

주파수역 피드백시스템인식을 이용한 연속시간 제어기 설계

양 호 석* · 정 유 철** · 이 건 복***

Continuous-Time Controller Design using Identification of Feedback System in Frequency Domain

Ho Suk Yang, Yu Chul Jung and Gun Bok Lee

Key Words: PID Controller(비례적분미분제어기), Automatic Tuning(자동튜닝), Feedback System(피드백시스템), Adaptive Control(적응제어), Frequency Response(주파수응답), Frequency Domain Approximation(주파수역 근사화), Nyquist Stability(나이퀴스트 안정성), Describing Function(기술함수), Nonlinear System(비선형 시스템)

Abstract

Continuous-time controller design is proposed using feedback system identification in frequency domain. System stability imposed by a new controller is checked in the function of a conventional closed-loop system, instead of a poorly modeled plant due to non-linearity and disturbance as well as unstable components, etc. The stability of the system is evaluated in view of Nyquist stability. All the equations are formulated in the framework of the discrete-time system. Simulation results are shown on the plant with input saturation and DC disturbance.

1. 서 론

기호설명

G_{cl} or G_{cl}^* : 폐루프전달함수

C or C^* : 제어기 전달함수

P : 플랜트 전달함수

$\hat{G}(j\omega)$: 주파수응답함수

τ : 시정수

k : DC 이득

T_d : 지연시간

제어대상으로서 CNC 공작기계, 로봇, 반도체 조에 이용되는 와이어 본더에 이르는 모션제어시스템의 고속·고정밀화에 따라 예전에 고려할 필요가 없었던 플랜트(제어대상)의 각 구성요소들의 비선형성에 의한 효과나 모델링오차 및 외란의 작용에 대해서도 충분히 요구하는 제어성능을 만족시키는 제어기의 설계 및 적합한 제어방식의 개발이 진행되어지고 있다. 현장에서 널리 사용되고있는 PID제어기설계는 제어기구조로 비례적분미분제어기를 선정하고, 각각의 제어기 파라미터를 적절하게 튜닝하는 기법을 채택하고 있다.^(1,2) 그러나 PID 제어방식을 채택하고 있는 시스템 중 대부분이 PID제어기를 플랜트에 잘 튜닝하여 사용하지 않고 있는 실정이다.⁽²⁾ 더욱이, 제

* 송실대학교 대학원

** 송실대학교 대학원

*** 송실대학교 기계공학과

어기 튜닝의 자동화가 가능하리라 기대되었던 적응제어기법도 제어대상에 적합한 적응제어법칙을 얻기위해서는 플랜트에 대한 보다 많은 선행정보들을 필요로한다는 점과 그 만큼 제어노력이 많이 든다는 단점 때문에 순수하게 자동튜닝기법이라고 생각하기에는 적합하지 않음을 알 수 있다.⁽³⁾ 그리고 기존의 설계기법이 플랜트모델에 기반을 두고 안정성의 견지에서 성능을 만족시키는 제어기를 설계하므로, 이때 플랜트의 모델링 오차에 대한 성능평가 및 실험해석 등의 보다 많은 제어노력이 들게된다. 이러한 제어시스템 설계상의 문제를 해결하기 위해서는 시스템의 안정성을 확보한 기본 제어기로부터 점차적으로 제어성능을 높일 수 있고 단순하고 안정적인 제어기자동설계기법의 개발이 필요하다.

본 연구에서는 현장에서 실제적인 제어기의 설계하고 적용할 때 제어시스템의 적합성시험과 관련된 반복실험의 문제와 안정성(예측)에 대한 문제를 다루고 있다. 즉, 제어기의 설계와 제어시스템의 안정성 및 최적성능의 평가를 기존의 플랜트인식방법을 이용하지 않고, 선형시스템에 가까운 피드백시스템을 인식함으로써 해결하고자 한 것이다. 일반적인 플랜트 인식의 어려움은 플랜트에 존재하는 비선형성, 외란영향, 그리고 불안정한 요소들에 기인한다. 그러나 안정한 피드백시스템의 경우, 성능은 좋지않지만 플랜트의 인식모델에 비해 제어시스템의 설계방법들에 대한 많은 정보를 제공하고 있다. 피드백시스템인식을 이용한 제어기의 설계는 초기의 피드백시스템의 성능과 함께 인식한 결과를 이용하여 주파수역에서 설계된 제어기에 대한 안정성을 Nyquist의 관점에서 검토한다.

