

원추형 자기베어링을 이용한 회전체의 진동제어

양승준* · 곽병철* · 석창욱** · 이재웅***

The Vibration Control for Cone type Rotor-Magnetic Bearing System

Seungjun Yang, Byungchul Kwak, Changwook Seok and Jaeeung Lee

Key Words: Cone Sahpe Magnetic Bearing(원추형 자기 베어링), PID Control, System stability

Abstract

The cone-type AMB system consists of only 4 couples of magnets, and it can be smaller and lighter than radial-type AMB system. In this paper, the equations of motion on the cone-type AMB system are derived first, and the digital PID controllers are designed for its vibration control. The controllers are designed based on the decoupled equations of motion, and the performance of the designed controller is evaluated through its real system experiment. The results of the experiment show good performance of the controllers.

1. 서 론

자기베어링은 기존 타 베어링에 비해 우수한 특성을 가지고 있는 새로운 형태의 베어링으로 그 원리를 살펴보면, 회전기계류에서 기존 베어링이 위치해야 할 부분에 전자석으로 자기 베어링을 구성하여 자기적 흡인력으로 축을 공중에 부양시키고 축의 회전에 따른 진동을 여러 가지 제어 이론을 적용하여 감소시켜주는 것이다.

능동 자기 베어링 중에서도 특히 원추형 자기

베어링은 5조의 전자석 대신 4조의 전자석으로 제어를 행하므로 소형화, 경량화가 가능하고 제조 비용을 감소시킬 수 있다는 장점이 있다.

현재까지 이러한 원추형 자기베어링 제어방법에 관하여 수행된 연구 중 몇 가지를 살펴보면, Allaire은 자기베어링 액츄에이터와 디지털 PID 제어기에 관한 전반적인 소개를 하였고⁽¹⁾. Fukata는 원추형 자기 베어링에 대한 비연성제어기를 설계하고 모의 실험(simulation)을 행하였으며⁽²⁾, Lin은 원추형 자기베어링에 대해 feedback linearization 방법을 사용하여 비연성제어기를 설계하고 Fuzzy 논리를 이용하여 강건성과 과도성 능 개선을 꾀하였다.⁽³⁾

* 중앙대학교 대학원 기계공학과

** 현대자동차 남양연구소

*** 중앙대학교 기계공학과 교수

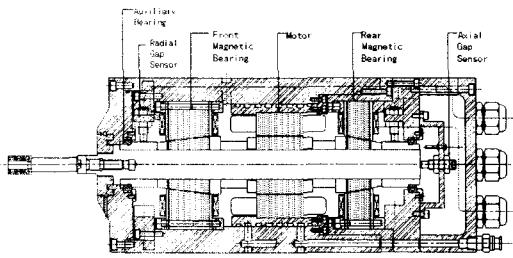


Fig. 1 Cone-type active magnetic bearing

본 연구에서는 Fig.1과 같이 설계된 원추형 자기 베어링에서 발생하는 전자기력의 선형화를 통하여 강성 회전체에 대한 비연성 5자유도 운동방정식을 유도하였다. 또한 원추형 자기베어링 구성요소의 동특성을 분석한 후 PID 제어알고리즘을 적용한 디지털 제어시스템을 구현하여 주축(Spindle) 시스템의 응답특성을 살펴보았다.

2. 원추형 자기베어링의 모델링

2.1 자기력의 선형화

원추형 회전체의 운동방정식을 세우기 위해 세워진 좌표축은 Fig.2와 같고, 주축이 정상상태에서 x, y, z 각 축의 양의 방향으로 미소 변위 만큼 움직였다고 가정하였을 때, 각 요소 전자석에서의 선형화된 자기력은 다음 식(2-1)로 나타낼 수 있다.⁽⁴⁾

