

역해석을 이용한 가열로 내 소재의 1 차원 열유속 추정에 관한 연구

곽동성* · 강덕홍** · 김기홍** · 이응국** · 정홍규*** · 김우승****

A Study on the Estimation of One-dimensional Heat Fluxes on the Slab in Reheating Furnace by Using Inverse Analysis

Dong-Seong Kwag, Deok-Hong Kang, Ki-Hong Kim, Yong-Kuk Lee, Hong-Gyu Jeong and Woo-Seung Kim

Key Words : Reheating Furnace(가열로), Inverse Analysis(역해석), Conjugate Gradient Method(공액구배법), Heat Flux(열유속)

Abstract

This study deals with the use of the conjugate gradient method for the simultaneous estimation of two unknown boundary heat fluxes on the slab in reheating furnace. Temperature measurements by the experiment are used in the inverse analysis. The heat flux estimations for three different cases of measurement locations in the slab are performed: non-skid, skid, and shift-skid zones. The estimated heat fluxes for three cases indicated the three regions having local peak values of heat fluxes. The estimated temperatures at measurement locations were in good agreements with the measured temperatures within 5% relative error.

1. 서론

가열로(reheating furnace)는 압연공정의 전단계 과정으로서 에너지 소비가 매우 크므로 적절한 제어를 통한 에너지 절약이 매우 중요하다. 그리고 가열공정에서의 적절한 가열이 압연공정을 통한 최종 제품의 품질을 결정하게 되며, 특히 최근의 다품종 소량 생산 및 품질의 고급화 추세에 비추어 불 때 효율적이고 정확한 가열로의 연소제어 기술의 확보가 시급하다.⁽¹⁾ 가열로의 연소제어에서는 소재의 추출목표 온도와 균열도를 확보하는 것을 그 목적으로 한다. 적절한 연소제어를 위해서는 소재의 온도 이력에 관한 데이터가 필수적인데

일단 소재가 장입되고 나면 소재의 온도 이력을 제대로 파악하는 것은 매우 어렵다. 그 이유는 가열로 내부에 매우 고온의 가스가 흐르고 있고, 소재 외부에 발생하게 되는 스케일층 때문에 온도의 측정이 거의 불가능하기 때문이다.

본 연구에서는 소재의 온도 이력을 계산할 수 있도록 가열로 내에 있는 소재에 가해지는 열유속을 추정하여 가열로 내에서 이루어지는 열전달 현상에 대한 분석을 하고자 한다. 이를 위하여 실제 가열로에서 실험을 통해 소재의 온도 데이터를 얻고, 소재의 상부면과 하부면에 가해지는 열유속을 동시에 추정하고자 한다.

2. 직접문제

2.1 가열로

가열로는 제철소 내 연주공정에 의해 만들어진 소재를 적절히 가열하고 연성을 부여하여 후속 공정한 압연공정의 압연기에 대한 부하의 변동폭을

* 회원, 한양대학교 대학원, 기계공학과
** 회원, 포항산업과학연구원, 에너지 화성연구팀
*** 회원, POSCO, 광양제철소, 열연부 기술관리팀
**** 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학과
Email : wskim@hanyang.ac.kr
TEL : (031)416-8649 FAX : (031)418-0153

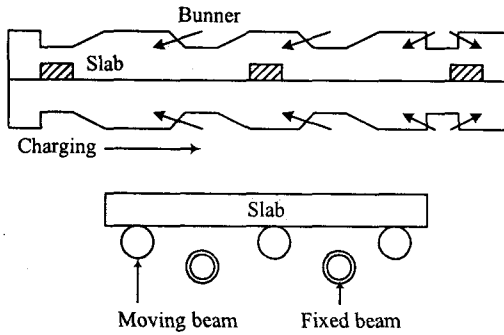


Fig. 1 Schematic diagram of reheating furnace

줄여 조업의 안정화를 이루는데 그 목적이 있다. 가열로는 장입측으로부터 네 개의 제어대로 구성 되어 있다. 즉, 예열대(preheating zone), 제 1 가열대(1st heating zone), 제 2 가열대(2nd heating zone), 그리고 균열대(soaking zone)로 구성된다.

