

건축 구조물의 능동 제진에 있어 ILQ 제어 알고리즘의 유용성에 관한 연구

이 진호* · 황 이철**

A Study on the Effectiveness of ILQ Algorithm in Active Structural Control

Jin Ho Lee and I cheol Hwang

Key Words: active control(능동제어), ILQ(Inverse Linear Quadratic optimal control, ILQ 최적제어)

Abstract

Various control algorithms are available to suppress the vibration of a system subjected to disturbances. LQ algorithm is simple and easy to implement the hardwares, but it lacks robustness for uncertainties and often causes difficulty in determining the weighting matrices. This study focuses on the effectiveness ILQ(Inverse Linear Quadratic optimal control) algorithm as the alternative to LQ applied to control the vibration of a building under the seismic excitation. The building is of moment resisting steel frames and assumed to behave within the elastic range. The brief overview of LQ and ILQ algorithms is introduced, and the displacement responses of the structure using ILQ algorithm are compared with those obtained from LQ control. The magnitude of control forces are also determined and compared for both LQ and ILQ algorithm.

1. 서 론

종래에는 지진이나 바람 따위의 횡력에 저항하기 위해 건물에 강성이 높은 전단벽을 배치하거나 가새를 부착시키는 식의 수동적 방법을 써왔다. 근래에 들어 보다 발전된 수동 제어법으로 밀면 격리기(base isolator) 및 동조 질량 감쇠기(tuned mass damper)와 같은 새로운 구조적 요소들이 출현하였으나, 이 시스템들은 1차 모드에만 동조됨으로 고차 모드에 대한 영향에 대해 적절히 대처할 수 없는 단점이 있었다[1,2,3].

요즘에는 외부에서 에너지를 적극적으로 투입

하여 건축물을 제진하는 능동 제어법이 활발히 연구되고 있다. 기계, 전기 및 전자공학 분야의 제어 공학이 건축 및 토목의 제진 공학에 훌륭히 적용될 가능성이 보이기 시작하면서부터, 다양한 제어 알고리즘의 평가를 통해 건축물이라는 특수한 시스템에 적용 가능한 알고리즘을 찾아 그 타당성을 규명하고 또 발전시키는 것이 대단히 중요한 일로 여겨지게 되었다. 특히, 건설 제어법을 적용하여 모델링 및 외란의 불확실성에 따른 오차를 극복하려는 연구가 최근에 많이 있다.

이 연구의 목적은, 그간 건축물의 제진 적용성에 많은 연구가 이루어지지 않은 ILQ 제어 알고리즘의 성능에 대해 고찰해 보고자 함에 있다. 알고리즘에 대한 시뮬레이션을 통해 건축물의 횡변위 응답 및 소요 제어 입력을 구한 후, 그 결과를 LQ 제어에 의해 얻은 결과와 비교하여 효율성을 분석해 보고자 한다.

* 동의대학교 건축공학과 조교수

** 동의대학교 기계공학과 조교수

2. 시스템의 동적 방정식

2.1 시스템 모델링

연구 대상으로 선정한 구조물은 4층 짜리 전형적인 철골프레임 구조로써 기준 층의 구조평면도 및 단면도는 Fig. 1, 및 Fig. 2 와 같다.

골조에 사용된 모든 철골 보는 H-600 × 200 × 11 × 17, 그리고, 각 기둥들은 H-300 × 300 × 10 × 15 의 형강으로 시공되었다고 가정하였다. 지붕 층 및 기준 층의 고정하중은 각각 430 kg/m², 280 kg/m² 으로 추정하였다.

