

철도차량의 비선형 안정성에 영향을 미치는 인자 연구

정우진*·신정렬**

A Study on the Factors Influencing the Non-Linear Stability of Railway Vehicles

Woo-Jin Chung, Jeong-Ryol Shin

Key Words: Critical Speed(임계속도), Bifurcation(분기), Roller Rig(주행 시험대)

Abstract

This research has been performed to estimate the hunting motion hysteresis of railway passenger cars. An old and a new car with almost same structure are chosen as analysis models. To solve effectively a set of simultaneous equations of motion strongly coupled with creep relations, shooting algorithm in which the nonlinear relations are regarded as a two-point boundary value problem is adopted. The bifurcation theory is applied to the dynamic analysis to distinguish differences between linear and nonlinear critical speeds by variation of parameters.

It is found that there are some factors and their operation area to make nonlinear critical speed respond to them more sensitivity than linear critical speed. Full-scale roller rig tests are carried out for the validation of the numerical results. Finally, it is concluded that the wear of wheel profile and the stiffness discontinuities of wheelset suspension caused by deterioration have to be considered in the analysis to predict hysteresis of critical speed precisely.

1. 서 론

차량의 최고 주행속도는 임계속도에 의하여 제한된다. 그러나 국내에서 운행되는 철도차량의 경우 고속전철을 제외한 대부분의 철도차량이 임계속도보다 낮은 속도대역에서 운행되고 있었으므로 사행동 발생에 의한 속도제한은 지금까지 큰 의미를 가지지 못하였다.

도로교통 수송수단의 폭발적 증가에 따른 오염 피해를 줄이고 환경을 보호하고자 하는 노력이 전세계적으로 공감을 얻으면서 철도의 운송수단으로서의 가치가 재조명되고 있다. 도로교통에 집중되어있는 왜곡된 수송 분담구조가 재조정되기 위해서는 철도차량의 운행속도 향상이 필수적이

다. 철도청도 이를 바로잡기 위해 최대한의 노력을 기울이고 있으므로 차량의 주행속도가 임계속도 근처까지 이르는 것은 멀지 않은 장래가 될 것이다. 상기한 이유로, 정확한 임계속도의 예측은 철도차량의 안전운행을 보장하기 위한 중요한 전제조건이 되고 있다.

최근의 연구결과에 의하면 차량의 사행동은 동일한 속도에서 발생하는 것이 아니고 일정한 속도 범위 안에서 불규칙적으로 발생된다는 사실이 밝혀지고 있다. 기존의 임계속도 관련연구들은 고유치 해석에 기반을 두고있어 임계속도를 하나의 속도로 간주하므로 이런 이력현상을 설명할 수 없었다. 기존해석의 한계를 극복하고자 Huigol⁽¹⁾, Moelle, Gasch⁽²⁾, Hans Truec⁽³⁾ 등이 분기이론을 철도차량 동특성 해석에 적용하는 새로운 시도를 하였다. 그러나 이들은 모두 분기해석의 복잡함을 피하기 위해 해석모델을 대차로 제한시키는 부분해석만을 수행하였다. 이에 정우진과

* 한국철도기술연구원, 궤도시스템팀

** 한국철도기술연구원, 궤도시스템팀

김성원^(4,5)은 비선형 관계식들을 2점 경계치 문제로 해석하는 알고리즘을 적용하여 다 자유도계로 이루어진 복잡한 전체 차량모델의 분기해석이 가능함을 보였다. 본 연구에서는 기존의 연구에서 간과되었던 비선형 요소들과 사행동의 상관관계를 검토하여 임계속도 이력현상이 보다 현실적으로 예측될 수 있는 방법을 제안한다. 설계변수에 대한 민감도 해석이 수행되었으며 수치해석 예제를 통해 차량 노후화가 이력현상에 미치는 영향 등이 검토되었다. 마지막으로 주행시험대를 이용한 실차 실험결과를 기준으로 비선형 요소가 고려된 해석결과와 그렇지 않은 해석결과 사이의 정확도를 비교하였다.

2. 철도차량 모델링

객차를 대상으로 한 해석모델은 차체, 대차, 차륜 그리고 1차 및 2차 현가장치로 이루어진다. 차량의 수직과 횡방향 운동은 비연성되었다고 가정되며 해석에서는 차량의 횡방향 운동만 고려한다. 비선형 미분 방정식들로 구성된 운동방정식은 총 17자유도를 가진다.