Fig. 1 에 전체 가열 구간의 길이가 41m 인 가열로의 개략적인 구조를 나타내었다. 가열로 내에서 소재는 이동지지대(moving beam)에 의해 전진하게 되며 일정시간동안 고정지지대(fixed beam)에 의해 정지해 있다가 다시 이동지지대에 의해 전진하는 과정을 반복하게 된다.⁽²⁾ 각 빔의 내부에는 스키드 파이프(skid pipe)가 있고 냉각수가 흐르게 되어 있어 빔에 접하는 부분(skid 부)의 소재 온도는 소재 내의 다른 지점에 비해 상대적으로 온도가 낮다.^(3,4)

2.2 1차원 비정상 열전도 문제

본 연구에서 소재 단면의 두께 방향의 1 차원 역해석을 위해 사용한 해석대상은 Fig. 2 와 같다. 소재의 상부면과 하부면을 통해 열유속이 가해지게 되며 소재의 내부에 열전대를 설치하여 역해석에 사용하게 될 온도를 측정하게 된다. 1 차원 비정상 열전도 방정식은 다음과 같다.⁽⁵⁾

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{in } t > 0, 0 < x < L \quad (1)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = q_1 \quad \text{at } x = 0 \quad (2a)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial x} = q_2 \quad \text{at } x = L \quad (2b)$$

$$T = T_0 \quad \text{at } t = 0 \quad (2c)$$

여기서, T 는 온도, α 는 열확산계수, k 는 열전도 계수, T_0 는 초기온도, L 은 두께, 그리고 q_1, q_2 는 각각 하부면과 상부면에 가해지는 열유속을 나타내고 있다. 본 연구에서는 $L = 230\text{mm}$, $T_0 = 25^\circ\text{C}$

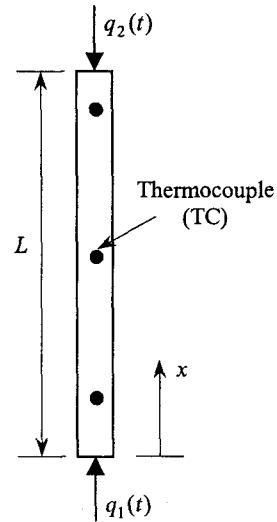


Fig. 2 Geometry of one-dimensional slab and location of thermocouples

로 설정하였고, 열확산계수 및 열전도계수는 온도에 따라 얻어진다.

가열로 내에 장입되어 있는 소재는 가열로를 따라서 움직이게 된다. 본 연구에서는 가열로 내에서 소재의 위치를 장입으로부터의 시간으로 환산하여 해석하였다. 식 (1)과 (2)에 주어져 있는 직접문제(direct problem)는 경계조건 및 물성치가 주어져 있으므로 일반적인 수치해법으로 해석할 수 있다.

3. 역해석 문제

본 연구에서는 직접문제에서 경계조건으로 사용되고 있는 시간에 따른 열유속 $q_1(t)$ 와 $q_2(t)$ 를 동시에 추정하고자 한다.⁽⁶⁾ 이를 위하여 Fig. 2 에 나타낸 열전대의 위치에서 온도를 측정하였으며 측정된 온도를 이용하여 역해석을 수행하게 된다.

역해석 문제는 다음과 같은 목적함수 G 를 최소화 시키는 과정을 통하여 구성될 수 있다.⁽⁷⁾

$$G[q_1(t), q_2(t)] = \frac{1}{2} \int_{t=0}^{t_f} \sum_{s=1}^S [T(x_s, t; q_1, q_2) - \mu_s(t)]^2 dt \quad (3)$$

여기서, t_f 는 최종시간, S 는 열전대의 개수, 그리고 $\mu_s(t)$ 와 $T(x_s, t; q_1, q_2)$ 는 각각 열전대 위치 x_s 에서의 측정된 온도와 계산된 온도를 나타내고 있다. 계산된 온도 $T(x_s, t; q_1, q_2)$ 는 추정된 열유속 $q_1(t)$ 와 $q_2(t)$ 를 이용하여 직접문제를 풀어 얻어진다.