$$\begin{aligned} F_1 &= F_{01} + K_{d1} i_1 + K_{q1}(z \sin \beta_1) \\ &\quad + K_{q1}(y - l_1 \theta_x) \cos \beta_1 \\ F_2 &= F_{01} + K_{d1} i_2 + K_{q1}(z \sin \beta_1) \\ &\quad - K_{q1}(y - l_1 \theta_x) \cos \beta_1 \\ F_3 &= F_{01} + K_{d1} i_3 + K_{q1}(z \sin \beta_1) \\ &\quad + K_{q1}(x + l_1 \theta_y) \cos \beta_1 \\ F_4 &= F_{01} + K_{d1} i_4 + K_{q1}(z \sin \beta_1) \\ &\quad - K_{q1}(x + l_1 \theta_y) \cos \beta_1 \\ F_5 &= F_{02} + K_{d2} i_5 - K_{q2}(z \sin \beta_2) \\ &\quad + K_{q2}(y + l_2 \theta_x) \cos \beta_2 \\ F_6 &= F_{02} + K_{d2} i_6 - K_{q2}(z \sin \beta_2) \\ &\quad - K_{q2}(y + l_2 \theta_x) \cos \beta_2 \\ F_7 &= F_{02} + K_{d2} i_7 - K_{q2}(z \sin \beta_2) \\ &\quad + K_{q2}(x - l_2 \theta_y) \cos \beta_2 \\ F_8 &= F_{02} + K_{d2} i_8 - K_{q2}(z \sin \beta_2) \\ &\quad - K_{q2}(x - l_2 \theta_y) \cos \beta_2 \end{aligned} \quad (2-1)$$

여기서 F_{01}, F_{02} 는 정상상태 전자기력을 나타내고, K_{d1}, K_{d2} 는 전류에 대한 전자기력의 민감도, K_{q1}, K_{q2} 는 변위에 대한 전자기력의 민감도, $i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7, i_8$ 은 각각의 전자석 코일에 흐르는 전류를 나타낸다.

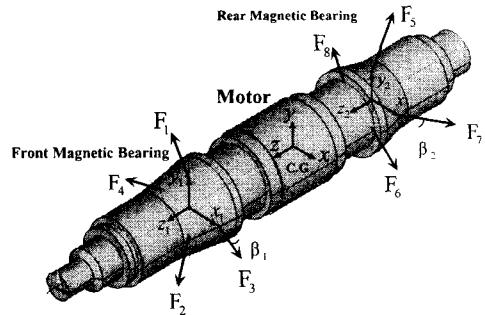


Fig.2 The coordinates of a cone-type rotor

2.2 운동방정식

자이로 효과를 무시한 원추형 회전체의 질량 중심에 관한 운동방정식은 다음의 식(2-2)로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}_g \ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{K}_g \mathbf{q}_g = \mathbf{K}_{ig} \mathbf{I}_m \quad (2-2)$$

여기서,

$$\mathbf{q}_g = [x \ y \ z \ \theta_x \ \theta_y]^T$$

: 질량 중심 좌표계 변위벡터

$$\mathbf{I}_m = [i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_4 \ i_5 \ i_6 \ i_7 \ i_8]^T$$

: 각 요소 전자석에서의 제어전류

\mathbf{M}_g : 질량 행렬 (Mass Matrix)

\mathbf{K}_g : 위치 강성 행렬

(Position Stiffness Matrix)

\mathbf{K}_{ig} : 전류 강성 행렬

(Current Stiffness Matrix)

위의 질량중심에 관한 운동방정식을 전자석이 위치한 베어링에 관한 좌표계로 변환행렬 T 를 사용하여 밑의 식(2-3), 식(2-4), 식(2-5)를 식(2-2)