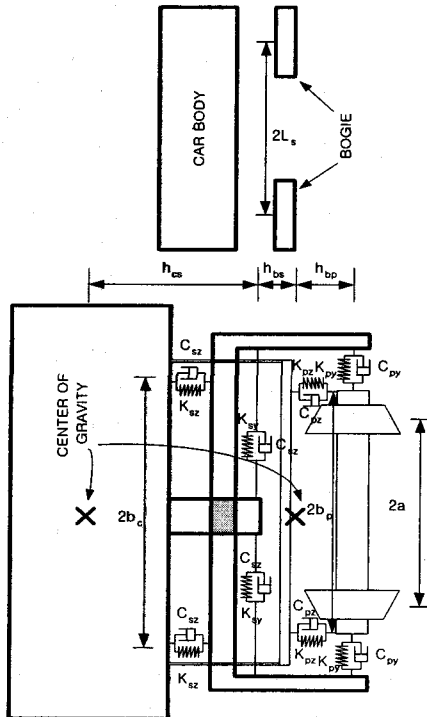


Fig. 1 A front and side view of analysis model

3. 비선형 해석

3.1 Hopf 분기점 예측

차량 운동방정식들에 대한 상태공간 표현은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, V) = \mathbf{J}(V)\mathbf{x} \quad (1)$$

여기서 시스템 상태변수는 $\mathbf{x} \in R^{34}$ 이고 V 는 주행속도 그리고 $\mathbf{J}(V)$ 는 Jacobian 행렬이다.

평형점에서의 차량 안정성은 Jacobian 행렬의 고유치 변화에 의하여 결정된다. 일반적으로 낮은 속도대역에서 식 (1)의 고유치는 모두 음(-)의 실근을 가지며 점근적 안정하지만 주행속도가 증가하여 일정한 속도를 넘어서면 고유치 중 한 쌍의 켤레근이 허수축을 넘어 양(+)의 실근을 가지면서 시스템에 Hopf 분기가 발생하게 된다. 이 분기는 시스템이 안정 평형상태에서 주기해를 가지는 불안정 상태로 변함을 의미한다. 이때의 분기발생 속도를 선형 임계속도라고 정의한다.

Hopf 분기 발생은 Hurwitz 안정성 판별법에 의하여 구해 질 수 있다.

3.2 주기해 해석

주기해는 매개변수인 주행속도를 따라 복잡한 형태로 존재할 수 있으며 그 위치와 안정성을 판별하기가 어렵다. 기존의 연구에서 주기해 해석은 매 단계마다 임의의 초기치를 정의하고 해가 수렴해가는 흡입점을 찾는 brute-force 방법으로 수행되었다. 그러나 해의 안정성 판별에 이 방법은 많은 시간이 필요하였고 시스템의 모든 주기해 위치를 파악하는 것이 불가능하였다. 본 연구에서는 복잡한 해석모델에서도 주기해의 구조와 그 안정성을 효율적으로 구하기 위해 shooting 방법을 적용하였다.

주기해는 Hopf 분기로부터 시작되며 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t+T) \quad (2)$$

$t = Tz$ 로 정의된 새로운 변수를 도입하여 식 (2)를 식 (1)에 적용하면 다음과 같은 경계조건을 얻을 수 있다.

$$\frac{d\mathbf{x}}{dz} = T\mathbf{f}(\mathbf{x}, V), \quad \mathbf{x}|_{z=0} = \mathbf{x}|_{z=1} \quad (3)$$

초기조건을 가정한 후 식 (3)을 한 단계 적분하면 $\mathbf{x} |_{z=1} = G(\mathbf{x}, T, V)$ 이 된다. 경계조건에 의하여 이 식은 식 (4)를 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{x}, T, V) &= \mathbf{x} |_{z=1} - \mathbf{x} |_{z=0} \\ &= G(\mathbf{x}, T, V) - \mathbf{x} |_{z=0} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Newton Raphson 방법에 의하여 위 식이 만족될 때까지 미지수들은 반복 계산되어지고 이 후 다음 단계로 진행된다. 주기해의 안정성은 Floquet 정리에 의하여 구해진 monodromy 행렬의 고유치 해석을 통해 구해질 수 있다. 만일 주기해가 안정해라면 상수들은 모두 복소 평면상 단위원내에 놓인다. 안정 주기해가 불안정 주기해로 바뀌는 분기가 발생된다면 Floquet 상수들은 단위원을 벗어나게 되며 단위원을 벗어나는 형태에 따라 3종류로 구분된다. 고유치가 +1 방향으로 벗어나면 시스템에는 cyclic-fold 분기가 그리고 -1 방향으로 진행되면 periodic-doubling 분기가 발생된다. 마지막으로 1쌍의 켈레 복소수근이 단위원을 동시에 벗어나면 시스템에는 Neimark 분기가 발생된다. 고 간주할 수 있다.

