법이 상이하여 속도구배 양상이 매우 다르며 또한 RNG모델과 SKE에서 나타나지 않은 벽면에서의 반사현상도 계산하고 있다. 유선이 급격히 변화하는 지점, 즉 $y=0.4$ 전단에서 발생한 와류가 벽면에서 반사되는 유동에 의해 $y=0.6$ 이후에는 소멸되고 있다.

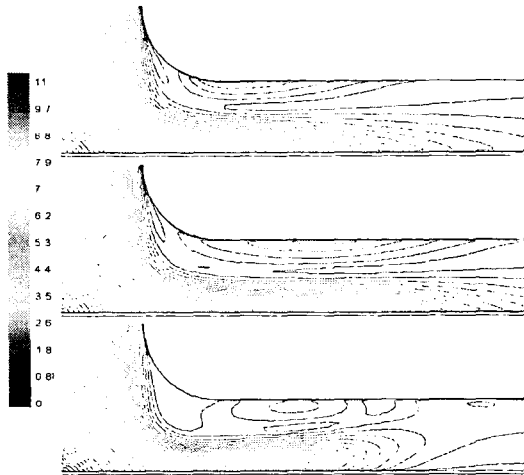
또한 RNG에서의 전압력분포는 와류가 발생하



기 이전(Case C-3)에서는 SKE와 유사한 분포를 나타내고 있으며, 와류가 발생한 후(Case C-5 이후)에는 다소 차이를 보이고 있다. Fig. 7에서와 같이 RNG에서의 와류가 발생한 후의 전압력 분포는 와류영역에서는 RSM과 유사하고 주유동 영역에서는 SKE와 유사하다.



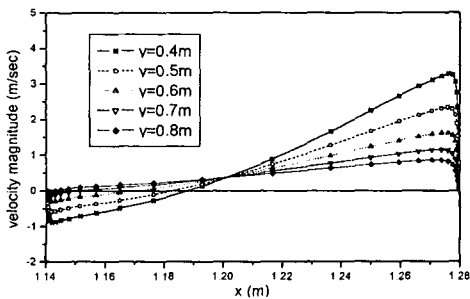
(a) Case C-3



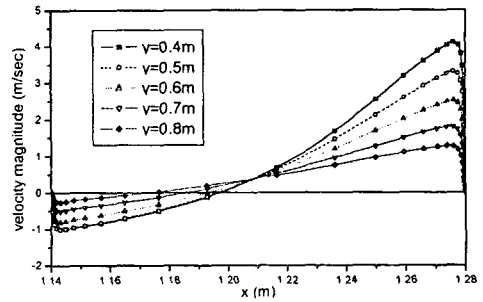
(b) Case C-7

(from the top, SKE, RNG, RSM)

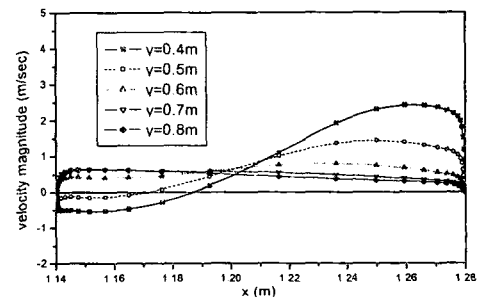
Fig. 5 Velocity distribution



(a) Case C-7 (SKE)

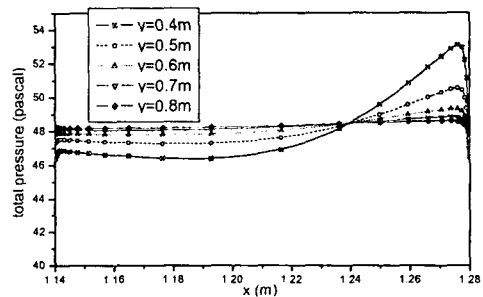


(b) Case C-7 (RNG)

