

## 발사체 후방동체형상에 따른 기저항력에 대한 수치적 연구

### Numerical study of base drag of afterbodies for launch vehicles

박남은<sup>1)\*</sup>, 김재수<sup>2)</sup>  
Nam-Eun Park, Jae-Soo Kim

The projectile afterbodies for zero-lift drag reduction has been analyzed using the Navier-Stokes equations with the  $k-\epsilon$  turbulence model. The numerical method of a second order upwind scheme has been used on unstructured adaptive meshes. Base drag reduction methods that have been found effective on axisymmetric bodies include boattailing, base bleed, base combustion, locked vortex afterbodies and multistep afterbodies. In this paper, the characteristics of turbulence flow have been studied for geometries of multistep afterbodies. The important geometrical and flow parameters relevant to the design of such afterbodies have been identified by number, length and height of step. The flow over multistep afterbodies has been analyzed including expansion waves, recompression waves, recirculating flow, shear flow and wake flow. The numerical results have been compared and analyzed with the experimental datum.

#### 1. 서 론

발사체, 미사일, 전투기 등의 외형설계의 가장 중요한 요소 중의 하나는 항력이고, 고속에서 전체항력 중 후방동체 기저항력은 전체항력의 50% 이상을 차지한다[1]. 발사체에 작용하는 항력은 주로 동체와 펀 및 기저부 등에 작용하나, 항력을 감소시키기 위하여 동체와 펀의 형상을 변경하게 되면 각 구성 성분의 원래 기능 및 비행안정성에 크게 영향을 주게된다. 따라서, 동체형상변경은 체계요구조건을 만족시키고 동체 내부에 내장되어 있는 내부 구조물의 크기나 배치를 변화시키지 않는 범위 내에서 가능하다. 동체에 작용하는 항력은 압력 항력과 마찰 항력으로 나뉘게 되는데 마찰 항력의 경우에는 동체의 표면면적과 밀접한 관계가 있어 체계요구 조건이 바뀌지 않는 한 변경이 불가능하다. 한편, 압력항력은 주로 기두부와 기미부의 형상과 밀접한 관계가 있다. 따라서, 후방동체 기저 부분의 항력 감소를 위해서 정확한 기저압력의 예측이 필요하다[2].

기저항력에 대한 분석을 위해서는 기저에서 난류 유동 특성을 포함하는 수치해석이 필요하고, 이를 이용하여 기저항력을 감소시킬 수 있는 후방동체 형상을 분석할 수 있다.

후방동체에서 압력항력감소를 위한 방법으로는 보트테일, base bleed, 공동(ventilated cavity), blunt base, mass injection[3], 다단형상[4] 등이 있다. 발사체 기저유동에 관한 실험으로는 Herrin & Dutton[5]의 연구가 있으며, 이 실험치를 근간으로 수치적 연구가 Sahu[2], Chuang & Chieng[6], Kim & Park[3], Kim & Park[7] 등에 의해 수행되어 왔으며, 다단 후방 동체에 관한 실험연구는 Viswanath & Patil[4] 등에 의해 이루어졌다.

발사체 기저주위 초음속유동의 주요 특성은 기저의 모퉁이에서 팽창파가 형성되고 후류에서는 재압축파가 형성된다. 한편, 벽면에서 발달된 난류 경계층은 기저의 모퉁이에서 박리되어 순환류와 자유전단층이 되고, 이는 다시 대칭축상의 재부착점을 경계로 뒷전후류로 발달한다[1,7]. 이

1) 조선대학교 항공우주공학과 대학원

2) 조선대학교 항공조선공학부

런 단순 기저유동특성이 다단 기미부에서는 Fig. 1에서와 같이 각 단에서 팽창파, Toroidal Vertice, 재압축파, 자유전단층 등 복잡한 유동특성을 보여준다.

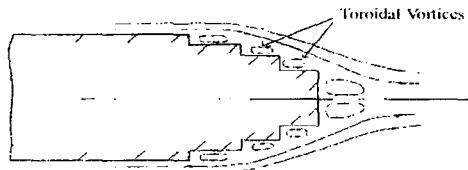


Fig. 1. Flow around a multistep afterbody

본 연구에서는 후방동체의 다단(multistep) 형상에 따른 난류유동 특성, 압력특성을 연구함으로써, 다단(multistep)의 개수, 높이와 길이 등 형상에 따른 유동특성을 분석하여, 형상에 따른 압력항력감소를 비교 연구하였으며, 후방동체에서 경사충격파, 전단층, 후류순환류, 재부착위치 등에서의 유동 특성을 실험치와 비교 분석하였다.

