

주기적인 측벽가열에 반응하는 사각공동내의 이중확산 대류

Double-Diffusive Convection in a Rectangular Cavity Responding to Time-Periodic Sidewall Heating

곽 호상*
H. S. Kwak

A numerical investigation is made of unsteady double-diffusive convection of a Boussinesq fluid in a rectangular cavity subject to time-periodic thermal excitations. The fluid is initially stratified between the top endwall of low solute concentration and the bottom endwall of high solute concentration. A time-dependent heat flux varying in a square wave fashion, is applied on one sidewall to induce buoyant convection. The influences of the imposed periodicity on double-diffusive convection are scrutinized. A special concern is on the occurrence of resonance that the fluctuations of flow and attendant heat and mass transfers are mostly amplified at certain eigenmodes of the fluid system. Numerical solutions are analyzed to illustrate the characteristic features of resonant convection.

1. 서론

열공학 시스템의 전통적 설계는 정상상태 분석을 바탕으로 하여 적정용량을 평가하거나 최적형상 또는 운전조건을 찾는 데 초점을 맞추었다. 보다 효율적인 시스템의 구현과 운영에 대한 요구가 증대하면서 시스템의 동특성에 대한 이해를 기초로 하는 능동 열제어 기법 도입이 적극적으로 시도되고 있다. 주기적인 비정상 유동조건을 이용한 열전달 촉진방안이 그 중 하나이다[1-2].

Fu와 Shieh[3]는 밀폐형 자연대류 시스템에 기계적 진동을 가하여 열전달을 향상시킬 수 있음을 수치적으로 보여주었다. Lage와 Bejan[4]은 측벽에 계단파형의 점열식 열유속을 가할 경우, 자연대류 열전달의 변화량이 특정 주파수에서 크게 증폭되는 공진현상의 존재를 처음으로 보고하였다. Kwak과 Hyun[5]은 측벽가열형 용기에 주기적인 온도변화를 줄 경우 역시 자연대류 공진이 발생함으로 보이고 그 원인이 성층화된 비점성영역의 내부증력파에 의한 것임을 규명하였다. Antohe와 Lage[6], Kwak등[7]은 이러한 유체 공진현상을 이용하여 평균열전달율을 증대시킬 수

있음을 실험과 계산을 통하여 검증하였다.

열전달과 물질전달의 상호전환성(analogy)을 고려할 때 이러한 연구성과는 적절한 주기적 조건을 이용한 물질전달의 활성화 또한 실현가능한 방안임을 제안하고 있다. 그러나 물질전달을 대상으로 한 관련 연구는 아직 보고된 바 없다. 따라서 이 연구에서는 자연대류의 공진이라는 새로운 현상의 적용대상을 물질전달 시스템으로 확장하고자한다. 문제는 전기신호에 의한 제어가 용이한 주기적 가열조건과는 달리 주기적 농도경계조건을 조작하는 것이 상대적으로 어렵다는 점이다. 이 연구가 제시하는 해결방안은 다루기 어려운 농도조건 대신, 주기적 가열조건을 사용하는 것이다. 공진의 발생은 시스템이 가지는 고유의 진동수와 관계가 있으며 외부적 자극의 종류에 의존하지 않는다는 점을 이용하는 것이다. 주기적인 측벽가열을 통하여 유동을 활성화하여 물질전달의 향상을 도모할 수 있지 않을까 하는 것이 이 연구가 제기하는 문제의식이다.

이처럼 열전달과 물질전달이 공존하는 경우, 온도와 농도라는 확산율이 다른 두 가지 성질이 유체의 밀도, 즉 부력에 영향을 주게되는데 이러한 조건에서 일어나는 유동현상을 이중확산대류(double-diffusive convection)라 한다[8]. 그동안 밀폐공간내의 이중확산대류에 대하여 적지않

1) * 금오공과대학교 기계공학부
(730-701 경북 구미시 신평동 188
Tel: 054-467-4229)

은 연구가 이루어져 왔다 [9-14]. 연구의 초점은 주로 이중확산성(두 부력인자의 확산율의 차이)이 유동구조와 전달현상에 미치는 영향을 규명하는 것이었다. 주로 정상상태나 경계조건의 계단형 변화에 응답하는 과도거동이 연구대상이었다. 시간에 따라 주기적으로 변화하는 비정상 가열조건을 고려한다는 것이 이 연구가 기존 연구와 구분되는 점이다. 벽면에서 가해지는 온도변화의 주기성이 비정상 유동형태와 물질전달에 미치는 영향을 수치적 방법으로 조사할 것이다.