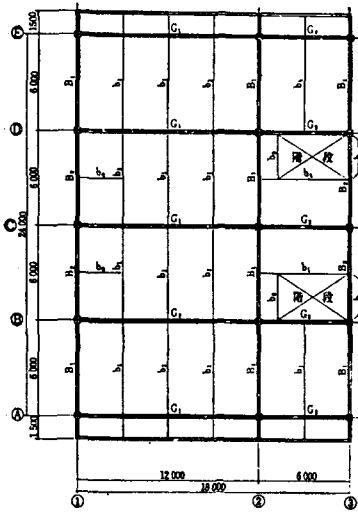


Fig. 1) Typical floor plan

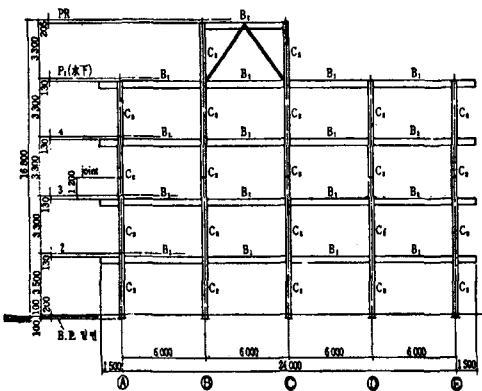


Fig. 2) Section

구조물의 동적 응답을 구하기 위해 집중질량 시스템(lumped mass system)으로 단순화시켜 모델링 하였다. 구조물을 이상적으로 단순화시켜 전단 빌딩(Shear Building)으로 나타낸 모습이 Fig. 3 및 Fig. 4 에 나타나 있다. 여기서의 k 와 c 는 횡력에 대한 구조물의 스프링상수 및 감쇠계수를 가리킨다.

집중질량 시스템이 지반가속도 $g(t)$ 인 지진동에 의해 교란될 때 제어입력 $u(t)$ 를 포함시킨 운동방정식은 다음과 같이 주어진다[5].

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + Kx = -M \dot{g}(t) + u(t) \quad (1)$$

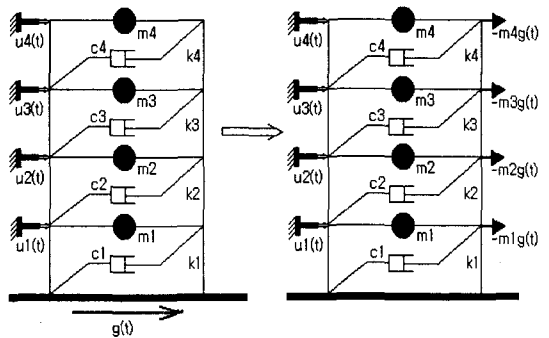


Fig. 3) Lumped mass model

시스템의 감쇠행렬 $C(\text{kg. sec/cm})$ 는 $C = M \sum_{i=0}^{N-1} a_i (M^{-1} K)^i$ 로 주어지며 2개의 항만을 취하면 C 값은 $a_0 M + a_1 K$ 이 된다[4]. 시스템의 감쇠비 ξ 를 3%로 가정하고 2차 모드까지만 고려하여 감쇠행렬 $C(\text{kg. sec/cm})$ 를 산정하면 다음 값이 된다.

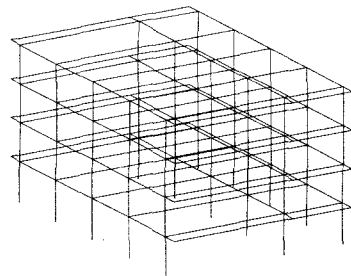


Fig. 4) FEM model for the building

$$C = \begin{bmatrix} 609.646 & -327.408 & 53.464 & -4.808 \\ -327.408 & 609.102 & -324.432 & 46.408 \\ 53.464 & -324.432 & 591.23 & -262.24 \\ -4.808 & 46.408 & -262.24 & 299.414 \end{bmatrix}$$

한편, 시스템의 고유치 해석을 한 결과 고유 원 주파수는 $\omega_1=9.2$, $\omega_2=29.5$, $\omega_3=52.6$ 및 $\omega_4=73.3$ rad/sec. 로 계산되었고 건물의 기본 고유 주기는 0.68 sec. 로 구해졌다.

2.2 상태공간 방정식

식(1)에서 행렬 x 및 \dot{x} 의 요소를 $x_1=X_1, \dots, x_4=X_4$, $\dot{x}_1=X_5, \dots, \dot{x}_4=X_8$ 로 치환하면 다음과 같이 정리된다.

$$\dot{X} = AX + BU - Jg(t) \quad (2)$$

이때 \dot{X} , X , U 및 J 는 $[\dot{X}_1 \ \dot{X}_2 \ \dots \ \dot{X}_8]^T$, $[X_1 \ X_2 \ \dots \ X_8]^T$, $[u_1(t) \ \dots \ u_4(t)]^T$, $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ 이고 A , B 는 상태 및 제어행렬을 가리킨다.