에 대입하여 좌표변환하면, 식(2-6)과 같이 각각의 베어링 좌표에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & l_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -l_2 \\ 0 & 1 & 0 & -l_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

$$\mathbf{q}_b = \mathbf{T}\mathbf{q}_g \quad (2-4)$$

$$\mathbf{f}_g = \mathbf{T}^T \mathbf{f}_b \quad (2-5)$$

여기서,

$$\mathbf{q}_b = [x_1 \ x_2 \ y_1 \ y_2 \ z]^T$$

$$\mathbf{f}_g = \mathbf{K}_{ig} \mathbf{I}_m = \mathbf{T}^T \mathbf{f}_b$$

: 제어 전류에 의한 전자기력

$$[(\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{M}_g(\mathbf{T}^{-1})] \tilde{\mathbf{q}}_b + [(\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{K}_g(\mathbf{T}^{-1})] \mathbf{q}_b = \mathbf{f}_b \quad (2-6)$$

원추형 자기 베어링은 4조의 전자석만 가지고 축 방향과 반경 방향을 동시에 제어하기 위해서 각 방향 제어 전류($i_1, i_2 \dots i_7, i_8$)와 각 전자석에서의 제어 전류($i_{x1} \dots i_z$) 사이의 관계는 식(2-7)과 같다. ^{(5), (6)}

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \\ i_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{x1} \\ i_{x2} \\ i_{y1} \\ i_{y2} \\ i_z \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

$\{i_{x1}, i_{x2}, i_{y1}, i_{y2}, i_z\} = \mathbf{I}_b$ 라하고, 두 제어전류 사이의 8×5 변환 관계행렬을 \mathbf{A} 라고 하면 질량중심좌표계에서의 전자기력과 베어링 좌표계에서의 전자기력 사이에는 식(2-8)과 같은 관계가 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_b &= (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{f}_g \\ &= (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{K}_{ig} \mathbf{I}_m \\ &= [(\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{K}_{ig} \mathbf{A}] \mathbf{I}_b \end{aligned} \quad (2-8)$$

식(2-6)에 식(2-8)을 대입하면 각 방향 제어 전류에 관한 자기 베어링 좌표계의 운동방정식(2-9)을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}_b \tilde{\mathbf{q}}_b + \mathbf{K}_b \mathbf{q}_b = \mathbf{K}_{ib} \mathbf{I}_b \quad (2-9)$$

여기서,

$$\mathbf{M}_b = (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{M}_g(\mathbf{T}^{-1})$$

: 자기베어링 좌표계에서의 질량 행렬.

$$\mathbf{K}_b = (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{K}_g(\mathbf{T}^{-1})$$

: 자기베어링 좌표계에서의 위치 강성 행렬.

$$\mathbf{K}_{ib} = (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{K}_{ig} \mathbf{A}$$

: 자기베어링 좌표계에서의 전류 강성 행렬.

위의 \mathbf{M}_b , \mathbf{K}_b , \mathbf{K}_{ib} 행렬은 비대각 항들이 남아 앞, 뒤 베어링간에 연성이 되어 있다. 그러나 비대각 항들의 크기가 대각 항들보다 훨씬 작은 경우에는 비대각 항들을 무시할 수 있다. 본 연구에서 유도된 운동방정식에서는 비대각항의 최대값이 대각항의 최소값의 $1/20$ 정도로 상대적으로 작은 값임으로 연성을 무시하고 각축의 독립적인 제어를 행하였다.

2.3 기타 구성 요소

2.3.1 전력증폭기 (Power amplifier)

전력증폭기는 디지털 제어기(A/D, D/A) 센서에 비하여 대역폭이 상당히 작기 때문에 시스템 전체의 동특성에 가장 큰 영향을 미친다. 고주파수 대역으로 가면서 변화되는 전력증폭기의 특성으로 인하여 특성을 식(2-10)과 같이 2차 함수로 근사화 하였고 그 결과는 Fig.3, Fig.4, Table 1과 같다.

$$G_{amp}(s) = \frac{K_{amp} \omega_n^2}{s^2 + 2 \zeta \omega_n^2 + \omega_n^2} \quad (2-10)$$

Table 1에서 보듯 각각의 전력증폭기마다 조금씩 다른 특성으로 인하여 실제의 실험시 보다 큰 연성효과와 안정영역 감소현상을 확인할 수 있었고, 이는 이후 조정을 통해 보완할 계획이다.

