

로켓 노즐 유동의 열/화학적 특징 및 해석 기법

Thermochemical Characteristics of Rocket Nozzle Flow and Methods of Analysis

*최정열¹⁾

Choi, Jeong-Yeol

Characteristics of high temperature rocket nozzle flow is discussed along with the aspects of computational analysis. Three methods of nozzle flow analysis, frozen-equilibrium, shifting-equilibrium and non-equilibrium approaches, were discussed those were coupled with the methods of computational fluid dynamics. A chemical equilibrium code developed for the analysis of general hydrocarbon fuel was coupled with three approaches of nozzle flow analysis, and a test was made for a bell nozzle at typical operation condition. As a results, the characteristics of the approaches were discussed in aspects of rocket performance, thermal analysis and computational efficiency.

1. 서론

일반적으로 산소를 산화제로 하는 로켓 연소실의 온도는 3,000-4,500K 정도이며, 압력은 수십 기압 정도에 이른다. 로켓 노즐을 통하여 외부 대기 조건까지 팽창하는 짧은 시간 동안 유동은 심한 온도와 압력의 변화를 겪는다. 이 과정에서 연소실에서 해리 상태에 있던 화학 조성은 온도 감소 과정을 거치면서 재결합하게 되고, 열 해리에 이용되었던 많은 양의 열이 환원된다. 따라서 연소실과 노즐 출구의 화학성분 조성에는 많은 차이가 발생하게 되며, 성분 조성을 잘 예측할 수 있어야 열역학적인 성능을 정확히 평가를 할 수 있게된다. 한편, 유동의 물성은 온도, 압력은 물론, 화학 조성의 함수이기 때문에, 화학 조성의 변화를 고려하지 않고 물성의 변화만을 정확히 고려할 수 있는 방법은 없다. 따라서 온도 변화에 따른 화학 조성의 변화와 물성의 변화를 고려하지 않는 동결 유동의 해석 방법으로는 로켓의 설계과정에 필요한 신뢰할 수 있는 해를 얻을 수 없다.[1]

화학조성의 변화를 고려하는 방법으로는 화학적 최종 상태를 고려하는 화학평형 해석 방법

과, 반응속도를 고려하는 비평형 해석으로 구분하여 볼 수 있다. 그 동안의 전산 유체 해석에서는 공기를 대상으로 하는 재돌입 극초음속 유동의 화학평형 해석이 많이 이루어 졌으며, 잘 정리된 Curve-Fit 데이터를 이용하는 것이 보통이었다. 그러나 임의의 탄화 수소연료의 연소 생성물에 대한 화학평형 해석은 기존의 데이터가 존재하지 않으므로 각 위치에서 화학 평형 식을 풀이하여 조성을 결정하는 방법을 이용하여야 한다.[1]

한편, 화학적 비평형 해석, 또는 보다 명확한 용어로서, 반응속도 해석의 경우에는 기존에 연소 속도 해석이나 극초음속 유동의 비평형 해석 방법을 이용할 수 있다. 이 경우 고려하여야 할 사항은, 변화된 성분 조성에 따른 적절한 반응 메커니즘을 이용하여야 하는 것이며, 주된 반응의 해리 및 폭발 반응이 아니라 재결합 반응이기 때문에 해리 에너지로부터 열에너지를 회복하는 과정이라는 것이다.[1,2]

동결 유동해석의 경우, 노즐에서의 에너지 회복을 고려하지 못하기 때문에 노즐의 최소 성능을 제시하여 주는 반면, 화학 평형 해석의 경우는 유속에 비해 반응 속도가 매우 빠른 극한에



해당하여 열에너지 회복이 최대인 노즐의 최대 성능을 예측케 하여 준다. 화학 평형 해석은, 연소해석의 기초 과정에 해당하여 이전의 연구에서 이론적인 노즐 성능 해석 과정에 이용되어 왔으나, 최근의 전산 유체 해석과 함께 이용하여 노즐 성능을 해석한 경우는 찾아보기 힘들다. 이는 보다 정확한 결과를 예측할 수 있는 비평형 해석이 이미 일반화되었기 때문이지만, 비평형 해석에 비하여 수렴특성이 좋으며, 노즐 성능의 최대한계를 제시하여 줄 수 있다는 점에서 의미를 가진다고 할 수 있다.[1,3]

따라서 본 연구에서는 일차적으로 임의의 탄화수소 연료에 대한 화학 평형 해석 방법을 개발하고, 기존의 동결 유동 해석 코드를 수정하여 화학 평형 해석 방법을 결합함으로써 화학적 평형 유동의 해석 코드를 개발하였다. 또한 기존의 비평형 유동의 해석 코드[4,5]를 수정하여 로켓 노즐 유동을 해석함으로써, 동결, 화학적 평형 및 비평형 유동 해석에 따른 로켓의 추진 성능 변화를 비교 검토하였으며, 각 해석 방법의 정확도 및 계산 소요 시간 등에 따른 유용성을 살펴보았다.