3.1 민감도 문제(sensitivity problems)

민감도 문제는 미지 열유속의 변화에 대한 온도의 변화를 계산하게 된다. 본 연구에서는 상부면과 하부면의 두개의 열유속을 추정하므로 민감도 문제도 두개로 주어지게 된다. 먼저 하부면에 대한 민감도 문제를 유도하기로 한다. 하부면의 열유속 q_1 에 $\epsilon \Delta q_1$ 만큼의 변동량이 있다면 온도에도 $\epsilon \Delta T_1$ 만큼의 변동량이 생기게 된다. 여기서 ϵ 은 매우 작은 실수이다. ΔT_1 에 대한 민감도 문제를 얻기 위해 다음의 과정을 적용한다.

$$D_{\Delta q_1} T = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{L_\epsilon(q_{1\epsilon}) - L(q_1)}{\epsilon} = 0 \quad (4)$$

여기서 $L_\epsilon(q_{1\epsilon})$ 과 $L(q_1)$ 은 각각 하부면에서 변동된 열유속 $q_1 + \epsilon \Delta q_1$ 과 변동되지 않은 열유속 q_1 에 대한 직접문제를 나타내고 있다. 즉 식 (4)의 과정은 식 (1)과 (2)로 주어지는 직접문제에 변동량을 주어서 얻어진 결과식에서 직접문제를 뺀 후 $\epsilon \rightarrow 0$ 을 적용하여 민감도 문제를 얻을 수 있다는 것을 나타내고 있다. 위의 과정을 상부면의 열유속 q_2 에도 유사하게 적용할 수 있다. 이러한 과정을 통하여 얻어진 $\Delta T_j (j=1,2)$ 에 대한 민감도 문제는 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \Delta T_j}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \Delta T_j}{\partial t} \quad \text{in } t > 0, 0 < x < L \quad (5)$$

$$-k \frac{\partial \Delta T_j}{\partial x} = \delta_{1j} \Delta q_1 \quad \text{at } x = 0 \quad (6a)$$

$$k \frac{\partial \Delta T_j}{\partial x} = \delta_{2j} \Delta q_2 \quad \text{at } x = L \quad (6b)$$

$$\Delta T_j = 0 \quad \text{at } t = 0 \quad (6c)$$

여기서,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{for } i \neq j \\ 1 & \text{for } i = j \end{cases} \quad (7)$$

3.2 부가 문제(adjoint problems)

부가 문제는 식 (1)에 부가 함수 $\lambda(x, t)$ 를 곱하고 전체 시간과 공간에 대하여 적분한 후 목적함수 G 를 더하여 얻을 수 있으며 다음과 같다.

$$G(q_1, q_2) = \frac{1}{2} \int_{x=0}^L \int_{t=0}^{t_f} \sum_{s=1}^S [T_s - \mu_s]^2 \delta(x - x_s) dt dx + \int_{x=0}^L \int_{t=0}^{t_f} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \right] \lambda dt dx \quad (8)$$

여기서 $\delta(\cdot)$ 는 Dirac delta 함수이다.

식 (8)에서 하부면의 열유속 q_1 에 $\epsilon \Delta q_1$ 만큼의 변동량을 주고, 온도 T_1 에도 $\epsilon \Delta T_1$ 만큼의 변동량을 준 후 다음의 과정을 적용한다.

$$D_{\Delta q_1} G = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{G_\epsilon(q_{1\epsilon}) - G(q_1)}{\epsilon} = 0 \quad (9)$$

여기서 $G_\epsilon(q_{1\epsilon})$ 과 $G(q_1)$ 은 각각 하부면에서 변동된 열유속 $q_1 + \epsilon \Delta q_1$ 과 변동되지 않은 열유속 q_1 에 대한 식 (8)을 나타내고 있다. 식 (9)의 과정을 수행한 후 결과식은 다음과 같다.

$$D_{\Delta q_1} G = \frac{1}{2} \int_{x=0}^L \int_{t=0}^{t_f} \sum_{s=1}^S [T_s - \mu_s] \Delta T_{1s} \delta(x - x_s) dt dx + \int_{x=0}^L \int_{t=0}^{t_f} \left[\frac{\partial^2 \Delta T_1}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \Delta T_1}{\partial t} \right] \lambda dt dx = 0 \quad (10)$$

식 (10)에서 우변의 적분항들을 부분적분을 통해 정리하고 민감도 문제의 초기조건 및 경계조건을 적용하여 ΔT_1 을 삭제하면 다음과 같이 부가 문제를 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \lambda}{\partial t} + \sum_{s=1}^S (T_s - \mu_s) \delta(x - x_s) = 0 \quad (11)$$

$$\text{in } t > 0, 0 < x < L$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x = 0 \quad (12a)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x = L \quad (12b)$$

$$\lambda = 0 \quad \text{at } t = t_f \quad (12c)$$

부가 문제에서는 직접문제나 민감도 문제와는 달리 $t=0$ 에서의 초기조건이 아니라 식 (12c)와 같이 $t=t_f$ 에서의 조건이 주어지게 된다. 이는 다음과 같이 시간을 치환함으로써 초기치 문제로 변환할 수 있다.

$$t^* = t_f - t \quad (13)$$

그리고 부가 문제의 경우 상부면과 하부면에 대한 식이 동일하므로 민감도 문제와 같이 두개의 방정식으로 주어지지 않고 하나의 방정식으로 표현된다.