## 2. 지배방정식 및 수치기법

### 2.1 지배방정식

무차원화된 축대칭 Navier-Stokes방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial F}{\partial \eta} + H \\ = \frac{\partial E_v}{\partial \xi} + \frac{\partial F_v}{\partial \eta} + H_v + S \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (1)$$

무차원 기준값은 후방동체길이, 자유유동속도, 자유유동밀도 등이며,  $t$ ,  $\xi$  과  $\eta$  는 시간과 일반 좌표축이다.  $Q$ 는 일반 좌표로 변환된 무차원 보존유량함수벡터

$$Q/J(= (\rho, \rho u, \rho v, \rho e)^T/J) \quad \text{이다.}$$

$E$ ,  $F$ ,  $H$ ,  $E_v$ ,  $F_v$ ,  $H_v$  는 변환행렬과 축대칭 유량 벡터에 의해 표현된 일반좌표 유량벡터이고,  $H$ ,  $H_v$  는 축대칭 유동에 대한 유량성분이고,  $S$ 는 난류유동식에서만 사용된다[8,9,10].

### 2.2 난류 모델

$k-\epsilon$  난류모델 방정식은 Jones-Launder의 모델식에 Sarkar의 보정항을 추가[10]하여 사용한다. 난류운동에너지  $k$  와 난류운동에너지 소멸율  $\epsilon$  은 특성속도와 길이에 의해 무차원화시켜 Navier-Stokes식과 같이 보존형태로 일반좌표에 대해 쓸 수 있다. 이 때 Navier-Stokes식의 각 유량벡터들에 대응하는 난류 모델식의 유량벡터는 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho k \\ \rho \epsilon \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \rho u k \\ \rho v \epsilon \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho v k \\ \rho v \epsilon \end{bmatrix}$$

$$H = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} \rho u k \\ \rho v k \end{bmatrix}, \quad E_v = \begin{bmatrix} \mu_k \frac{\partial k}{\partial x} \\ \mu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \end{bmatrix},$$

$$F_v = \begin{bmatrix} \mu_k \frac{\partial k}{\partial y} \\ \mu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \end{bmatrix}, \quad H_v = \frac{1}{y} \begin{bmatrix} \mu_k \frac{\partial k}{\partial x} \\ \mu_\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_k \\ S_\epsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P - \rho(1+\Gamma)\epsilon + L_k \\ C_1 P \frac{\epsilon}{k} + C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} + L_\epsilon \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} P = \mu_t \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right. \\ \left. + 2 \left( \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{v}{y} \right)^2 \right) \right. \\ \left. - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right) \right\} \\ - \frac{2}{3} \rho k \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v}{y} \right) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \epsilon, \quad \mu_\epsilon = \mu_t + \mu_t / \sigma_\epsilon, \quad \mu_k = \mu_t + \mu_t / \sigma_k$$

윗식에서  $\sigma_\epsilon$ ,  $\sigma_k$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  등은 표준  $k-\epsilon$  모델의 상수이고,  $\Gamma$  는 Sakar의 압축성 보정항으로 난류 마하수  $M_T = k/a_{sonic}$  와 계수  $\alpha$  에 의해  $\Gamma = \alpha M_T^2$  로 표현되며,  $L_k$ ,  $L_\epsilon$  은 벽면의 영향을 고려한 항이다[10].

### 2.3 수치 기법

사각형 비정렬 격자계를 초기 격자계로 하여 수렴된 해를 구한 후, 밀도 변화분포, 속도 변화분포 및 벽면을 고려한 적응격자계를 사용하여 최종해를 구했다. 공간에 대한 이산화는 충격파 등의 불연속면에 높은 해상도 결과를 얻을 수 있는 2차 정밀도의 풍상차분 고해상도 기법인

HLLE 기법[11,12]을 사용하였다. 시간에 대한 이산화는 이차 정밀도를 갖는 2단계 기법으로 참고문헌[13]의 기법을 사용하였다.

각 단계의 계산은  $n+1/2$  단계와  $n$  단계의 계산은 다음과 같다.

$$\bar{U}_i = U_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (f_{i+1/2} - f_{i-1/2})$$

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \Delta t / \Delta x (f_{i+1/2}^{(2)} - f_{i-1/2}^{(2)}) \dots \dots \dots (3)$$

여기에서  $f^*$ 는 1차 정밀도의 풍상차분 유량이고,  $f^{(2)}$ 는 2차 정밀도의 풍상차분법에 의해  $\bar{U}$ 와  $U_i^n$ 으로부터 구한 유량이다.