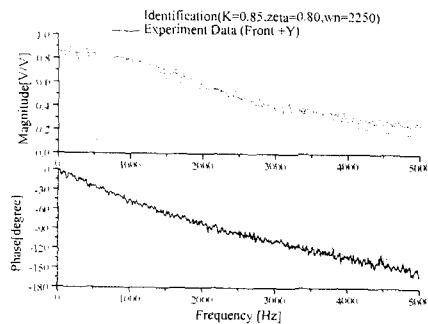


Fig.3 FRF of a Front Power Amplifier

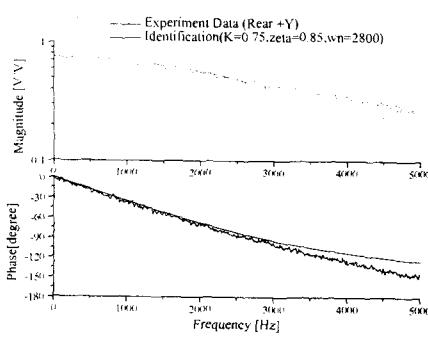


Fig.4 FRF of a rear Power Amplifier

	K_{amb}	ζ	ω_n (Hz)
Front +X	0.85	0.75	2500
Front -X	0.90	0.85	2400
Front +Y	0.85	0.80	2250
Front -Y	0.80	0.85	2300
Rear +X	0.90	0.40	4500
Rear -X	0.85	0.75	2800
Rear +Y	0.75	0.85	2800
Rear -Y	0.90	0.80	3400

Table 1. Transfer function of a power amplifier

2.3.2 센서 (Sensor)

변위를 측정하는 gap sensor는 대역폭이 20KHz이며, 10V/1mm의 동특성을 갖는다.

2.3.3 전자석 (Electro-magnet)

전자석의 동특성은 입력전류와 자기력의 전달함

수로, 입력전류와 자기력의 공극에서의 자속밀도의 동특성과 일치한다. 여기서의 위상지연은 적층 코어에서의 와전류(eddy current)나 이렉트릭(hysteresis)현상의 발생 원인이 되는데 본 시스템의 경우처럼 0.1mm의 적층판을 사용하는 경우에는 와전류의 영향을 상당히 줄일 수 있다.⁽⁷⁾

3. 제어 알고리즘 설계 및 모의실험

3.1 PID 제어기.

선형제어이론이며 가장 널리 쓰이고 있는 PID 이론은 제어알고리즘의 구현이 용이하여 컴퓨터를 통한 모의 실험 구현이 간편하며, 실제의 구현시 빠른 응답을 가지면서, 좋은 제어성능을 가짐으로 본 연구에 Fig.5와 같이 우선 적용하였다.

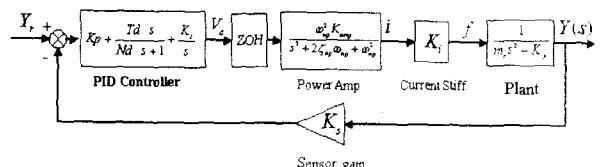


Fig.5 Magnetic bearing system with PID control

Item	Front	Rear
Normal air gap [mm]	0.5	0.5
Pole face area [mm ²]	353	205
Bias current [A]	3.5	3
Angle of inclination [rad]	0.1279	0.2213
Mass of spindle [kg]	2.9808	
I_p [kg/m ²]	0.0006891	
I_d [kg/m ²]	0.0661	
Sensor gain [V/m]	10000	
Number of turn [times]	80	

Table 2. The specification of cone shape magnetic bearing

3.2 안정영역도시

Table 2와 같은 제원의 원추형 자기베어링 디지털 제어시스템(Discrete Control System)의 안정영역을 Jury 안정성 판별법을 이용하여 구하였다.⁽⁸⁾ 다음의 Fig.6은 PID제어기의 P, D 계인값 변화에 따른 시스템의 안정영역을 보여주고 있다. 또한 모의 실험을 통하여 자기베어링 시스템의 설계 변수와 안정영역과의 관계를 규명하여 Table 3과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