3. LQ 및 ILQ 알고리즘

3.1 LQ(Linear Quadratic) 레귤레이터

지진에 의한 횡 변위(속도 등) 통제는 상태공간 모델링으로 정의할 때 지진을 외란(d)으로 취급하여 이러한 외란에 시스템이 교란되더라도 출력의 영향을 극소화 ($d \rightarrow y \approx 0$)시키는 피드백 레귤레이터 문제로 정의할 수 있다. Fig. 5 에 피드백 레귤레이터의 블록선도가 표현되어 있다. 여기서 K 는 폐루프(closed loop) 시스템의 제어기이다.

선형 시 불변 시스템의 최적제어 목적은 식(2)의 구속조건 하에서 평가함수(performance index)를 최소화하는 제어입력을 구하는 것이다.[5]

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)] dt \quad (3)$$

여기서 Q , R 은 상태 및 제어 가중행렬(weighting matrix)이다. 한편, Hamiltonian H 가

$H = x^T Q x + u^T R u + \lambda^T (Ax + Bu)$ 일때 최적제어를 구하기 위해 $\partial H / \partial u = 0$ 를 구하면 다음 식이 구해진다.

$$u(t) = -R^{-1} B^T \lambda(t) \quad (5)$$

제어법칙을 구하기 위해 $\lambda(t) = P x(t)$ 라 정의하면 식(5)에 의해 시스템의 피드백제어 법칙은 다음 식으로 주어진다.

$$u(t) = -K x(t) \quad (6)$$

이때, K 는 $R^{-1} B^T P$ 로 정의된다. 한편, P 는 다음의 제어대수 Riccati식(Control Algebraic Riccati Equation: CARE)의 유일한 해이다.

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1} B^T P = 0 \quad (7)$$

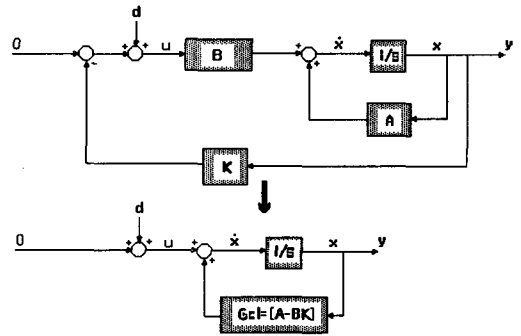


Fig. 5) LQ regulator

식(2)와 식(6)에 의해 제어기가 장착된 페루프 시스템의 상태공간 방정식은 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{X}_{cl} = [A - BK] X_{cl} - Jg(t) \quad (8)$$

3.2 ILQ 알고리즘

3.2.1 ILQ 서보 제어기의 기본구조

제어대상으로서 가제어, 가관측인 m 입력, m 출력, n 차원의 다음과 같은 선형 정수계를 생각한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx \quad (9)$$

그리고, 출력 $y(t)$ 를 스텝 목표입력 $r(t)=0$ 에 추종시키는 최적 서보 설계 문제는 설계 외란에 대해 구조물의 총 변위를 제로로 유지하기 위한 레귤레이터 문제와 동일하게 된다. 한편, 다음의 행렬은 정칙으로 한다.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

목표입력 $r(t)$ 에 로바스트 추종하는(적분형) 최적 서보계는 제어대상에 적분기를 부가한 확대(편차)계로부터 구해진다. 적분기를 포함한 확대계는 다음의 식으로 주어진다.

$$\dot{x}_e = A_e x_e + B_e u_e \quad (11)$$

$$A_e = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad B_e = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

따라서, 최적 서보 제어기는 위의 확대계에 대하여 다음과 같은 이차형식의 평가함수를 최소화하는 최적 레귤레이터 문제의 해로서 얻을 수 있다.

$$J = \int_0^{\infty} (x_e^T Q x_e + u_e^T R u_e) dt \quad (12)$$

$$Q = C_e^T C_e, \quad R > 0$$

한편, 최적 제어 입력은 다음과 같이 주어진다.

$$u_e = -[K_F \ K_I] x_e := -K_e x_e \quad (13)$$

단, (A_e, C_e) 는 가관측이다.