2. 제어기 설계기법

2.1 주파수역 시스템 인식

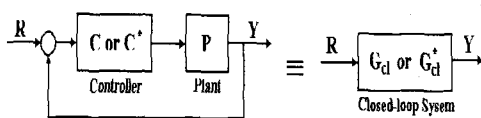


Fig. 1 Block Diagram of Feedback System

일반적인 제어시스템은 Fig. 1의 블록선도와 같이 피드백요소를 통해 폐루프를 이루며, 이때 전제적인 제어시스템이 선형시스템에 가까운 경우 그 동특성과 성능은 다음과 같은 전달함수로 나타낼 수 있다.

$$G_{cl}(*) = \frac{C(*)P(*)}{1 + C(*)P(*)} \quad (1)$$

여기서, *연산자는 연속시간시스템에서는 미분연산자 s를 의미하며, 이산시간시스템에서는 z^{-1} 를 의미한다.⁽⁷⁾ 그리고 C(*)는 선형제어기의 전달함수를 나타내고, P(*)는 제어대상인 플랜트의 전달함수를 나타낸다.

구동기나 일반적인 플랜트는 입력측 포화를 포함한 하드 비선형 요소를 가지므로, 기존 제어시스템에 대한 제어실험의 작업조건으로서 선형구간범위에서 수행하면, 피드백시스템에 대한 실험결과로부터, 제어기와 플랜트로 이루어진 다음의 해석함수를 구할 수 있다.

$$[C(j\omega)P(j\omega)]^{-1} = \frac{1 - \widehat{G}_{cl}(j\omega)}{\widehat{G}_{cl}(j\omega)} \quad (2)$$

여기서, 위 식 (2)는 피드백시스템의 설계조건으로 정상상태오차가 거의 없도록 설계하는 구속조건 ($G_{cl}(j0) \approx 1$)에 대해서도 해석적임을 알 수 있다.⁽⁴⁾⁽⁵⁾ 그리고, 폐루프시스템에 대한 전달함수를 구한 결과를 다음과 같이 정의하면,

$$G_{cl}(s) \equiv \frac{B_{Gcl}(s)}{A_{Gcl}(s)} \quad (3)$$

제어기를 재설계하여 피드백을 꾸뻘을 때 얻을 수 있는 폐루프전달함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G_{cl}^*(s) = \frac{C^*(s)P(s)}{1 + C^*(s)P(s)} \quad (4)$$

여기서, $C^*(s)$ 는 새로 설계되는 제어기의 전달함수이다.

2.2 안정한 제어기 설계

: Stability of Nyquist Criterion

2.1절의 식 (4)에서 요구되어지는 성능을 만족하는 폐루프전달함수를 기존 폐루프전달함수에 필터전달함수의 곱으로 나타내도록 하면, 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$G_{cl}^*(j\omega) = \frac{C^* \widehat{G}_{cl}}{C(1 - \widehat{G}_{cl}) + C^* \widehat{G}_{cl}} \quad (5)$$

여기서, $\widehat{G}_{cl}(j\omega)$ 는 실험을 통해 구한 주파수 응답결과이며, $C(j\omega)$ 는 기존의 제어기이고, $C^*(j\omega)$ 는 새로 설계되는 제어기를 주파수응답을 해석적으로 구한 것이다.