2. 수치계산 모형

연구대상 유동모형은 Fig.1에 개략적으로 나타내었다. 단열되었으나 물질투과는 가능한 수평벽과 물질투과는 불가능하지만 열전달을 허용하는 수직벽으로 구성된 폭 L 높이 H의 직사각형 용기에 비압축성 유체가 채워져있다. 유체의 밀도 ρ 는 온도 T와 농도 C에 의해 결정된다.

$$\rho = \rho_o [1 - \alpha(T - T_o) + \beta(C - C_o)] \quad (1)$$

여기서 α 는 열팽창계수, β 는 농도팽창계수이며 하첨자 o는 기준조건을 나타낸다.

용기의 윗벽은 농도 C_o 로 아랫벽은 이보다 높은 농도 $C_o + \Delta C$ 로 유지되고, 좌측벽의 온도는 T_o 로 일정하다. 열전달이 없다면 물질전달은 확산에 의해서만 이루어지므로 유체는 상하방향의 선형적 농도분포를 갖게되어 안정되게 성층화된다. 이 연구에서는 자연대류를 구동, 물질전달을 촉진하기 위하여 우측벽을 가열하였다. 가열방식은 Fig.2에 나타난 것과 같은 진폭 q_o'' , 주파수 f의 계단파형 점멸식 열유속조건이다.

지배방정식은 비압축성 Boussinesq 유체에 대한 Navier-Stokes 방정식과 열 및 물질 수송방정식이다. 무차원화된 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{Sc}{Ra}\right)^{1/2} \nabla^2 u \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} \\ = -\frac{\partial p}{\partial y} + \gamma\theta - S + \left(\frac{Sc}{Ra}\right)^{1/2} \nabla^2 v \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial(u\theta)}{\partial x} + \frac{\partial(v\theta)}{\partial y} = \left(\frac{Le}{RaPr}\right)^{1/2} \nabla^2 \theta \quad (5)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(uS)}{\partial x} + \frac{\partial(vS)}{\partial y} = \left(\frac{1}{RaSc}\right)^{1/2} \nabla^2 S \quad (6)$$

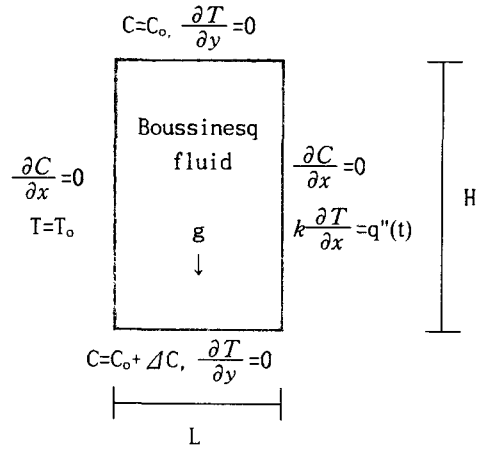


Fig. 1 Sketch of the flow configuration.

수평 및 수직방향의 공간좌표 (x,y)는 H로, 시간 t는 1/N로, 수평과 수직 방향 속도 (u,v)는 NH로 무차원화하였다. N은 농도 성층화 정도를 나타내는 Brunt-Vaisala 주파수, $N = (\beta g \Delta C / H)^{1/2}$ 이다. 무차원 온도는 $\theta = (T - T_o) / \Delta T$, 무차원 농도는 $S = (C - C_o) / \Delta C$ 이다. $\Delta T = q_o'' H / k$ 이고 k는 유체의 열전도계수이며 g는 중력가속도이다.