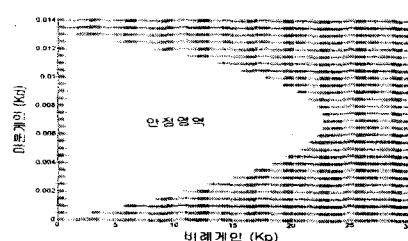


Fig.6 Stability region of Front X,Y

design variable	Stability region
Increase ω_n of amp	Increase
Increase Gain of amp	decrease
Increase ζ of amp	decrease
Increase Mass of spindle	Increase
Increase Current stiffness	decrease
Increase Position stiffness	Shift to the right

Table 3. Effect of model variables

4. 실험결과

본 실험에서는 TMS320C6701 DSP를 이용하여 샘플링 주기 0.0001sec인 Tustin방법으로 이산화된 이상적인 디지털 제어기를 구성하였다.

Fig.7에 실험에서 얻은 주파수 응답과 ARMAX법을 통하여 규명한 모델을 비교하여 나타내었다. 수학적 모델에서 얻은 전류강성, 위치강성 값과 비슷한 결과를 얻을 수 있었고, 수학적 모델에서 무시하였던 감성(Damping) 효과의 크기가 약 300정도 됨을 확인할 수 있었다.

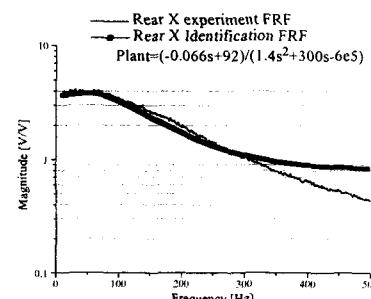


Fig.7 Model identification

실제 모델에 관한 Front 방향의 안정영역을 Fig.8과 같이 구하여 모의 실험값과 비교하여 보았다.

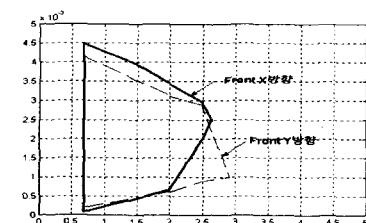


Fig.8 Stability region with experiment

제어기 구성 과정에서 무시한 연성효과 및 불확실성등에 의하여 모의 실험 값보다 안정영역이 작으나 실험에서 얻은 안정영역이 모의 실험 시 얻은 안정영역에 포함되어 있음을 확인할 수 있었다.

모의 실험에서 얻은 안정영역 계인값들 중 비례계인이 1.2, 미분계인이 0.001에서 안정된 좋은 부상응답을 확인할 수 있었고, 그 결과는 Fig.9와 같다.

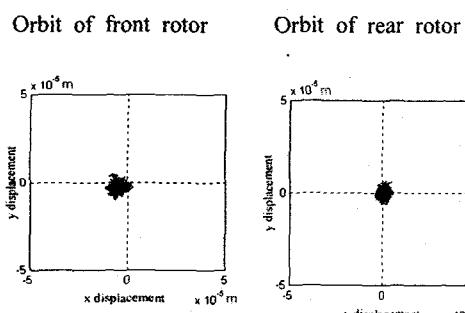


Fig.9 Orbit of rotor at 0 rpm

원추형 자기베어링에 의하여 부상이 된 주축을 5.5/7.5kW의 출력과 최고속도 60,000 rpm의 내장 모터를 이용하여 자기베어링을 0rpm에서 5000rpm씩 증가시키며 35,000rpm까지 회전시켜 보았다. Fig.10에서 보듯 모든 경우에 대하여 PID 제어를 통하여 회전반경을 $20 \mu\text{m}$ 이내로 안정시킬 수 있음을 확인할 수 있었다.