식 (5)로부터, 요구되는 특성을 갖는 폐루프 전달함수 G_{cl}^* 를 만족시키는 새로운 제어기 C^* 의 설계는 다음의 식으로 재구성할 수 있다.⁽⁴⁾⁽⁵⁾

$$\left[\frac{1 - G_{cl}}{G_{cl}} \right] \cdot C^* = \left[\frac{1 - G_{cl}}{G_{cl}} \right] \cdot C \quad (6)$$

그러나, 위의 식은 제어시스템의 성능을 향상시킬 수 있는 개념을 제시하는 반면, 적절한 제어기로 실현하는 문제를 가지고 있다. 그리고, 비선형요소에 의한 진동발생문제나 안정(가능)성문제를 포함하여 설계에 응용할 수 없는 단점을 가지고 있다. 진동문제와 안정성문제를 검토하기 위해, 본 연구에서는 플랜트의 입력측에 포화를 갖는 시스템에 대한 Nyquist 관점의 안정성평가방법을 도입한다. [진동문제와 안정성문제를 검토할 뿐만 아니라, 점근안정성에 대한 충분조건까지 포함하여 평가하는 방법인 Popov 관점의 안정성평가방법을 참고문헌 (10)에서 다루었다.]

플랜트의 입력측 비선형 요소로서 입력포화를 고려하면, 다음과 같은 함수로 정의할 수 있다.

$$v = \begin{cases} ku & , |u| < S \\ kS & , |u| \geq S \end{cases} \quad (7)$$

여기서, k 는 선형구간의 기울기를 나타내며, S 는 포화제한값을 나타낸다. u 가 제어기의 출력으로 비선형블록의 입력이라 할 때, v 는 비선형블록의 출력이 된다. 본 연구에서는 선형구간의 기울기 k 의 값을 해석상에서 플랜트의 이득에 영향을 미치지 않도록 '1'로 하였다.

비선형요소에 의해 발생될 수 있는 고차의 조화신호가 충분히 감소된다고 가정하면, 비선형요소는 기술함수(describing fn.)로 표현할 수 있다. 그리고, 이러한 비선형요소의 기술함수는 폐루프 전달함수의 특성방정식에서 다음의 관계를 갖는다.⁽¹⁾

$$C^*(s)P(s) = -\frac{1}{N} \quad (11)$$

위의 방정식을 만족하는 s 가 허수인 경우, 제어시스템은 limit cycle 특성을 갖게됨을 알 수 있다. 선형제어시스템에 대해 사용되는 전통적인 주파수응답 해석법을 사용하여 피드백시스템을 안정화시키는 제어기를 설계할 수 있다.

플랜트에 대한 수학적 모델을 구하기가 어려운 경우, 피드백제어의 안정성은 식 (2)와의 관계로부터 다음과 같은 주파수응답 정보를 얻을 수 있다.

$$C^*(j\omega)P(j\omega) = \frac{C^*(j\omega)}{C(j\omega)} \frac{G_{cl}(j\omega)}{1 - G_{cl}(j\omega)} \quad (13)$$

위의 관계로부터, 식 (11)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{C^*(j\omega)}{C(j\omega)} \frac{G_{cl}(j\omega)}{1 - G_{cl}(j\omega)} = -\frac{1}{N} \quad (13)$$

또한, 제어시스템의 요구성능에 따라 제어기구조가 정해진 경우에 대해 고려하자. 일반적인 제어시스템에서 요구되어지는 출력값 레귤레이션을 위해서는 제어기구조에 적분제어항을 포함시키므로, 적분제어를 포함한 제어기는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C^*(s) = \frac{\widetilde{C}^*(s)}{s} \quad (14)$$

위의 관계식을 안정화 제어기 설계에 적용하면, 시스템이 진동현상을 일으키는 조건에 대하여 다음의 관계를 도출할 수 있다.

$$\left[\frac{\widetilde{C}^*(j\omega)}{C(j\omega)} \right] \cdot \left[\frac{G_{cl}(j\omega)}{j\omega - j\omega G_{cl}(j\omega)} \right] = -\frac{1}{N}$$

그리고, 포화를 갖는 시스템의 불안정성은 선형영역에서의 안정성 판별만으로 가능하므로 ($N=1$), 주파수역 설계에서 많이 사용하는 Nyquist 선도법이나 Bode 선도, Nichol 선도 등을 이용하여 제어기를 설계할 수 있다.⁽¹⁾

2.4 제어기 설계과정

주파수역 시스템 인식을 이용한 안정화 제어기 설계기법을 정리하면 다음과 같다.