부가 문제를 얻고 난 후 목적함수 G 의 변동량 $D_{\Delta q_1} G$ 는 다음과 같다.

$$D_{\Delta q_1} G = \int_{t=0}^{t_f} \frac{\Delta q_1}{k} \lambda_{x=0} dt \quad (14)$$

$$D_{\Delta q_2} G = \int_{t=0}^{t_f} \frac{\Delta q_2}{k} \lambda_{x=L} dt \quad (15)$$

3.3 공액구배법

본 연구에서는 공액구배법(conjugate gradient method)를 적용하여 역해석을 수행하였다. 공액구배법에서는 최종시간단계 $t=t_f$ 에서의 열유속의 값들이 초기 가정값으로 고정되는 현상이 발생하게 된다. 이 경우 초기 가정값이 실제 열유속과 비교하여 차이가 있을 때 전체적인 해의 추정을 어렵게 한다. 이러한 단점을 극복하기 위하여 본 연구에서는 표준공액구배법과 수정공액구배법을 상호보완적으로 적용하였다.⁽⁸⁾

3.3.1 표준공액구배법

미지의 열유속을 추정하기 위한 표준공액구배법(regular conjugate gradient method)의 반복과정은 다음과 같다.

$$q_j^{k+1}(t) = q_j^k(t) - \beta_j^k d_j^k(t), \quad j=1, 2 \quad (16)$$

$$d_j^k(t) = \nabla G[q_j^k(t)] + \gamma_j^k d_j^{k-1}(t), \quad j=1, 2 \quad (17)$$

$$\gamma_j^k = \frac{\int_{t=0}^{t_f} [\nabla G[q_j^k(t)]]^2 dt}{\int_{t=0}^{t_f} [\nabla G[q_j^{k-1}(t)]]^2 dt}, \quad \gamma_j^0 = 0, \quad j=1, 2 \quad (18)$$

여기서 k 는 반복회수, $d_j^k(t)$ 는 감소방향(direction of descent), γ_j^k 는 공액계수(conjugate coefficient)이다. 구배방정식(gradient equation) $\nabla G[q_j^k(t)]$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\nabla G[q_1] = \frac{\lambda_{x=0}}{k} \quad (19a)$$

$$\nabla G[q_2] = \frac{\lambda_{x=L}}{k} \quad (19b)$$

그리고 단계크기(step size)는 다음과 같다.

$$\beta_1^k = \frac{C_2 C_3 - C_1 C_5}{C_3^2 - C_4 C_5} \quad (20a)$$

$$\beta_2^k = \frac{C_1 C_3 - C_2 C_4}{C_3^2 - C_4 C_5} \quad (20b)$$

여기서 식 (20)에 사용되는 계수들은 다음과 같다.

$$C_1 = \int_{t=0}^{t_f} \sum_{s=1}^S [T(x_s, t, q_1^k, q_2^k) - \mu_s(t)] \Delta T_1(d_1^k) dt \quad (21a)$$

$$C_2 = \int_{t=0}^{t_f} \sum_{s=1}^S [T(x_s, t, q_1^k, q_2^k) - \mu_s(t)] \Delta T_2(d_2^k) dt \quad (21b)$$

$$C_3 = \int_{t=0}^{t_f} \sum_{s=1}^S [\Delta T_1(d_1^k) \Delta T_2(d_2^k)] dt \quad (21c)$$

$$C_4 = \int_{t=0}^{t_f} \sum_{s=1}^S [\Delta T_1(d_1^k)]^2 dt \quad (21d)$$

$$C_5 = \int_{t=0}^{t_f} \sum_{s=1}^S [\Delta T_2(d_2^k)]^2 dt \quad (21e)$$

3.3.2 수정공액구배법

미지의 열유속을 추정하기 위한 수정공액구배법(modified conjugate gradient method)의 반복과정은 표준공액구배법과 유사하나 감소방향을 구하는 방법과 구배방정식이 다른 형태를 가지게 된다. 감소방향은 다음과 같다.