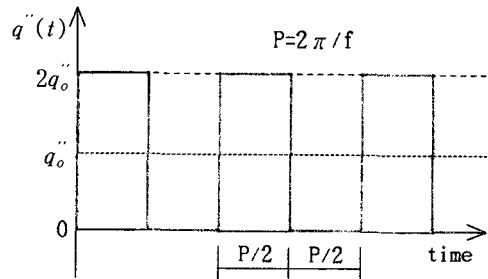


Fig. 2 Time-periodic heat flux imposed on one sidewall.

주요 무차원수는 중형비 $a = H/L$; 농도기준 레일리(Rayleigh)수, $Ra_S = \beta g \Delta C H^3 / \nu D$; 온도기준 레일리수 $Ra_T = a g q_o'' H^4 / (k \nu \alpha)$; 프란틀(Prandtl)수 $Pr = \nu / \chi$; 슈미트(Schmit)수 $Sc = \nu / D$; 루이스(Lewis)수 $Le = \chi / D$; 부력비 $\gamma = (a q_o'' H / k) / \beta \Delta C$ 이다. ν 는 동점성계수이고, χ 는 열확산계수이며, D는 농도확산계수이다.

경계조건은

$$u = v = \theta = \partial S / \partial x = 0 \text{ at } x = 0; \quad (7a)$$

$$u=v=\partial S/\partial x=0, \quad \partial\theta/\partial x=1+\text{sign}(\sin \omega t),$$

at $x=1/a$; (7b)

$$u=v=\partial\theta/\partial y=0, \quad S=1, \quad \text{at } y=0; \quad (7c)$$

$$u=v=\partial\theta/\partial y=0, \quad S=0, \quad \text{at } y=1. \quad (7d)$$

ω 는 무차원 주파수 $\omega = f/N$ 이다.

SIMPLER 알고리즘을 바탕으로 한 유한체적 모델을 이용하여 지배방정식의 수치해를 구하였다. 엇갈림 격자를 사용하였으며 경계층 분해능을 높이기 위하여 벽면 근처에 밀집도를 높인 비균일 격자계를 이용하였다. 대류항은 QUICK 기법으로, 그 이외의 항은 중앙차분법으로 이산화하였고 시간전진방법은 오일러(Euler) 음해법이다. 결과적인 수치계산의 정확도는 $O(\Delta x^2, \Delta t)$ 이다. 반복법에 기초한 이 계산모델에서 연속방정식의 오차가 10^{-8} 이하, 주요 변수의 상대변화가 10^{-4} 이하이면 수렴한 것으로 판정하였다. 계산 모델의 신뢰성은 유사문제를 다룬 선행연구[5,7,15]에서 확인되었으므로 검증을 생략하기로 한다.

여기서 결과에 논의에 필요한 인자를 정의하기로 한다. 용기내부의 수직방향 물질전달율의 계량지표가 되는 중간높이($y=1/2$)에서의 셔우드(Sherwood)수는 다음과 같이 정의된다.

$$Sh = a \int_0^{1/a} \left[\frac{\partial S}{\partial y} - vS \frac{1}{(ScRa)^{1/2}} \right]_{y=1/2} dx. \quad (8)$$

주기적으로 변화하는 변수 $\phi(t)$ 의 특성을 파악하기 위하여 다음의 두 인자를 도입하였다.

$$A(\phi) = \frac{\max[\phi(t)] - \min[\phi(t)]}{\phi_s} \quad (9)$$

$$G(\phi) = (\bar{\phi} - \phi_s)/\phi_s, \quad (10)$$

여기서 $\bar{\phi}$ 는 평균값이고 하첨자 s 는 동일한 평균열유속으로 일정하게 가열한 경우를 의미한다. 따라서, $A(\phi)$ 와 $G(\phi)$ 는 외부의 주기적 자극에 없는 경우에 대한 진동하는 물리량 $\phi(t)$ 의 상대적인 진동폭과 평균값의 변화량을 나타낸다.