I. 기존의 피드백시스템에 대해 선형범위내의 운전된 실험데이터를 이용하여 주파수역 시스템 인식 : 입출력 데이터를 아래와 같은 방법으로 주파수분석할 수 있다.

$$\widehat{G}_c(j\omega) \approx \frac{YR^T}{RR^T}(j\omega) \quad (17)$$

여기서, R : 입력신호에 대한 주파수분석

Y : 출력신호에 대한 주파수분석

II. 제어기 설계:

플랜트에 대한 주파수응답함수의 근사치를 다음의 식으로 구하고, 안정화 제어기를 설계한다.

$$C^*(j\omega)\widehat{P}(j\omega) = \frac{C^*(j\omega)}{C(j\omega)} \frac{\widehat{G}_c(j\omega)}{1 - \widehat{G}_c(j\omega)} \quad (13)$$

III. 시스템 안정성 평가

: 새로운 피드백시스템의 극점이 안정할 조건으로부터, 주파수응답상에서 다음의 관계를 갖는 Nyquist 안정성을 평가할 수 있다.

$$\frac{C^*(j\omega)}{C(j\omega)} \frac{\widehat{G}_c(j\omega)}{1 - \widehat{G}_c(j\omega)} = -\frac{1}{N} \quad (20)$$

안정화 제어기설계는 비선형요소 N 의 기술함수에 대하여 우변의 기지의 항을 이용하여 시스템의 안정영역을 복소평면상에서 구분하고, 불안정으로 정의된 영역과 만나지 않는지 검토함으로써 시스템 안정성을 평가할 수 있다.

3. 시뮬레이션

3.1 제어시스템

본 논문에서 제시한 제어기 설계방법을 검토하기 위해 다음과 같은 플랜트 모델을 고려해 보았다. 고려한 플랜트는 시간지연요소를 가지고 있으며, 플랜트의 입력측상의 외란은 환경에 따라 DC성분으로 존재하는 것으로 하였다. 시뮬레이션에 이용한 시스템에 대한 블록선도는 Fig. 2에 나타내었다.

· 공칭플랜트 모델

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = ku(t - T_d) + d \quad (21)$$

$$(\tau = 2, k = 10, T_d = 0.2 \text{sec})$$

이를 전달함수로 표현하면, 다음의 식을 만족한다.

$$P^0(s) \equiv \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{ke^{-T_d s}}{\tau s + 1} \quad (22)$$

그리고, 기존의 제어시스템은 다음과 같은 제어기에 대해서 안정하였다.

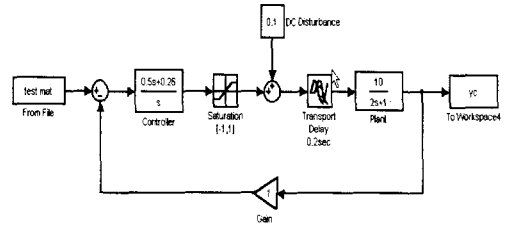


Fig. 2 Block Diagram of Control System

· 기존 제어기설계(비례제어기)

$$C_p(s) = K_p \quad (K_p = 0.5) \quad (23)$$

시뮬레이션을 행한 기준입력과 그 출력은 Fig. 3에 보였으며, 그 피드백시스템의 주파수역 특성을 Fig. 4에 보였다. 여기서, 외란의 크기를 플랜트의 최대입력의 1/10 정도로 하였다. 기존 비례제어기만으로는 외란에 대한 리셋효과가 부족함을 볼 수 있으며, 이는 피드백시스템의 주파수역 특성상에서 주파수가 영일 때 그 효과가 나타남을 볼 수 있다.