2. 지배방정식 및 해석방법

2.1 동결 및 평형 유동의 방정식

본 연구에서 고려하는 동결 및 평형 유동의 방정식을 벡터형으로 적으면 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + \frac{1}{r} H = 0 \quad (1)$$

$$Q = (\rho, \rho u, \rho v, e)^T \quad (2)$$

여기서 화학조성의 변화와 비열의 온도에 따른 변화를 고려하는 경우, 전체 에너지와 압력은 다음과 같이 정의된다.

$$e = \sum_{k=1}^{NS} x_k \left(\int_{T_{ref}}^T \frac{C_{v,k}}{M_{w,k}} dT + H_{f,k}^0 \right) + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2) \quad (3)$$

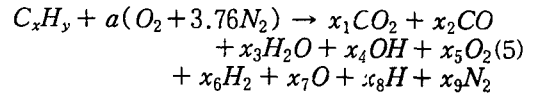
$$p = \rho RT / \sum_{k=1}^{NS} x_k M_{w,k} \quad (4)$$

이 방정식은 기존의 동결 유동 해석 방법으로 해석할 수 있으나, 비열과 압력이 온도의 함수이므로, (3) 식으로부터 온도의 계산을 수행하여야 하며, 정확도와 안정성을 위하여 기존의 해법에서 압력의 편도함수에 해당하는 부분을 수정하여야

한다.[4,5,6] (3,4)식에서 물분율 x_i 는 다음절의 화학평형 계산으로부터 얻어지며, (3,4)식에서 계산된 온도와 압력은 평형 조성의 계산에 다시 이용되어 반복적이 계산이 이루어진다. 한편 물분율, x_k 가 온도 및 압력에 관계없이 일정한 경우에는 비열을 온도만의 함수로 생각하는 동결유동의 해법이 된다. 온도의 계산과 평형 상수 계산에 이용된 열역학 데이터는 NASA Polynomial Fit 를 이용하였다.[7]

2.2 화학 평형 해석

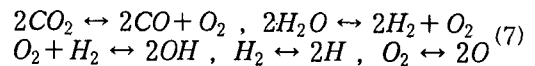
본 연구의 화학 반응 해석에서는 탄화수소 연료의 연소 생성물로서 ($CO_2, CO, H_2O, OH, O_2, H_2, O, H, N_2$) 등이며, 질소는 불활성으로 가정하였다. 이 경우 임의의 탄화수소 연료가 연소하는 경우의 총괄 화학반응은



으로 적을 수 있으며, 여기서 성분의 비율을 계산하기 위하여 필요한 것은 각 원소에 대한 성분 보존식과 온도 및 압력의 함수로 표현된 화학 평형식이다.

$$R_{C/O} = x/2a, \quad R_{H/O} = y/2a, \quad (6)$$

$$R_{N/O} = 3.76, \quad \sum_{k=1}^{NS} x_k = 1$$



위의 (6),(7) 식은 닫힌 형태의 대수적 연립 방정식을 이루며, Newton 반복 해법으로 풀어낼 수 있다.

노즐 유동의 입구 조건을 위해서는 연소 온도, 압력 및 화학 조성을 구하여야 하는데, 질 유량과 관련 있는 연소실의 압력은 2.5 MPa 로 가정하였고, 온도 및 화학 조성은 연소 과정을 정압 단열 과정으로 가정하여 (6),(7)의 화학 평형식과 엔탈피 보존식을 이용하여 구하였다.[1,2] 본 연구에서는 가상적으로 메탄 연료와 산소 산화제가 이론 당량비 조건에서 연소된 것으로 가정하였으며, 여기서 얻어진 연소실 출구에서의 온도, 압력 및 성분 조성을 노즐 유동의, 동결, 평형 및 비평형 해석에 입구 조건으로 동일하게