### 3. 결과 및 검토

다단 축대칭 후방동체의 형상은 Fig. 2와 같이 각 스텝의 높이, 길이, 및 수를 주요구성요소로 하여 구성된다.

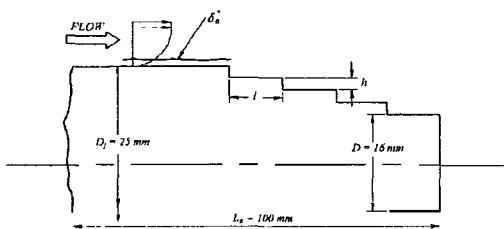


Fig. 2 Geometry of multistep afterbodies

수치계산된 다단형상의 스텝수, 길이 및 높이를 Table 1에 표기하였고, 기저압력에 가장 큰 영향을 주는 높이와 길이의 세장비 및 높이와 경계층 변위두께비를 Table 2에 변환하여 표기하였다.

No. Step	h(mm)	l(mm)		
6	0.75	2.5		
4	1.125	2.5	5.0	15
2	2.250			20
0	0	Rectangle Base		

Table 1 Multistep afterbodies for step length, height and number

No. Step	h(mm)	h/ $\delta_0^*$	l/h		
6	0.75	1.05	3.33		
4	1.125	1.4	2.22	4.44	13.2
2	2.250	2.8			8.88
0	0	Rectangle Base			

Table 2 Multistep afterbodies for h/l and h/  $\delta_0^*$ , number

수치계산은  $M=2.0$ 이고,  $Re=1*10^6$ 일 때 Table 1에서와 같은 형상에 대하여 계산하였다. 격자는 다단후방동체의 스텝수와 길이에 따라 10,000~13,000개로 기본격자를 유동 특성을 고려하여 벽면에 격자가 밀집 되도록 지수함수를 이용한 대수적 방법에 의해 구성하여 사용하고, 고해상도의 결과를 얻기 위해 밀도 변화, 속도변화 및 벽면을 고려한 적응 격자를 2단계까지 사용하였다. 최종 사용된 총 격자의 수는 30,000개 내외이며, Fig. 3로부터 격자가 각각의 스텝에서와 팽창파부, 후류의 재압축영역, 벽면 및 후류의 전단총영역에 밀집되어 있는 것을 볼 수 있다.

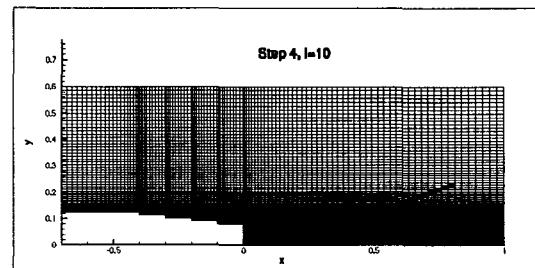


Fig. 3 Example of adaptable grid of multistep afterbodies

수치계산의 수렴특성을 보기 위해 잔여치의 변화를 Fig. 4에 그렸다. 그림으로부터 적응격자

를 사용함에 따라 수렴해 가는 과정을 볼 수 있다.

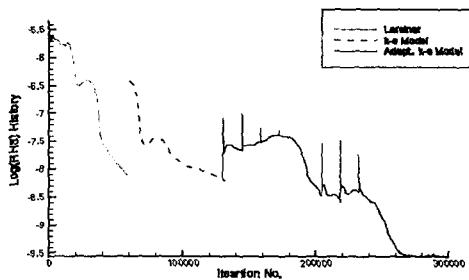


Fig. 4 Convergence History

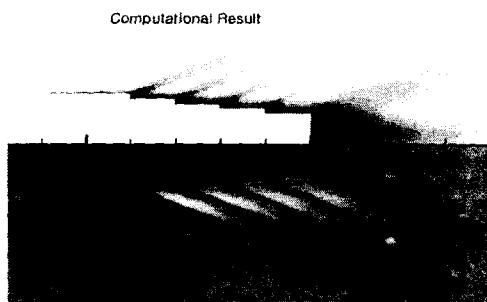


Fig. 5 Density distribution and Schiliren photo[ref. 1]

Fig. 5에서는 스텝의 길이가 10mm이고, 스텝 수가 4개일 때, 등밀도선도(상단)와 쉴리렌사진(하단)[4]을 비교하였다. 스텝에서의 팽창파가 실험과 거의 일치함을 볼 수 있다.