3.2.2 ILQ 제어기의 파라미터 선정

ILQ 결과를 응용한 V, K, K_b^0, Σ 의 실용적인 결정 방법은 다음과 같다 [].

- (1) V 의 결정 : V 는 단위행렬로 선정한다.
- (2) K 의 결정 : 기본 게인 K 는 $G_{yr}^{\infty}(s)$ 가 원하는 전달함수행렬이 되도록 정한다. 즉, $G_{yr}^{\infty}(s)$ 가 비간섭화 된 다음의 전달함수행렬이 되도록 적절한 비간섭화 게인으로 정한다.

$$G_{yr}^{\infty}(s) = C(sI - A_K)^{-1} B K_I^0 \quad (14)$$

$$= \text{diag} \left\{ \begin{array}{l} \phi_i(0) \\ \phi_i(s) \end{array} \right\}$$

단, $\phi_i(s)$ 는 안정 다항식으로 적절히 취한다.

- (3) Σ 의 결정 : $\Sigma = \sigma I$ 로 한정하여 이 조건을 충

족시키는 최소의 $\sigma = \sigma$ 를 구하고, $\sigma_i > \sigma$ 인 범위 내에서 각 게인 조정 파라미터 σ_i 의 값을 고른다. 특히, 비간섭화 게인 K 는 다음과 같이 결정된다[8]. 먼저 비간섭화 가능조건으로서 다음의 비간섭 행렬 D 가 정칙인 것으로 가정한다.

$$D = \begin{bmatrix} c_1 A^{d_1-1} B \\ \vdots \\ c_m A^{d_m-1} B \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$d_i := \min \{k: c_i A^{k-1} B \neq 0\} \quad (1 \leq i \leq m)$$

이때, 비간섭화 게인은 다음과 같다.

$$K = D^{-1} N_{\phi}, \quad N_{\phi} := \begin{bmatrix} c_1 \phi_1(A) \\ \vdots \\ c_m \phi_m(A) \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서, $\phi_i(s)$ 는 상대차수 d_i ($1 \leq i \leq m$)와 동일 차수를 갖는 임의의 안정다항식으로서, 다음과 같이 정의한다.

$$\phi(s) = (s - s_i)^{d_i}, \quad s_i = -1/T_i \quad (17)$$

여기서, T_i 는 페루프시스템의 시정수를 가리킨다. 한편, ILQ 제어이론에 따른 기준 적분 게인과 피드백 게인은 다음 식으로 각각 주어진다.

$$K_I^0 = D^{-1} \Phi_0, \quad \Phi_0 := \text{diag} \{ \phi_i(0) \} \quad (18)$$

$$K_F^0 = D^{-1} N_{\psi}, \quad N_{\psi} := \begin{bmatrix} c_1 \psi_1(A) \\ \vdots \\ c_m \psi_m(A) \end{bmatrix} \quad (19)$$

단, $\psi_i(s)$ 는 다음과 같이 $(d_i - 1)$ 차의 다항식이다.

$$\psi_i(s) = \frac{\phi_i(s) - \phi_i(0)}{s} \quad (1 \leq i \leq m) \quad (20)$$

이상에서 구한 각 파라미터를 이용하여 ILQ 최적 서보계를 다시 구성하면 Fig. 6 과 같다.

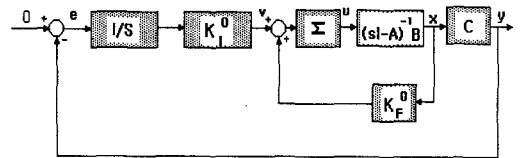


Fig. 6) ILQ controller

4. 결과

4.1 변위 응답에 대한 비교

시스템에 투입되는 입력 외란으로 23초 동안 0.1초로 분할된 El Centro 지진의 디지털 기록이 사용되었다. El Centro 지진의 최대지반가속도 (GPA)는 약 0.35g 이므로 건물의 자중 549 ton 에 의해 산정된 정적 밀면 전단력을 기준으로 하여 지진 입력 데이터를 0.08배로 스케일 조정하였다[7].