이용하였다. 한편, 유동장의 화학적 평형 해석은 (1) 식의 유동 해석에서 얻어진 온도와 압력으로 (6),(7) 식으로부터 화학조성을 구하여 다시 유동장으로 환원하는 반복적 계산을 통하여 이루어진다. 그러나 유동 해석의 수렴 과정에는 각 반복 단계에서 화학 평형의 Newton 해석을 완전히 수렴시키는 것 보다, 단일 반복 계산만 수행하는 것이 최종적으로 수렴된 해를 얻는데 있어 훨씬 안정적이고 효율적이었다.

2.3 화학적 비평형 (반응 속도) 해석

한편 화학적 비평형 (반응속도) 해석의 경우, 유동의 지배 방정식은 각 성분의 생성 속도를 고려하여야 하므로, 보다 큰 규모의 연립 비선형 미분 방정식으로 정리되며, 간단히 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + \frac{1}{r} H = W \quad (8)$$

$$Q = (\rho_k, \rho_u, \rho_v, e)^T, \quad k=1 \dots MS$$

여기서 W 는 각 성분의 생성 속도를 나타내며, 식의 구체적인 내용과 해법은 Choi 등의 이전 연구에서 이용된 것이다.[4,5]

한편, 본 연구의 비평형 해석에서 고려한 화학 성분은 화학 평형 해석과 동일하며, 반응 속도 데이터는 GRI 메커니즘 2.11[8] 중에서 위의 화학 성분에 대한 반응들을 발췌한 것이다.

2.4 유동 해석 조건

계산에 이용된 노즐은 노즐 출구 대 노즐 목면적비가 51.7 이고 노즐 목에서 출구까지 길이 대 노즐 직경의 비가 0.92 인 중 모양 노즐이다. 계산 격자는 동결 유동과 평형 유동 계산에는 노즐 벽면과 노즐 목에 모아진 60×60 격자를 이용하였으며, 비평형 유동의 안정성의 문제로 80×31 격자를 사용하였으며, 축 선상에서 대칭 조건을 적용하였다. 계산의 초기 조건으로는 연소실의 단열 계산 결과를 전 영역에 부여하였으며, 경계조건으로는 노즐 벽면에서 단열 조건을 이용하였고 입구에서는 속도를 외삽하는 아음속 조건을 이용하였다. 출구에서는 계산의 초기에 빠른 수렴을 위하여 낮은 압력을 부여한 후, 출구 마하 수가 1을 넘으면, 외삽하는 유출류 경계 조건을 이용하였다. 이러한 초기 및 경계 조건은 동

결, 평형 및 비평형 유동에 모두 동일하게 적용하였다.

3. 계산 결과 비교 및 검토

3.1 각 해법의 수렴특성 비교

동결 해법, 화학 평형 해법 및 비평형 해법의 해를 비교하기 전에 우선 각 해석 방법의 특징을 살펴볼 필요가 있다. 본 연구에서 이용한 동결 해법은 화학 성분 변화는 고려하지 않았지만 비열의 변화는 고려한 해법으로서, 비열을 상수로 가정한 경우보다는 나은 결과를 보여 줄 수 있지만 각 노드에서 반복적인 온도 계산이 필요하므로 약간의 시간이 더 소요되며, 수렴성에는 차이가 있지 않다.

한편 화학 평형해석은 유동의 측면에서는 압력이, 대수적 평형 계산으로부터 얻어지는 성분 조성의 비선형 함수라는 점에서 다소 차이가 있지만 수렴성에는 근본적인 차이가 있을 수 없다. 그러나 이 경우 각 노드에서 평형 상수 계산과 함께 비선형 연립 대수 방정식을 해석하여야 하므로 훨씬 더 많은 계산 시간을 요구한다. 본 연구에서 동결 유동 해석과 평형 해석에는 CFL 수 1×10^{100} 을 사용하였다.