4. 비선형 요소들의 영향

임계속도는 상용 주행속도보다 높은 대역에 존재하는 것이 일반적이다. 실제, 신간선의 경우 운행속도 대역은 300km/h 대인 것에 반하여 사행동은 약 600km/h 대에서 발생하는 것으로 보고되고 있다. 사행동 속도가 운행속도보다 높게 설정되어 있다는 것은 곧 곡선 추종성이 필요이상으로 희생된다는 것을 의미한다. 따라서 차량의 임계속도를 가능한 낮추어 곡선 추종성을 향상시킴으로서 전체적인 운행효율을 향상시키는 것이 최근의 추세이다.

차량의 사행동 현상은 매우 비 예측적이고 많은 변수들의 영향을 받으므로 이를 조절하기 위해서는 차량의 비선형적 요소들의 영향을 고려한 정밀한 해석이 선행되어야 할 것이다. 본 장에서는 차량의 설계변수 변화와 비선형 특성들이 선형 및 비선형 임계속도에 미치는 영향을 검토하여 차량의 이력현상이 가장 영향을 많이 받는 부분이 무엇인지에 대하여 검토하여보았다.

4.1 설계변수

차량의 임계속도는 여러 가지 설계변수들에 영향을 받는다. 기존의 연구 등을 통해 선형 임계속도가 현가장치의 강성, 대차 중심간 거리 등과는 비례적으로 그리고 차륜담면, 질량 등과는 반비례적인 관계를 가지는 것으로 알려져 있다.

본 연구에서는 이에 대응하는 비선형 임계속도의 변화를 확인하기 위하여 대차간, 차축간 거리 그리고 질량 및 현가장치의 강성 등을 변화시키며 그 변화를 검토하였다.

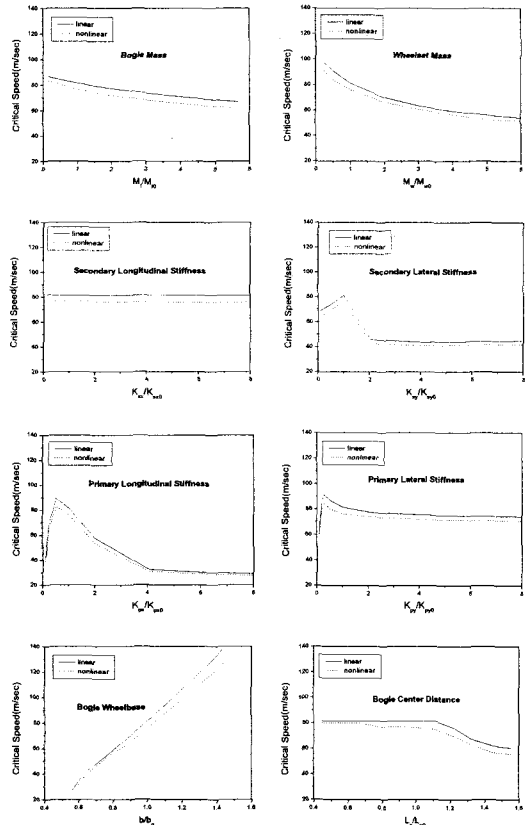


Fig. 2 Critical speeds versus design parameters

Fig. 2는 해석결과를 보여준다. 이 결과를 통해 차축과 대차의 질량 및 2차 현가장치의 변화가 임계속도 이력현상 변화에 거의 영향을 미치지 못한 반면 차축과 대차간 거리 그리고 1차 현가장치의 변화는 이력현상과 민감하게 연관되어 있음을 알 수 있다. 특히 현가장치의 강성이 작아질수록 이력현상이 줄어드는 공통된 경향이 있음을 알 수 있다.

4.2 현가장치 불연속

Fig. 3의 왼쪽 그림은 철도차량의 1차 현가장치 시스템을 보여주고 있다. 고무 스프링은 축상(axle box) 스프링과 함께 차축과 대차간 횡방향 그리고 길이방향 강성을 결정하는 현가요소이다. 마모판 열화 및 고정판의 노후화로 고무 스프링과 외부 실린더 사이에 간극(clearance)이 발생되면 간극 이내의 변위를 가지는 운동에서 1차 현가장치의 강성은 축상 스프링에만 의존된다.