$$d_j^k(t) = \int_0^t R_j^k(\tau) d\tau, \quad j=1, 2 \quad (22)$$

$$R_j^k(t) = \nabla G[q_j^k(t)] + \gamma_j^k R_j^{k-1}(t), \quad j=1, 2 \quad (23)$$

여기서 $R_j^k(t)$ 는 감소방향의 미분계수(derivative of direction of descent)이다. 그리고 구배방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\nabla G[q_1] = \int_t^{t_f} -\frac{\lambda_{x=0}}{k} d\tau \quad (24a)$$

$$\nabla G[q_2] = \int_t^{t_f} -\frac{\lambda_{x=L}}{k} d\tau \quad (24b)$$

수정공액구배법에서는 시간단계 $t=0$ 에서의 열유속이 초기 가정값으로 고정되므로 표준공액구배법과 수정공액구배법을 서로 보완적으로 적용하면 초기 가정값의 영향을 최소화 할 수 있다.

3.4 수치 절차

본 역해석을 위한 수치 절차는 다음과 같다.

1. 미지 열유속의 값을 가정.
2. 수정공액구배법을 일정한 수렴조건을 만족할 때까지 실행.
3. 표준공액구배법을 일정한 수렴조건을 만족할 때까지 실행.
4. 최종 시간단계에서의 열유속 값의 변화가 적은 경우 다음 단계로 넘어가고 아닐 경우 단계 2로 간다.
5. 수치계산 종료.

각 단계에서 수렴조건으로는 다음의 식을 사용하였다.

$$\left| \frac{G^{k+1} - G^k}{G^{k+1}} \right| < \eta \quad (25)$$

여기서 η 는 임의의 작은 수로서 각 단계에 적절한 값을 적용하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 실험온도 데이터

실험에 의한 온도 데이터는 실제 가열로 내에 열전대를 부착한 소재를 장입하여 시간에 따라 온도를 기록하였다. 본 연구에서는 전체 가열구간을 11 개 구간으로 나누어서 각 구간의 대표값과 장입 위치 및 추출 위치를 포함한 총 13 개의 열유속 값을 상부면과 하부면에 대하여 각각 추정하였다. 각 11 개의 구간은 장입부로부터의 거리(mm)로 표현하면 다음과 같이 구분되었다.

0 / 7400 / 14000 / 16000 / 21000 / 24000 / 28000
/ 30700 / 32000 / 34200 / 36200 / 41000

여기서 각 구간의 대표값은 구간의 중간지점에서의 값으로 설정하였다. 역해석에는 열전대의 깊이에 따라 Fig. 2 와 같이 세 지점에서 측정된 온도 데이터를 사용하였다.

4.2 열유속 추정 결과

Fig. 3, 4, 5 에는 Non-skid 부, Skid 부, 그리고 Shift-skid 부에서의 열유속 추정결과를 장입 후 시간 경과에 따라 각각 나타내었다. Fig. 3 에서 Non-skid 부의 경우 열전달 현상에 아무런 제약이 없으므로 다른 경우들에 비해 열유속의 값이 크게 추정되고 있음을 볼 수 있다. 그리고 소재의 장입 후 약 $t = 2500, 5500, 7700$ sec 근방에서 상부 및 하부면의 열유속이 피크값을 나타내고 있음을 볼 수 있다. 이는 이러한 구간들에서 가열로 내부와 소재 표면과의 온도차이가 커 열전달이 활발하게 이루어고 있음을 알 수 있다.

Fig. 4 의 Skid 부의 경우 소재의 하부면에 냉각수가 흐르고 있는 지지대가 접촉하고 있어 상부면과 비교해볼 때 열유속이 상대적으로 작게 추정되고 있음을 보여주고 있다. 그러나 상부면의 경우 Fig. 3 의 경우와 거의 같은 구간에서 피크값을 보이는 현상을 보여주고 있다. 그러므로 위에서 언급한 바와 같이 추정된 열유속이 피크값을 보이는 구간에서 가장 활발한 열전달이 이루어지고 있음