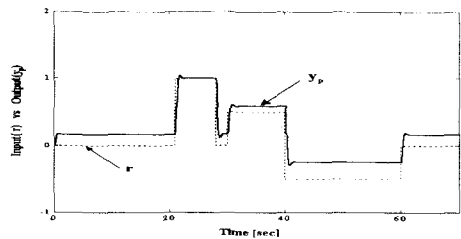


Fig. 3 Time Response of Conventional Closed-loop System

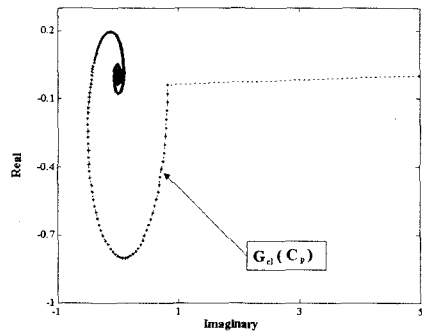


Fig. 4 Frequency Response of Conventional Closed-loop System

3.2 제어기 설계 및 고찰

제어기의 재설계는 제어시스템의 정상상태오차를 없애기 위해 기존의 비례제어기를 대신하여 비례-적분제어기를 선정하였다. 비례-적분제어기의 구조는 다음과 같다.

$$C_i(s) = \frac{0.5s + 0.26}{s} \quad (23)$$

그리고, 설계된 제어기에 대해서 Fig. 4에 보인 피드백시스템의 주파수역 결과와 식 (20)을 이용하여 안정성 평가한 결과를 Fig. 5에 보였다. 또한, 기대되어지는 피드백시스템의 주파수 응답은 다음의 식 (24)로부터 구하여 Fig. 6에 보였다.

$$\widehat{G_{cl}^*} = \frac{C^*G_{cl}}{C - CG_{cl} + C^*G_{cl}} \quad (24)$$

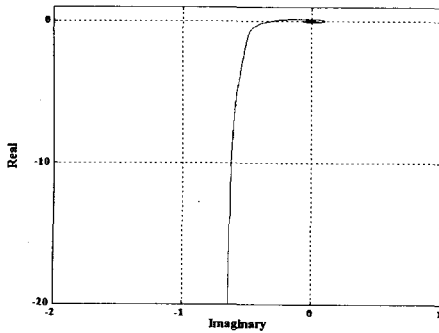


Fig. 5 Redesign of Controller in the view of Nyquist Stability

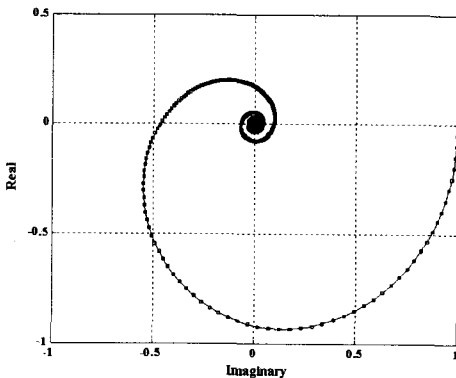


Fig. 6 Estimated Frequency Response of Redesign Closed-loop System

비례적분제어기를 사용함으로써 기대되어지는 바와 같이 주파수가 영일 때 거의 1에 가까움을 Fig. 6에서 볼 수 있으며, 시뮬레이션한 결과를 보인 Fig. 7에서와 같이 외란이 존재함에도 정상상태오차가 거의 없음을 알 수 있다.

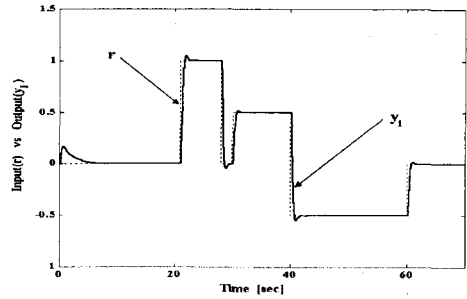


Fig. 7 Time Response of Redesign Closed-loop System

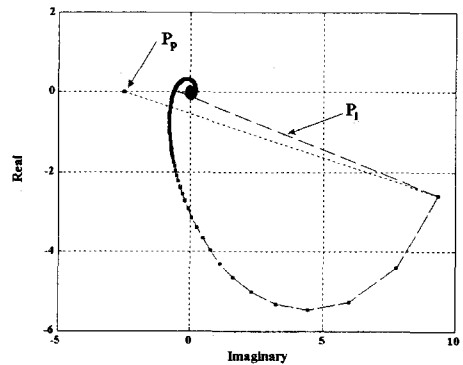


Fig. 8 Frequency Response of the Plant
 - P_p : from Conventional System
 - P_i : from Redesign System