γ	$\phi_{\max} (\times 10^{-3})$	θ_{\max}	Sh_s
0	0.000	0.000	1.000
1	0.691	0.324	2.687
2	0.871	0.260	4.376
4	1.010	0.221	6.881
8	1.127	0.189	11.34

Table. 1 Summary of the results for the cases with steady heating.

3. 결과 및 고찰

벽면가열의 주기성이 물질전달에 미치는 영향을 분석하기 위하여 기하학적 형상, 유체의 성질, 물질전달 조건은 고정하고 ($A=1/2, Pr=7, Le=10, Sc=70, Ra_s=10^8$) 가열조건을 바꾸어가며 계산을 수행하였다. 모든 계산에는 격자민감도 시험을 통해 경계층 분해능이 확인된 60×90 격자망을 사용하였다.

3.1. 정상 가열시의 기본 유동장

주기적 가열의 영향을 분석하는데 필요한 기본적인 정보를 확보하기 위하여 벽면에 일정한 열유속 q_w 가 가해지는 경우에 대하여 농도차에 대한 상대적인 가열강도 γ 의 크기를 바꾸어가며 계산을 수행하였다. 주요 결과는 Table 1에 요약하였다. $\gamma=0$ 이면, 유동은 없고 물질전달은 확산에 의해서만 이루어진다. γ 가 커지면 열전달에 의한 온도차가 수평방향의 추가적인 밀도구배를 만들어 유동을 구동함으로써 대류가 지배적인 전달기구가 되고 이에 따라 Sh 의 값이 증가한다.

Fig.3은 대표적인 경우의 유동구조와 온도, 농도, 밀도 분포를 보여주고 있다. γ 가 작은 경우, 가열에 의한 온도차가 유발하는 부력효과가 상대적으로 작아 내부 영역에서 농도 성층화의 영향력은 여전히 유효하다. 다층형의 유동구조가 이러한 조건의 이중확산대류에서 볼 수 있는 특징적인 모습이다[10-14]. Fig.3(a)에 보이는 두 개

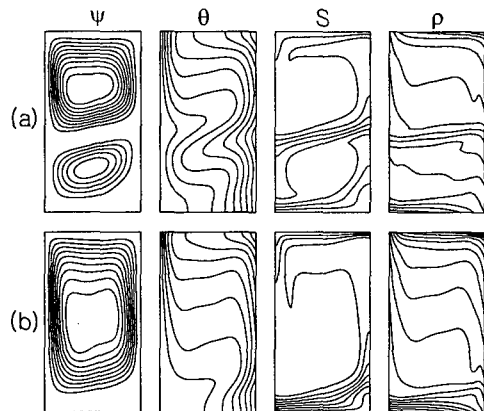


Fig. 3 Flow structures for the cases with steady heating. (a) $\gamma=2$; (b) $\gamma=4$.

의 유동세포가 그 예이다. γ 가 커지면 온도에 의한 부력효과가 지배적이 되면서 두 개의 유동 세포는 하나로 합쳐지고 Fig.3(b)와 같은 구조를 가지게 된다. 온도장은 수직벽 부근에 경계층을 형성하고 내부에서는 층상구조를 갖는다. 농도분포는 상하 수평벽 근처에 밀집되고 내부영역에서는 대류에 의해 혼합되어 거의 일정하다. 밀도는 전체적으로 안정된 분포를 가지며 성층화강도는 상하벽 근처에서 강하고 내부영역에서는 상대적으로 약하다.