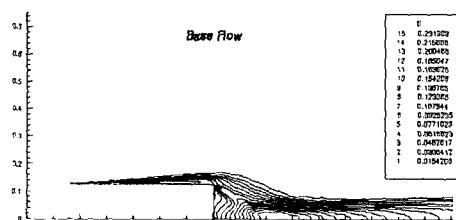


Fig. 6 Turbulence intensity of rectangle base

Fig. 6은 단단기저에서의 등난류강도선도이고

Fig. 7은 스텝수가 4이고, 길이가 10인 다단 후방동체에서의 등난류강도선도이다. 그림으로부터 단단기저에서의 등난류강도선도가 다단후방동체에 비해서 더 두껍고, 더 높은 값을 보임을 알수 있다.

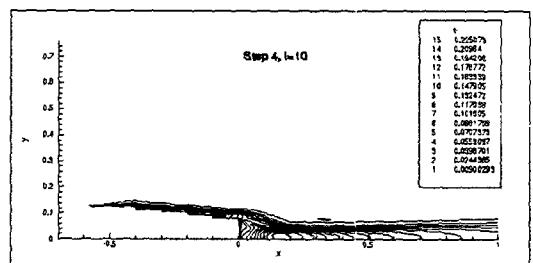


Fig. 7 Turbulence intensity of multistep afterbody(step4, l=10)

Fig. 8에서는 스텝수가 4이고 l=2.5일 때 유선을 그린 것으로써, Fig. 1의 개략도에 나타낸 toroidal vortices를 볼 수 있으며, 각 스텝에서의 toroidal vortices의 크기(재순환위치)와 스텝의 길이의 비(vortices길이/스텝길이)는 ①0.5452, ②0.5376, ③0.46232, ④0.45232로써 와의 크기가 줄어드는 현상을 보이는데, 스텝의 영향으로 압력이 감소하므로 속도가 줄어들고, 그로써 나타나는 현상임을 알 수 있다.

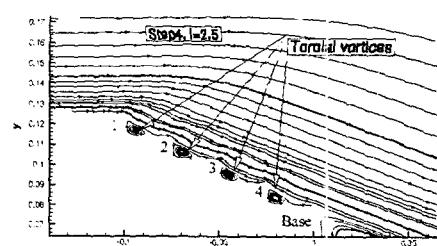


Fig. 8 Stream lines(step4, l=2.5)

Fig. 9에서는 다단 후방동체에서의 전체적인 유동 특성을 보기 위해 등압력선도를 그렸다. 등압력선도로 부터는 앞전에서 발생하는 경사충격파, 4개의 스텝에서 발생하는 각각의 팽창파 및 기저의 모퉁이에서 발생하는 팽창파와 후류에서의 재압축파를 선명히 볼 수 있었다.

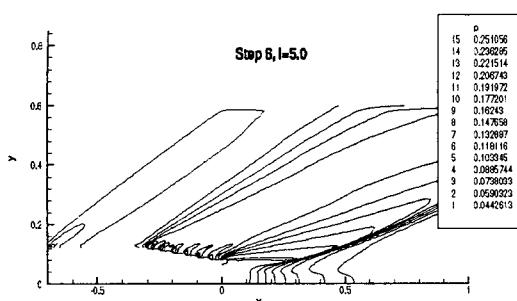


Fig. 9 Pressure contour (step4, I=5)

Fig. 10에서는 기저에서의 압력 계수를 실험치 [4]와 수치해석 결과 비교하여 그렸다. 결과에서 보듯이 짧은 스텝( $I/h > 0$ )은 기저에서의 압력이 작은 값을 갖고, 길이와 높이의 비가 너무 큰 경우에도 기저에서의 압력이 낮아짐을 볼 수 있다. 다단 후방동체에서 최대 기저압력은 길이와 높이의 비가 4~6일 때 발생함을 볼 수 있고, 이것 은  $I/h$ 의 범위가 다른 스텝에 대해서 전단층 재부착 영역과 부합하기 때문인 것으로 보인다.