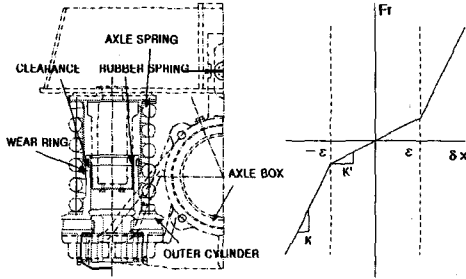


Fig. 3 Axle box suspension system

Fig. 3의 오른쪽 그림은 운동 변위 δx 에 따른 작용력 F_x 의 변화를 나타낸 것으로서 이때의 대표적 강성변화를 보여준다. 이런 강성의 불연속은 1차 현가장치의 전체 행정에 비하여 매우 짧은 구간에 존재하므로 기존의 연구에서 대부분 무시되었거나 또는 평균 강성값이 사용되었기 때문에 해석결과에 그 효과가 정확히 반영될 수 없었다.

Fig. 4는 간극이내 구간($-\epsilon < \delta x < \epsilon$)에서 축상 스프링 강성 K' 의 변화에 따른 분기선도를 도시한 것이다. 간극 변위 이상 구간($\delta x > |\epsilon|$)에서는 고무 스프링과 축상 스프링이 동시에 작용하므로 정상적인 강성 $K(K_{bx} = K_{py} = 4.50 \text{ MN/m})$ 를 가질 것이다. 임계속도 이력현상은 K' 에 따라 민감하게 변동되었다. 노후화가 진행됨에 따라 이런 불연속성은 차량에서 항상 발생될 수 있는 것이며 실험을 통해 측정된 임계속도와 해석을 통해 예측된 임계속도가 많은 차이가 보이는 원인이 이런 종류의 비선형성에 기인한 것일 수 있음을 보여준다.

간극의 크기에 따른 이력현상 변화는 Fig. 5에 도시되었다. 여기서 K' 의 강성은 0.5 MN/m 로 고정되었다. 해석결과를 통해 간극 크기가 선형 임계속도보다 비선형 임계속도에 더 큰 영향을 미

침을 확인할 수 있다.

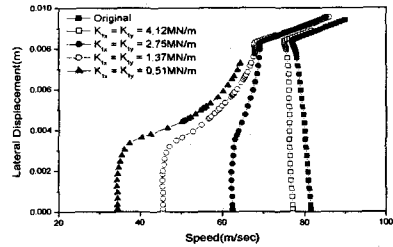


Fig. 4 Bifurcation diagram

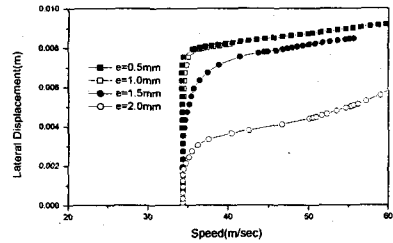


Fig. 5 Bifurcation diagram

4.3 차륜 궤적

차량의 운행이 지속됨에 따라 차륜담면의 마모는 빠르게 진행된다. 차륜의 마모는 차량의 운행 구간, 운행기간, 차륜 궤적의 종류 및 재질에 따라 매우 다양한 형태를 보이므로 이것이 차량에 미치는 영향을 한가지 성격으로 규정짓기는 힘들다. 본 연구에서는 차륜 마모에 의한 임계속도 이력현상을 신조차륜을 사용한 해석결과와 비교하며 대략적인 경향을 살펴보았다.

Fig. 6은 차륜의 담면이 곡선으로 이루어진 Heuman 방식 차륜에 대한 마모 영향을 도시한 것이고 Fig. 7은 차륜의 담면이 1/40인 직선 경사 궤적에 대한 마모 영향을 도시한 것이다. Heuman 방식은 곡선 추종성이 좋고 내마모성이 우수하여 가장 많이 사용되고 있는 궤적 형태인 반면 1/40 방식은 직선 주행능력이 상대적으로 우수한 것으로 알려져 있다. 규정 삭정(reshaping) 주기인 만 2년에 이른 차량들로부터 마모 차륜의 궤적이 수집되었다. 마모된 차륜이 사용되었을 때 임계속도는 대부분 낮아졌다. Heuman 방식보다 1/40 방식의 차륜이 사용된 해석에서 임계속도의 변동폭이 더 커진 것을 볼 수 있으며 이것은 Heuman 방식의 내마모성이 상대적으로 우수하기 때문인

것으로 사료된다.