비평형 유동 해석은 동결 및 평형 해석에 비해 더 많은 수의 미분 방정식을 풀어야 하며, 각 노드에서 행렬 해석이 추가적으로 필요하므로 반복 계산 당 필요한 계산시간이 동결 유동의 보다 많이 소요된다. 그러나 비평형 해석의 안정성 및 수렴성은 유동의 특성이 아닌 Stiff Source 로 알려진 반응 속도에 의존하므로 동결 유동이나 평형 유동 해석에 이용된 시간 간격보다 훨씬 작은 시간간격을 사용할 수밖에 없으며, 유동 속도와 반응 속도의 비가 중요해 지므로 물체의 길이 척도가 중요해 진다. 본 연구의 비평형 해석에서는 노즐의 목을 12.5cm 로 가정하였다. 한편, 화학 반응항의 경직성 (Stiffness) 으로 인해, 큰 수의 CFL 수로 계산할 수 없었으며, CFL 수를 초기에 0.002 에서 0.2 까지 서서히 수동적으로 변화시키면서 계산하였다. 따라서 비평형 해석의 수렴곡선을 동결 및 평형 유동과 수렴곡선을 비교할 수는 없었으며, 실제 소요시간은 평형 유동의 해석에 비해 10배 이상이 소요되었다. 각 해석 방법에 소요된 계산 시간 및 수렴 곡선을 Table 1 과 Fig. 1에 도시하였다.

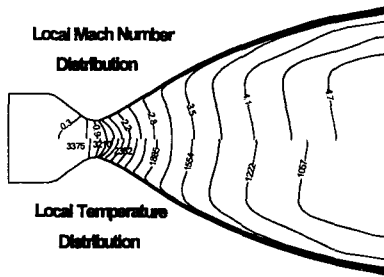


Fig. 2 Flow Field Results from Frozen Viscous Flow Calculation

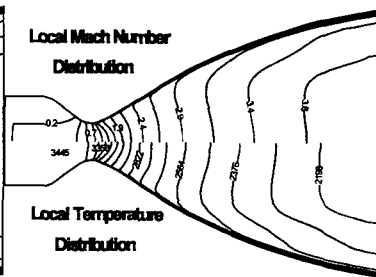


Fig. 3 Flow Field Results from Equilibrium Viscous Flow Calculation

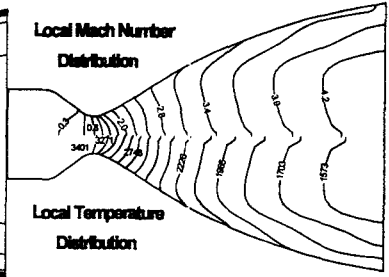


Fig. 4 Flow Field Results from Non-Equilibrium Inviscid Flow Calculation

Table 1 Computing Times/Node/Iteration

	Frozen	Equilibrium	Non-Equil.
Euler	15.0 μ s	249.1 μ s	48.0 μ s
N.-S.	16.5 μ s	251.2 μ s	-

Table 2 Summary of Exit Flow

	Frozen	Equilibrium	Non-Equil.
I_{sp} [s]	321	348	346
T [K]	900.4	2110.0	1491.5
$\gamma = C_p/C_v$	1.29	1.18	1.23
Mach No.	5.01	3.83	4.41
x_{H_2O}	0.403	0.623	0.497
x_{CO_2}	0.104	0.286	0.200
x_{CO}	0.168	0.037	0.092

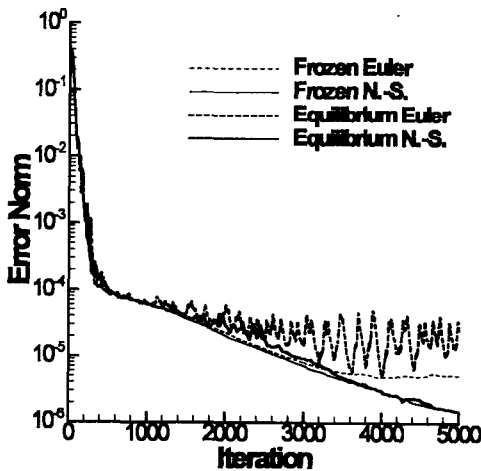


Fig. 1 Comparison of Convergence History

3.2 결과 검토

각 해석 방법에 따른 해석 결과로부터 유동장의 마하 수 및 온도 분포를 Fig. 2-4에 도시하였으며, 노즐 출구에서의 성분 분포와 음속 및 비추력을 Table 2 에 정리하였다. 동결유동과 평형 유동의 경우 점성 해석의 결과를 도시하였으며, 비평형 유동의 경우, 비점성 유동의 결과를 도시하였다. Fig. 2-4 에서 점성 유동의 해석 결과는 노즐 벽면에서 형성된 경계층을 잘 보여 주고 있다. 각 결과를 살펴보면, 동결 유동의 경우에는