3.2. 주기적인 가열시의 물질전달

$\gamma=2$ 와 $\gamma=4$ 두 가지 경우에 대하여 가진주파수 ω 의 값을 변화시켜 가면서 주기적 가열이 가해지는 경우에 대한 계산을 수행하였다. 주기적 가열을 다루는 이 연구에서 핵심적인 관심의 하나는 자연대류 공진의 발생여부이다. 이를 확인하기 위하여 가진주파수의 변화에 따른 내부유동

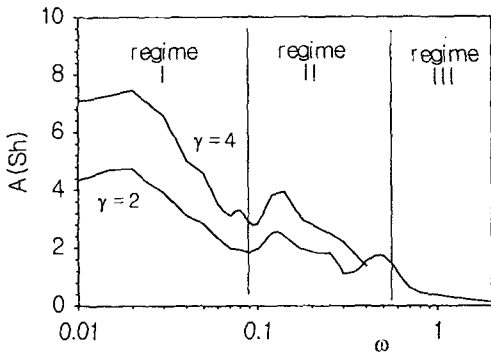


Fig. 4 Variation of A(Sh) vs. ω .

장의 물질전달율의 진동폭 A(Sh)의 변화를 Fig.4에 나타내었다. 주파수의 의존성을 분석한 결과, 유동특성은 주파수 대역에 따라 세 가지의 특징적유동형으로 구분할 수 있음을 알 수 있었다.

유동형 I은 저주파 영역에서의 비정상 유동특성을 대표한다. ω 가 매우 작은 경우, A(Sh)는 ω 의 값에 관계없이 큰 값을 유지하다가 ω 가 어느 정도 이상으로 커지면 점차 감소한다. 계단파형 열유속을 고려한 기존 연구[4]에서도 저주파 대역에서 유동 및 열전달의 진동이 활성화되는 현상이 나타났는데 이에 대한 체계적인 설명은 없었다. 여기서 원인규명을 시도하기로 한다.

밀폐공간에서 유체가 벽면조건과 열적 평형을

이루고 있을 때 벽면의 가열조건을 갑자기 바꾸면 열충격에 의한 유동 진동이 발생할 수 있다. 시간이 흐르면서 이 초기진동은 진정되고 내부유체는 자연대류에 의해 새로운 가열조건에 적응하여 새로운 평형상태에 접근하는데 이때 소요되는 시간을 가열시간(heat-up time)이라 한다. 측벽가열의 경우, 이 시간은 $Rar^{1/4}$ 정도이다. 계단파형의 가열시 주파수가 매우 작으면 한 주기는 가열 시간보다 충분히 크기 때문에 유체는 계단파형의 열적 변화를 완전히 추종할 수 있다. 이 경우, 계단파형의 가열조건 변화는 일종의 반복적인 열충격으로 작용하여 충격 후 일정시간 과도진동을 수반하는데 이것이 저주파 영역에서 A(Sh)의 값이 크면서 거의 일정한 이유를 설명한다. Fig. 5(a)는 도시한 Sh의 시간에 따른 변화가 이러한 설명을 잘 뒷받침하고 있다.

ω 가 커지면 주기가 짧아지기 때문에 유체가 변화하는 가열조건에 순응할 충분한 시간이 주어지지 않는다. 이에 따라 계단파형의 온도변화가 주는 열충격의 효과, 즉 초기 과도진동은 약화되어 A(Sh)가 감소하게 된다. 그러나 Fig.4의 유동형 II에서는 $\omega=0.1$ 근처에서 A(Sh)가 다시 증가하기 시작하여 $\omega=0.125$ 에서 다시 극대값을 가지는 것을 볼 수 있다. Lage와 Bejan[3], Kwak과 Hyun[5]이 언급한 자연대류의 공진이다. 물질전달의 요동이 최대로 증폭되는 공진주파수에서 Sh의 거동은 Fig. 5(b)에 도시하였다. 가열조건 변화의 주파수(주기)가 유체장 내부에 특성주파수와 동조되어 열교란의 효과가 극대화되어 물질전달율이 한주기 전체에 걸쳐 크게 요동하는 것을 볼 수 있다. 이 유동형 II는 이 연구에서 찾고자 했던 공진대류 영역이다.