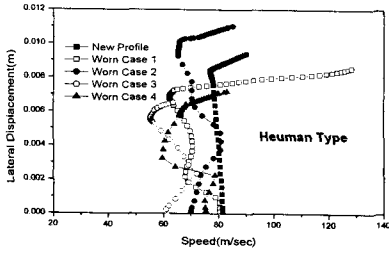


Fig. 6 Bifurcation diagram

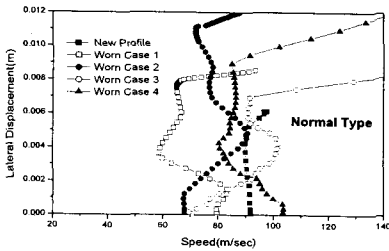


Fig. 7 Bifurcation diagram

위의 결과를 통해 임계속도 이력현상이 마모에 대하여 민감하게 변동한다는 사실을 확인할 수 있었으나 일정한 경향을 보이지는 않았다.

5. 해석결과 검증

5.1 실차실험

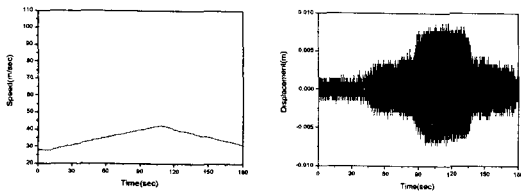


Fig. 8 Critical speed test results of a old car

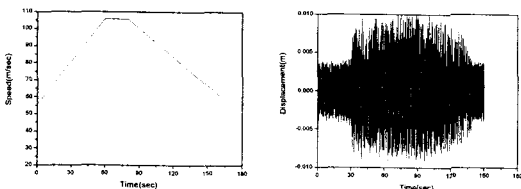


Fig. 9 Critical speed test results of a new car

해석결과를 검증하기 위하여 차량을 주행시험대에 놓고 임계속도 측정실험을 실시하였다. 같은 제원을 가진 두 대의 차량이 실험에 사용되었

다. 두 대의 차량 중 하나는 Heuman 방식의 곡선 차륜 궤적을 사용하고 운행년수가 15년된 매우 노후된 차량이며 다른 하나의 차량은 1/40 방식의 직선 차륜 궤적을 사용하는 운행년수가 1년이 지나지 않은 신조 차량(new car)이다.

물성치 실험결과 노후된 차량의 1차 현가장치에 약 1.5mm 정도의 간극을 가진 불연속부가 존재함을 확인하였다. 간극 이내에서의 강성은 약 1.25MN/m 이다. 차륜 검측기를 사용하여 두 차량의 차륜 궤적이 측정되었다. 두 차량의 임계속도 측정실험 결과는 Fig. 8과 9에 도시되었다. 왼쪽 그림은 주행 시험대의 운행 속도이고 오른쪽 그림은 대차의 횡방향 변위이다. 노후차량의 선형 임계속도는 약 35m/sec, 그리고 비선형 임계속도는 약 30m/sec에서 발생되었다. 반면, 신조 차량은 선형 임계속도가 80.5m/sec 그리고 비선형 임계속도가 72.2m/sec에서 발생되었다.

5.2 실험결과 검토

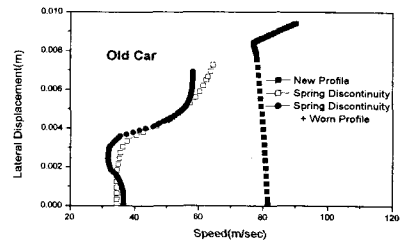


Fig. 10 Bifurcation diagram

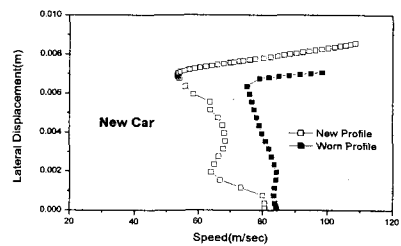


Fig. 11 Bifurcation diagram

실차실험 결과를 검증하기 위하여 두 차량에 대한 분기해석을 수행하였다. 차륜 궤적 마모도와 현가장치 불연속성이 고려된 경우, 현가장치 불연속성만이 고려된 경우 그리고 두 가지 요소가 모두 고려되지 않은 경우 등 총 3 경우에 대하여 해석결과와 실차실험 결과를 비교하였다.

신조 차량의 경우 현가장치 불연속성이 없었으므로 차륜 마모도가 고려된 경우와 그렇지 않은 경우에 대해서만 비교하였다.