본 연구에서 적용한 제어기의 설계사양은 최상층의 횡 변위(roof drift)가 건물고의 0.2% 보다 작도록 하는데 있다고 가정한다[7]. 즉, 최상층의 변위, $x_4 \leq 2.7\text{cm}$ 가 되도록 상태변수를 제어하도록 한다.

Fig. 7 은 LQ 및 ILQ 에 의해 구한 1층의 횡 변위에 대한 응답을, 제어되지 않은 상태의 응답과 비교하여 나타낸 그림이다. 최대 변위 2.2cm 로 비제어 응답된 변위는 LQ 에 의해 1.4cm 까지 감소되었으며, ILQ 에 의하면 거의 완벽히 제진됨을 알 수 있다(그림 안의 작은 그림은 ILQ 제어 결과를 확대한 모습). Fig. 8 은 2층에 대한 횡 변위 응답으로, 최대 변위 4.6cm 가 LQ 에 의해 2.7cm 까지 감소되었으며, ILQ 의 경우 역시 거의 제로 상태까지 제진 된다. Fig. 9 는 3층에 대한 횡 변위로, 최대 변위 7.1cm 가 LQ 에 의해 3.9cm 까지, 그리고 ILQ 의해 역시 거의 제로 상태까지 제진 된다. Fig. 10 은 4층에 대한 횡 변위로, 최대 변위 8.1cm 인 비제어 응답이 LQ 에 의해 4.2cm 으로 감소되어 시간이 경과되어 제어가 지속되면 전체적인 응답이 $x_4 \leq 2.7\text{cm}$ 되어 설계 사양을 대체로 만족하고 있는 모습이다. 한편, ILQ 알고리즘에 의할 때 4층 역시 변위를 무시할 정도로 제진됨을 알 수 있다.

4.2 제어 입력에 대한 비교

Fig. 11 은 LQ 에 의한 제어 입력의 시간 이력을 나타낸 것으로 최대 소요 입력이 54ton 정도로 산정되었다.

Fig. 12 는 ILQ 에 의한 제어 입력의 시간 이력을 나타낸 것으로 최대 소요 입력이 4층에서 최대 6.3ton 정도로 산정되었다. 따라서, ILQ 의 제어 효율이 LQ 에 비해 상당히 높음을 알 수 있다.