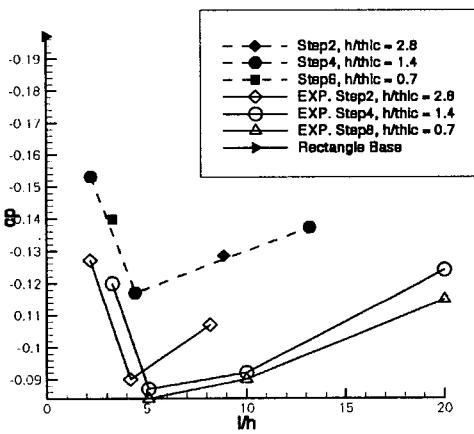


Fig. 10 Comparison of  $C_p$  of multistep afterbodies

다단후방동체는 단단후방동체에 비해 20~50% 정도 압력 증가를 가져오는 것을 볼 수 있고, 기저에서의 압력은 스텝수와 상관없이 스텝의 길이

와 높이의 비의 영향을 받는다. 또한 스텝수에 의해 스텝의 높이( $h$ )가 달라지므로 경계층변위도 함께 높이비가 달라지는데(Table 2 참조), 스텝수가 2일 때 보다 4일 때 압력이 더 높음을 볼 수 있으며, 기존의 실험치[4]와 비교하여 볼 때, 스텝수가 4이고,  $I/h$ 가 5정도 일 때 최대 기저 압력 값을 갖음을 볼 수 있다.

#### 4. 결 론

축대칭 Navier-Stokes 방정식과  $k-\varepsilon$  난류모델을 2차 정밀도의 고해상도 풍상차분법과 적응격자계를 이용하여 다단후방동체주위의 유동특성을 후방동체의 스텝길이, 높이 및 수의 요소를 가지고 비교연구 하였다. 결과들로부터 다단후방동체에서 스텝에서의 전단층의 형상 및 기저후부의 순환류, 재압축파의 형성, 전단층 형성, 뒷전후류등 유동 현상등을 해석, 기저에서의 압력을 비교하므로써 스텝수가 4이고,  $I/h$ 가 5근방에서 최대기저 압력을 가지는 것을 알 수 있었다.

#### 참고문헌

- [1] Sahu, J., Nietubicz, C. J., and Steger, J. L., "Navier-Stokes Computations of Projectile Base Flow With and Without Base Injection", AIAA Journal, Vol. 23, No. 9, 1985, pp. 1348-1355.
- [2] Jubairaj Sahu., "Numerical Computations of Supersonic Base Flow with Special Emphasis on Turbulence Modeling", J. AIAA Vol. 32, No. 7, 1994.
- [3] 김민환, 박승우, "2-방정식 및 레이놀즈 응력 모형을 이용한 초음속 난류 기저유동의 수치적 계산", 한국전산유체공학회지 제2권 제2호, Nov. 1997, pp 9-17.
- [4] P. R. Viswanath, "Drag Reduction of Afterbodies by Controlled Separated Flows", J. AIAA, Vol 39, No. 1, January 2001, pp. 73-78
- [5] Herrin, J. L. and Dutton, J. C., "An Experimental Investigation of the Supersonic Axisymmetric Base Flow Behind a Cylindrical Afterbody, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, UILU 91-4004, Urbana, IL, , 1991.

- [6] Chuang, C. and Chieng, C., "Supersonic Base Flow Computation Using Higher Order Closure Turbulence Models," AIAA Paper96-0566, 1996.
- [7] 김재수, 박남온, "유한쐐기 및 원추 주위의 초음속 난류유동에 관한 수치적 연구", 한국항공우주학회, (2001년 6월 출판 예정)
- [8] Hoffmann, K. C. and Chiang S. T., "Computational Fluid Dynamics for Engineers", Engineering Education System USA, 1993.
- [9] 김재수, "초음속 불완전 팽창 난류 세트 유동에 관한 수치적 연구", 한국전산유체공학회지 제4권 제2호(통권 제7호), Sep. 1999, pp. 57~66.
- [10] Jones, W. P. and Launder, B. E., "The Prediction of Laminarization with a Two Equation Model of Turbulence," Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 15, no.2 , 1972, pp.301-314.
- [11] B. Einfeldt, "On Godunov-Type Methods for Gas Dynamics", SIAM J. Anal. Vol. 25, No. 2, 1988, pp 294-318.
- [12] 고성모, "비정렬적 응사변형격자의 고해상도 기법을 사용한 비정상 충격파 연구", 박사학위 논문, 한국과학기술원, 1997.
- [13] Charles Hirsch, "Numerical Computation of Internal and External Flows", John Wiley & Sons, 1989, pp 501.