Fig. 10은 노후차량에 대한 해석결과를 보여준다. 모든 비선형 요소가 고려되지 않았을 때 차량의 선형 및 비선형 임계속도는 82m/sec 그리고 비선형 임계속도는 76m/sec로 예측되었다. 그러나 현가장치 불연속성이 고려되면 선형 임계속도는 33m/sec로 변하고 임계속도 이력현상은 소멸된다. 이것은 첫 번째 해석결과에 비하여 임계속도 발생 대역이 실제와 근접하게 예측된 결과이나 실험에서 나타난 이력현상의 발생은 예측되지 않았다. 마지막으로 마모도를 해석에 추가로 고려하면 선형 임계속도가 37m/sec 그리고 비선형 임계속도는 32m/sec에서 발생되며 위 두 경우에 비하여 실험과 가장 가까운 결과를 나타낸다.

Fig. 11은 신조 차량의 분기해석결과를 보여준다. 차륜의 마모가 고려되지 않았을 경우 선형 임계속도는 80m/sec 그리고 비선형 임계속도는 53m/sec에서 발생된다. 이 결과는 임계속도 이력현상이 실제보다 과도하게 예측된 것으로서 실험과의 연관성을 찾기 힘들다. 마모도가 해석에 추가로 고려될 경우 선형 임계속도 및 비선형 임계속도는 각각 83m/sec와 75m/sec로 예측되며 마모도가 고려되지 않았던 모델에 비하여 실제에 보다 근접한 결과를 얻을 수 있었다. 위의 해석결과를 통해 차량 임계속도 및 그 이력현상의 정확한 예측을 위해서는 현가장치의 불연속성과 마모도가 반드시 고려되어야 할 중요한 요소임을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구는 철도차량의 사행동 이력현상에 영향을 주는 여러 인자들과 이로 인한 영향을 해석적으로 예측하기 위하여 수행되었으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 차축과 대차의 질량 및 2차 현가장치는 임계속도 이력현상에 거의 영향을 미치지 못하는 반면 차축과 대차간 거리 그리고 1차 현가장치의 변화는 이력현상과 민감하게 연관되어 있다. 특히 현가장치의 강성이 작아질수록 이력현상은 점차 줄어드는 경향을 보인다.

(2) 현가장치의 노후화로 인해 발생하는 강성의

불연속이나 간극의 생성 등은 차량의 임계속도 저하에 큰 영향을 미치며 해석 예측치가 실험결과와 차이를 가지게 되는 주요 원인이 될 수 있음을 확인하였다.

(3) 차륜 마모는 임계속도 및 그 이력현상과 밀접한 관계가 있다. 그러나 마모 형태에 따라 매우 다양한 이력현상을 유발시키므로 일정한 경향을 찾을 수는 없다.

(4) 차륜 마모도와 현가장치의 강성 불연속성과 같은 비선형 요소들을 해석에 고려함으로써 차량의 임계속도 및 이력현상 등이 좀더 현실적으로 예측될 수 있음을 확인하였다.

(5) 선형 및 비선형 임계속도 사이의 속도로 차량이 주행한다면 필요이상의 외란이 주행 중 발생할 경우 안정성이 급격히 악화되어 위험할 수 있다. 그러므로 차량의 최고속도는 비선형 임계속도 이하로 제한되어야 한다.

참고문헌

- (1) Huilgol RR, 1978, "Hof-Friedrichs Bifurcation and the Hunting of a Railway Axle," *Quart J. Appl. Mech.*, Vol. 36, pp. 85~94
- (2) Moelle D and Gasch R, 1982, "Nonlinear Bogie Hunting," in *Proc. 7th IAVSD Symp. Cambridge, Swets & Zeitlinger, Lisse*, pp. 455~467
- (3) Hans True, 1993, "Dynamics of a Rolling wheelset," *Applied Mechanics Division of ASME*, Vol. 46, pp. 438~444
- (4) 정우진, 김성원, 2000, "철도차량의 임계속도에 관한 연구," 대한기계학회논문집, Vol. 24, pp. 1991~1999
- (5) 정우진, 김성원, 2000, "비선형 임계속도 검증을 위한 실험적 연구," 한국철도학회논문집, 제3권, 제1호, 한국철도학회, pp. 12~18
- (6) Jing Zeng, Jiye Zhang and Zhiyun Shen, 1999, "Hopf Bifurcation and Nonlinear Oscillations in Railway Vehicle Systems," *Proc. 16. IAVSD Symposium*