출구 마하 수가 크게 나타나지만, 이것은 유속이 커서가 아니라 음속이 작아서 나타난 결과임을 쉽게 알 수 있다. 즉, 노즐에서의 팽창 과정 중에서 재결합 반응이 이루어지지 못했기 때문에 열 에너지의 회복이 이루어지지 않아 온도가 낮게 나타나기 때문이다. 출구에서 동결 유동과 평형 유동의 온도 차이는 1,000K 이상 차이를 보여 주고 있으며, 이는 노즐 설계에 있어서 중요한 차이가 아닐 수 없다. 비평형 해석의 결과는 대체로 동결 유동의 해석 결과와 평형 유동의 해석 결과의 중간 정도의 특성을 보여 줌을 알 수 있으나, 축 선상에서 대칭 조건을 사용하였기 때문에 해에 다소의 문제점이 있음을 알 수 있다.

한편, Table 2 에서 출구에서의 동결유동과 반응 유동의 결과를 비교하여 보면, 노즐에서의 재결합 과정을 통하여 수증기 및 이산화탄소 등이 생성됨을 확인 할 수 있으며, 비평형 해석의 결과는 동결 유동과 평형 해석의 중간 정도에 있음을 알 수 있다. 그러나, 비평형 해석의 결과는 노즐의 크기에 달라 질 수 있으므로 일괄적인 스케일링은 불가능하다. 한편, 노즐 성능의 중요한 척도인 비추력은 평형 해석의 결과가 가장 크게 나타남을 알 수 있으나, 비평형 해석의 결과와 비교하여 큰 차이가 없음을 알 수 있다.



4. 결 론

로켓 노즐 유동에서 발생하는 열화학적 변화를 고려하는 노즐유동의 해석을 위하여 연소실에서 연소 완료 상황을 모사할 수 있는 화학 평형 해석 방법을 개발하였으며, 전산 유체 해석 기법과 결합한 동결 유동, 화학적 평형 유동 및 비평형 유동의 해석 코드를 개발하였다. 세 가지 해석 방법을 벨 노즐 유동에 적용하여 해석 함으로써, 동결 유동 해석으로부터 노즐의 최저 성능치와 평형 유동으로부터 최고 성능치를 예측할 수 있었다. 비록 비평형 유동 해석으로부터 좀더 실제 상황에 가까운 성능 예측을 할 수 있었으나, 계산에 소요되는 시간의 효율성을 고려할 때, 연소실의 열화학적 평형을 고려한 동결 유동의 해석 및 평형유동의 해석이 노즐 유동에서 발생할 수 있는 한계를 제시하므로 노즐의 개발 과정에서 충분한 활용가치가 있는 것으로 여겨진다.

참고문헌

- [1] Sutton, G.P., *Rocket Propulsion Elements* 6th Ed., John Wiley & Sons, 1992, New York.
- [2] Turns, S.R., *An introduction to Combustion*, McGraw-Hill, 1996, New-York.
- [3] Barrère, M., Jaumotte, A., Fraeijs de Veubeke, B. and Vandekerckhove, J., *Rocket Propulsion*, Elsevier, 1960, Amsterdam.
- [4] Choi, J.-Y., Jeung, I.-S. and Yoon, Y., "Computational Fluid Dynamics Algorithms for Unsteady Shock-Induced Combustion, Part 1: Validation," *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 7, July 2000, pp.1179-1187.
- [5] Choi, J.-Y., Jeung, I.-S. and Yoon, Y., "Computational Fluid Dynamics Algorithms for Unsteady Shock-Induced Combustion, Part 2: Comparison," *AIAA Journal*, Vol. 38, No. 7, July 2000, pp.1188-1195.
- [6] 최정열, 김진수, 오세중, "압축성 실제기체에 대한 Roe의 해법," 2000년도 항공우주학회 추계 학술발표회논문집, pp.646-649, 2000년 11월 11일, 울산대학교.
- [7] Gardiner, W. C., Jr., *Combustion Chemistry*, Springer-Verlag, New York, 1984.
- [8] GRI-Mech: An Optimized Detailed Chemical Reaction Mechanism for Methane Combustion, GRI Topical Report No. GRI-95/0058, 1995.