Fig. 8은 기존의 제어시스템과 재설계된 제어시스템의 시뮬레이션으로부터 플랜트의 주파수 응답을 구한 결과이다. 각각의 경우, 플랜트 입력측 DC 외란 즉 오프셋 입력 등의 영향이 같음에도 불구하고, 다른 결과를 갖음을 알 수 있다. 이는 피드백시스템의 특성상, 입력측 외란을 소거하고자 하는 제어노력의 영향에 기인하여 나타남을 알 수 있다. 현장의 실제 시스템상에서 외란의 성분

이 DC 성분뿐만 아니라 주파수성분을 갖는 경우나 시간에 따라 혹은 환경변화에 따라 외란의 효과가 다른 경우의 실제적인 경우에 플랜트의 주파수응답정보를 이용하지 않고, 피드백시스템 자체의 주파수응답정보로부터 제어기를 재설계하는 방법이 유용함을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 주파수역 피드백시스템 인식을 이용한 제어기의 설계방법과 안정성 검토방법을 제시하였다. 피드백시스템 인식을 이용한 방법이 비선형이나 외란의 효과가 존재하는 플랜트 모델 인식방법에 비해 제어시스템 설계에 더욱 유용함을 알 수 있었다. 기존의 피드백시스템으로부터 인식한 정보를 이용하여 새로운 제어기의 설계시 안정성을 검토하는 방법으로 Nyquist의 관점에서 다루어 보았으며, 비선형성과 외란이 존재하는 플랜트에 대한 제어시스템 시뮬레이션 결과로부터 그 유용성을 확인하였다.

앞으로의 연구는 제어시스템의 제어성능에 대한 최적설계와 관련되어 페루프시스템의 특성을 자동으로 설계하는 체계적인 방법과 일반적인 플랜트에 존재하는 비선형성에 대한 안정화 제어기 설계기법에 대한 지속적인 연구가 필요하다고 본다.

참고문헌

- (1) Ogata, K., 1990, "Modern Control Engineering, 2nd Ed.," Prentice Hall.
- (2) Åström, K. and Hägglund, T., 1988, "Automatic Tuning of PID Controllers," Instrument Society of America.
- (3) Dep. of Automatic Control in Lund Institute of Technology, 1996, Activity Report 1995-1996, Dep. of Automatic Control in Lund Institute of Technology, Lund Univ., Sweden.
- (4) 정유철, 이건복, 1999, "페루프시스템 인식을 이용한 제어기 설계기법," 한국정밀공학회 '99년도 춘계학술대회논문집, pp. 314-217.
- (5) 정유철, 이건복, 2000, "주파수역에서 시스템감시를 이용한 제어기 Auto-tuning

- 기법," 한국정밀공학회 2000년도 춘계학술대회논문집, pp. 136-139.
- (6) Landau, I., 1990, "System Identification and Control Design," Prentice Hall.
- (7) Lilja, M., 1989, "Controller Design by Frequency Domain Approximation," Report CODEN: LUTFD2 / (TFRT - 1031)/ 1-107/(1989) (Ph. D. Thesis), Dep. of Automatic Control, Lund, Sweden.
- (8) Vidyasagar, M., 1978, "Nonlinear Systems Analysis," Prentice Hall.
- (9) Sastry, S., 1999, "Nonlinear Systems: Analysis, Stability, and Control," Springer-Verlag.
- (10) Isidori, A., 1995, "Nonlinear Control Systems, 3rd Ed," Springer-Verlag.
- (11) 정유철, 심영복, 이건복, 2001, "주파수역 피드백 시스템 인식을 이용한 이산시간 제어기 설계," 대한기계학회 2001년도 춘계학술대회 논문집.