Orbit of front rotor Orbit of rear rotor

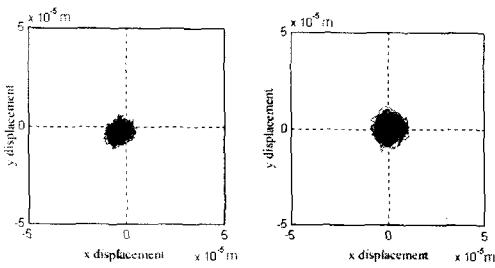


Fig.10 Orbit of rotor at 35,000 rpm

저주파수 영역에서 본 시스템은 Fig.11과 같은 잡음에 영향을 받아 소음이 발생되는 특성이 있었고, 이는 전·후 반지름(X,Y)방향 강성에 비하여 각각 1/13, 1/6배나 작은 강성을 가진 축(Z)방향의 고유진동수에 영향을 미침을 주파수 응답을 통하여 확인하여 볼 수 있었다. 이는 많은 량의 잡음을 발생시키는 모터선의 독립 및 신호선의 접지 과정을 통하여 상당부분 해결하였다.

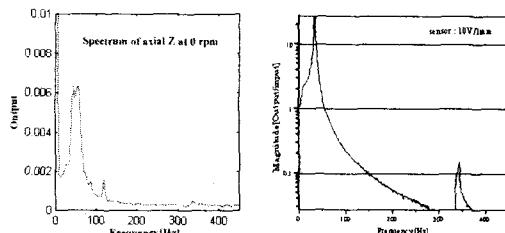


Fig.11 Spectrum

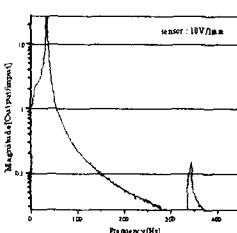


Fig.12 FRF of axial Z

4. 결론

본 연구에서는 기존의 래디얼 타입 자기베어링보다 많은 장점을 가지고 있는 원추형 자기베어링을 공작기계용 주축에 적용하기 위해 PID 제

어시스템을 설계하였고 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 비선형성을 가지는 자기 베어링 시스템을 선형화하여 앞, 뒤 베어링이 연성되지 않은 독립된 제어기를 설계하였다.
2. 안정영역 증대를 위한 설계 변수와의 관계를 규명하였다.
3. 회전실험 결과 35,000 rpm 까지 $20 \mu\text{m}$ 이내의 안정된 주축의 회전반경을 얻을 수 있었다.
4. 향후에는 본 시스템의 연성효과, 손실, 잡음의 영향, 전자력의 비선형성 등 전반적인 것에 관하여 규명하고 이를 이용하여 실제 시스템의 비선형성을 보상할 수 있는 제어기를 개발할 예정이다.

참고문헌

- (1) R.D. Williams, F.J. Keith, and P.E. Allaire, "Digital Control of Active Magnetic Bearings", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 37, No.1, February 1990, pp.19-27
- (2) S.Fukata and Y. Kouya, "Dynamics of Active Magnetic Bearings with Magnet Cores in the Shape of a Cone", the 3rd International Symposium on Magnetic Bearing, Alexandria, Virginia, July 28, 1992, pp.339-348
- (3) Lih-Chang Lin and Tzyh-Biau Gau, "Feedback Linearization and Fuzzy Control for Conical Magnetic Bearings", IEEE Trans. on control systems technology, Vol. 5, No.4, July 1997, pp.417-426
- (4) 석창욱, "원추형 회전체-자기 베어링의 능동진동제어", 석사학위논문, 중앙대학교, 2000
- (5) 하영호, 이종원, "지능형 마그네틱 베어링", 대한기계학회논문집 제34권 제 10호, 1994, pp. 1-14
- (6) 정호섭, "능동자기 베어링지지 로봇관절", 석사학위논문, 한국과학기술원, 1992
- (7) 노승국, "16-pole 반경방향 자기베어링 요소의 동특성을 고려한 디지털 PID 제어에 관한 연구", 한국기계연구원, 1999
- (8) Katsuhiko Ogata, "Discrete Time Control Systems", Prentice Hall, 2nd Edition