유동형 III는 고주파 영역에서의 응답특성을 나타낸다. 이 경우, 가열조건이 변화하는 주기가 너무 짧아 그 영향이 유동장안으로 충분히 전파되기 전에 가열조건이 다시 변화하기 때문에 유동장에 미치는 영향이 상대적으로 미미하다. 특히, ω 가 1이상으로 커지면 주기가 벽면온도조건의 변화가 열경계층을 통과하는데 걸리는 시간인 $O(1)$ 크기의 경계층형성시간보다 작아지기 때문에 가열조건 변화의 영향이 열경계층 안에 갇혀 버려 전체 유동장과 물질전달에 거의 영향을 주

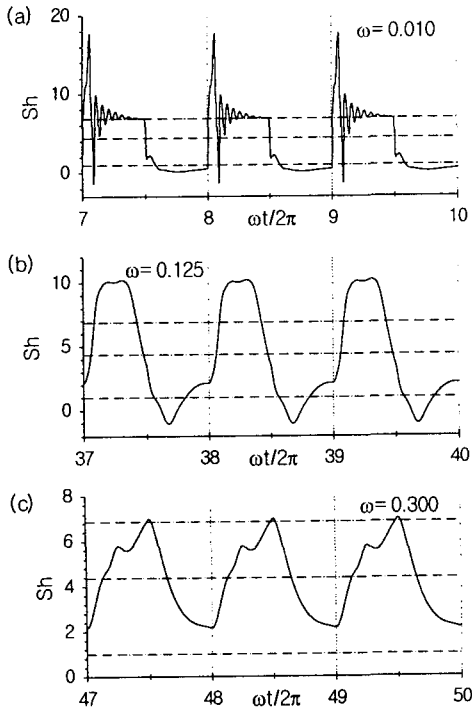


Fig. 5 Temporal behavior of $Sh(t)$.
The three horizontal lines in the frames indicate the values of Sh_s for $\gamma=0$, $\gamma=2$, and $\gamma=4$.

지 못하게된다.

지금까지의 논의에서 물질전달의 비정상 진동 특성을 알아보았다. 그러나 많은 열공학 문제에서 실용적 중요성을 갖는 물리량은 평균물질전달율이다. 가열조건이 주기성이 평균열전달율에 미치는 영향을 조사하기 위하여 가진주파수의 변화에 따른 $G(Sh)$ 의 변화를 Fig.6에 도시하였다.

가열강도가 약하여 온도의 영향이 상대적으로 작은 $\gamma=2$ 의 경우는 가열의 주기성이 평균물질전달율에 미치는 영향이 전체적으로 미미하였다. 저주파의 경우, 오히려 평균물질전달율이 다소 감소하는 것으로 나타났다. 그러나 가열강도가 커지면 $\gamma=4$ 의 경우의 곡선이 보여주는 것처럼 주기적 가열에 의해 평균물질전달율을 증가할하였다. 여기서 중요한 것은 평균열전달율의 증가가 공진이 일어나는 유동형 II에서 지배적으로 나타나는 현상이라는 점이다. 공진주파수 부근에서는 $G(Sh)$ 가 0.17의 값을 보이고 있다. 점멸식의 주기적 가열을 하는 경우, 동일한 평균열유속으로 정상가열을 하는 경우에 비해 평균물질전달

율을 17% 정도 향상시킬 수 있음을 의미한다.

위의 논의에서 자연대류 공진을 이용한 물질전달의 촉진이 가능한 방안을 확인하였다. 남은 과제는 물리적 기구를 규명하여 공진주파수를 찾

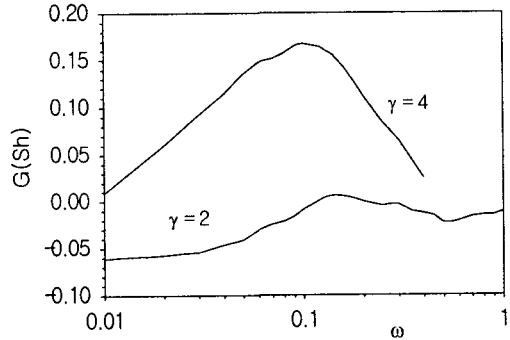


Fig. 6 Variation of $G(Sh)$ versus ω .