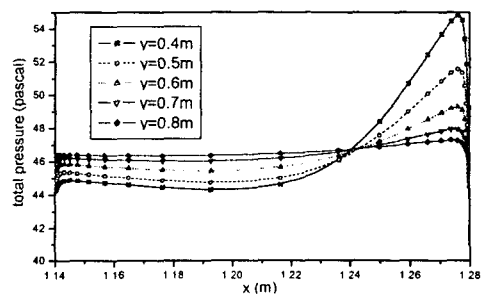


(c) Case C-7 (RSM)

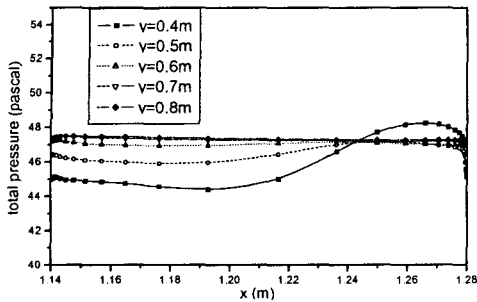
Fig. 6 Radial velocity magnitude



(a) Case C-7 (SKE)



(b) Case C-7 (RNG)



(c) Case C-7 (RSM)

Fig. 7 Total pressure

6. 결론

본 연구 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

압력손실 관점에서 난류모델에 따른 영향을 평가한 결과 RSM에 의한 ζ 는 SKE 또는 RNG에 비해 전반적으로 높은 값을 나타내었다.

유로 입구에서의 유동이 고 레이놀즈수 유동의 경우, RNG에 의한 ζ 값들은 h/D_0 비가 상대적으로 작은 범위에서는 SKE에 근접해 가는 경향을 보이고 있으나, 큰 범위에서는 h/D_0 비가 증가함에 따라 와류의 영향으로 인해 SKE와는 차이를 보이기 시작하여 점차 RSM에 근접해 가는 경향을 나타내었다.

유로 입구에서의 유동이 저 레이놀즈수 유동의 경우, 유발되는 와류의 영향이 작아 상기 3가지 난류모델 모두 h/D_0 비에 대한 ζ 값들은 다소 차이를 보이고 있으나 ζ 값들의 변화추이는 대체적으로 유사하다. 따라서 결과활용 측면에서 요구되는 정확도가 크지 않는 경우에는 일반적으로 많이 활용되고 있는 난류모델인 SKE를 사용하여도 타 모델에 비해 큰 차이가 없을 것으로 판단된다. 반면에 유로 입구에서의 유동이 고 레이놀즈수 유동의 경우, 유발되는 와류의 영향이 크므로 이를 보다 잘 예측하는 난류모델의 선정이 요구된다. RNG 및 RSM은 SKE에 비해 분방출유로에서의 압력손실에 영향을 미치는 와류 등의 유동현상을 좀 더 잘 예측하고 있는 것으로 판단된다. 그러나 RNG의 경우 속도구배 양상이 SKE와 매우 유사하며, 또한 와류가 발생한 후의 전압력분포가 와류영역에서는 RSM과 유사하고 주유동영역에서는 SKE와 유사한 사실은 주목할 만 하다.

참고문헌

- [1] I. E. Idelchik, "Handbook of Hydraulic Resistance", Second edition, Hemisphere Pub. Corp. (1986), p. 497~532
- [2] "FLUENT 5 User's Guide", Vol. 2, Fluent Inc. (1998), p. 9-4~6, 9-16~21, 9-30~39
- [3] Chuichi Arakawa, "Computational Fluid Dynamics for Engineering", University of Tokyo Press (1994)
- [4] D. Choudhury, "Introduction to the Renormalization Group Method and Turbulence Modeling", Fluent Inc. Technical Memorandum TM-107 (1993)
- [5] S. V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Pub. Corp. (1980)
- [6] "FLUENT 5 User's Guide", Vol. 1, Vol. 2, Fluent Inc. (1998), p. 6-12~14(Vol. 1), 9-38, 9-45~59, 9-67(Vol. 2)
- [7] M. Wolfstein, "The Velocity and Temperature Distribution of One-Dimensional Flow with Turbulence Augmentation and Pressure Gradient", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 12 (1969), p. 301-318
- [8] H. C. Chen and V. C. Patel, "Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation", AIAA Journal, Vol. 26, No. 6 (1988), p. 641-648