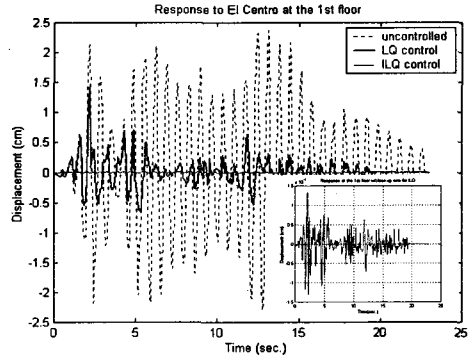


Fig. 7) Displacement response of the 1st floor

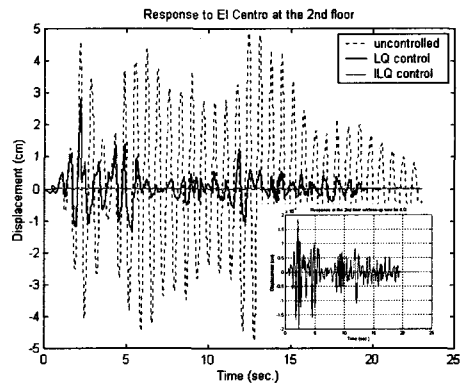


Fig. 8) Displacement response of the 2nd floor

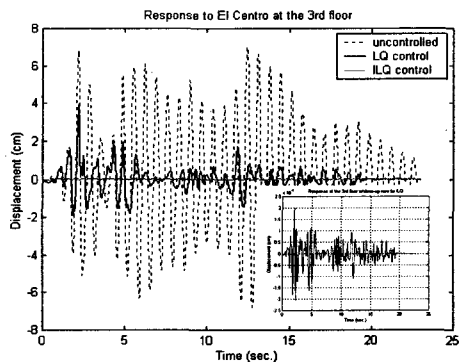


Fig. 9) Displacement response of the 3rd floor

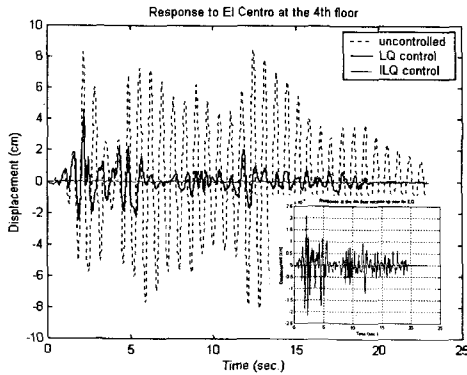


Fig. 10) Displacement response of the 4th floor

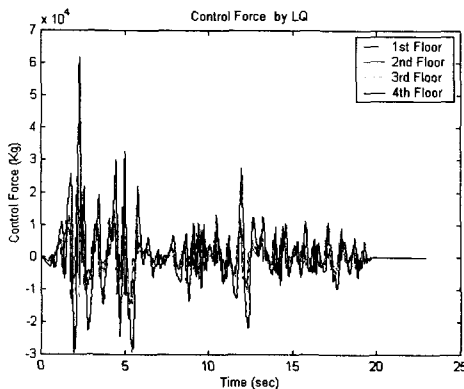


Fig. 11) Control force from LQ

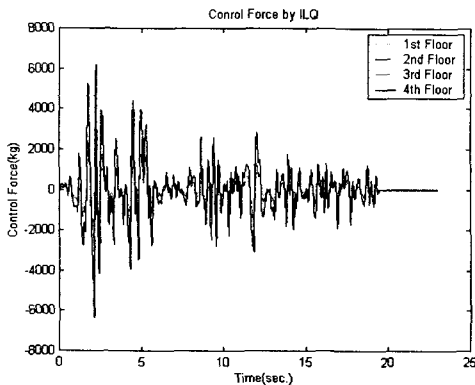


Fig. 12) Control force from ILQ

5. 결론

본 연구의 결과에 의하면, 건물의 횡 변위를

감소시키기 위한 ILQ 알고리즘의 제어 성능은 LQ에 비해 대단히 우수함을 알 수 있다. 특히, LQ에 비해 작은 제어력으로 월등한 변위 제어 효과를 거두게 됨을 볼 수 있었다. 따라서, ILQ 알고리즘의 이용한 건축물의 제진은 그 적용성 측면에서 볼 때 대단히 고무적이라 결론 지을 수 있다. 다만, 이 알고리즘을 적용하기 위한 조건은 출력 수와 입력 수가 같아야 되므로, 이 경우 4개의 구동기가 필요하게 된다. 그런데 변위가 가장 심한 4층에만 하나의 구동기를 장착하여 전체를 효과적으로 제어하기 위해 이 알고리즘을 어떻게 적용할 수 있는가를 향후 연구해 볼 필요가 있다고 판단된다.

참고문헌

- (1) Abe, M. and Fujino, Y (1994) Dynamic Characteristics of Multiple Tuned Mass Dampers and Some Design Formulas, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 23(8), pp. 813-836.
- (2) Filiatrault, A. and Cherry, S. (1988), Comparative Performance of Friction Damped Systems and Base Isolation Systems for Earthquake Retrofit and A Seismic Design, *Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 16 pp. 389-416.
- (3) Kaynia, A. M., Veneziano, D. and Biggs, J.M. (1981), Seismic Effectiveness of Tuned Mass Dampers, *J. Struct. Div., ASCE*, 107, pp. 1465-1484.
- (4) Ray W. Clough, Joseph Penzien, (1993), 'Dynamics of Structures' 2nd ed., McGraw Hill, NY.
- (5) T. T. Soong, (1990), 'Active Structural Control: Theory and Practice', Longman Science & Technical, UK.
- (6) Wilson J. Rugh, (1993), 'Linear System Theory', Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- (7) 건설부, (1987), '내진설계 지침서 작성에 관한 연구'.
- (8) 大村英紀, 藤井隆雄, 森武宏, (1994), "ロボパスト制御", コロナ社.