는 일이다 [15]. 이를 위해서는 공진이 일어나는 경우의 유동구조와 온도, 농도, 밀도장의 시간에 따른 변화를 자세히 관찰, 분석하여야 하는데 후속연구의 과제로 남겨두기로 한다.

4. 결론

농도에 의해 안정성증화된 유체에 주기적인 측면가열을 이용하여 비정상 대류를 유발하여 물질전달을 촉진하는 방안을 수치실험방법을 동원하여 고찰하였다. 계단파형의 열유속을 가하는 경우, 특정주파수에 물질전달율의 진폭이 극대가 되는 공진대류 유동형이 존재하였다. 공진이 발생하는 주파수대역에서는 동일한 조건의 정상가열에 비하여 주기적 가열에 의해 평균물질전달율이 향상될 수 있음을 확인하였다.

참고문헌

[1] Hyun, J. M., "Unsteady Buoyant Convection in an Enclosure," *Advances in Heat Transfer*, **34** (1994), p.277.
[2] Kwak, H. S. and Hyun, J. M., "Unsteady Natural Convection in an Enclosure," *Proc. 11th Int. Heat Transfer Conf.*, Vol. 1 (1998), p.341.
[3] Fu, W. S. and Shieh, W. J., "Transient Thermal Convection in an Enclosure Induced



- Simultaneously Gravity and Vibration," *Int. J. Heat Mass Transfer*, **36** (1993), p.437.
- [4] Lage, J. L. and Bejan, A., "The Resonance of Natural Convection in an Enclosure Heated Periodically from the Side," *Int. J. Heat Mass Transfer*, **36** (1993), p.2027.
- [5] Kwak, H. S. and Hyun, J. M., "Natural Convection in an Enclosure Having a Vertical Sidewall with Time-Varying Temperature," *J. Fluid Mech.*, **329** (1996), p.65.
- [6] Antohe, B. V. and Lage, J. L., "Experimental Investigation on Pulsating Horizontal Heating of an Enclosed Fluid," *J. Heat Transfer*, **118** (1996), p.889.
- [7] Kwak, H. S., Kuwahara, K., and Hyun, J. M., "Resonant Enhancement of Natural Convection Heat Transfer of an Enclosed Fluid," *Int. J. Heat Mass Transfer*, **41** (1998), p.2837.
- [8] Turner, J. S., "Double-Diffusive Phenomena," *Annual Rev. Fluid Mech.*, **6** (1974), p.37.
- [9] Hyun, J. M. and Kwak, H. S., "Flow of a Double-Diffusive Stratified Fluid in a Differentially-Rotating Cylinder," *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **46** (1988), p.203.
- [10] Lee, J. W. and Hyun, J. M., "Double-Diffusive Natural Convection in a Rectangular Cavity with Cooperating Gradients of Temperature and Concentration," *Int. J. Heat Mass Transfer* **33** (1990), p.449.
- [11] Lee, J. W. and Hyun, J. M., "Time-Dependent Double Diffusion in a Stably Stratified Fluid Under Lateral Heating," *Int. J. Heat Mass Transfer* **34** (1991), p.2409.
- [12] Lee, J., Hyun, M. T., and Kang, S. Y., "Confined Natural Convection due to Lateral Heating in a Stably Stratified Solution," *Numer. Heat Transfer A*, **18** (1990), p.343.
- [13] 강신형, 전창덕, 이진호, "환형밀폐용기내 성층화된 유체의 옆면가열에 의한 이중확산대류에 대한 수치해석," *대한기계학회논문집* **19-7** (1995), p.1720.
- [14] Hyun, M. T. and Bergman, T. L., "Direct Simulation of Double-Diffusive Layered Convection," *J. Heat Transfer* **117** (1995), p.334.
- [15] Kwak, H. S., Kuwahara, K., and Hyun, J. M., "Prediction of the Resonance Frequency of Natural Convection in an Enclosure with Time-Periodic Heating Imposed on One Sidewall," *Int. J. Heat Mass Transfer*, **41** (1998), p.3157.