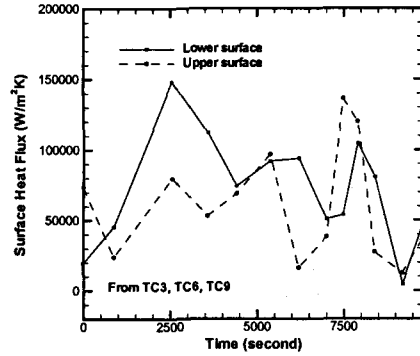


Fig. 3 Estimated heat fluxes at non-skid zone

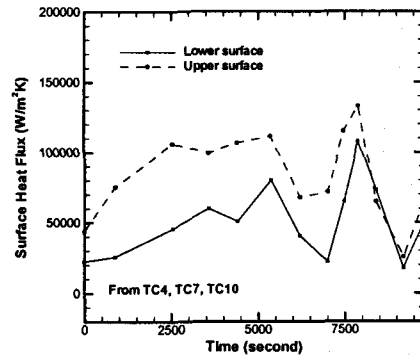


Fig. 4 Estimated heat fluxes at skid zone

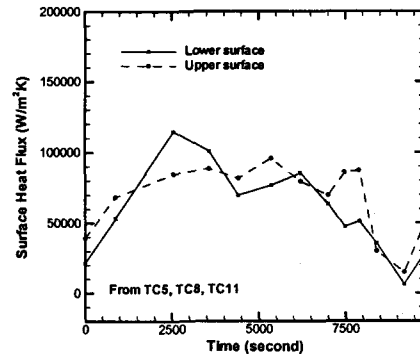


Fig. 5 Estimated heat fluxes at shift-skid zone

을 알 수 있다.

Fig. 5 의 Shift-skid 부는 추정된 열유속에서 앞의 두 경우의 평균값 정도를 가짐을 알 수 있다. 열유속의 급격한 변화가 없이 비교적 부드럽게 열유속이 변화하고 있음을 보여주고 있다. 그러나 앞의 두 경우와 마찬가지로 열유속의 피크값을 보이는 구간은 거의 비슷함을 알 수 있다.

그러므로 위의 세 경우에 대한 열유속 추정 결과를 볼 때 소재의 장입으로부터 약 $t = 2500, t = 5500, t = 7700$ sec 가 경과하였을 때가 가장 활발한 열전달이 이루어지고 있음을 알 수 있다.

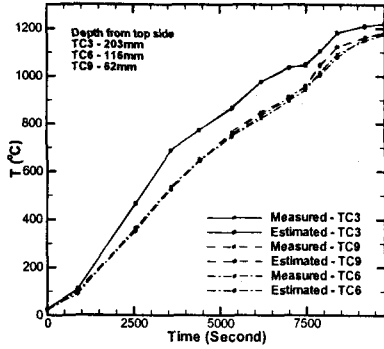


Fig. 6 Measured and estimated temperatures at non-skid zone

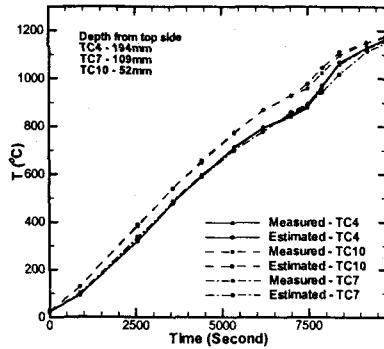


Fig. 7 Measured and estimated temperatures at skid zone

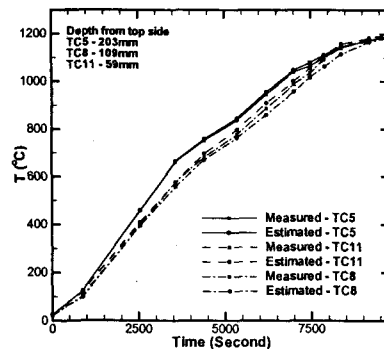


Fig. 8 Measured and estimated temperatures at shift-skid zone

4.3 온도 추정 결과

Fig. 6, 7, 8 에는 Non-skid 부, Skid 부, 그리고 Shift-skid 부에서 추정된 열유속을 이용하여 계산된 온도값과 측정된 온도값을 나타내었다. 세 경우 공히 추정된 온도와 측정된 온도가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 최대 상대 오차는 약 5% 정도 발생함을 알 수 있었다. 그러나 실험에서 발생하게 되는 오차를 고려해 볼 때 매우 잘 일치하고 있는 것으로 생각된다.

5. 결론

본 연구에서는 역해석을 이용하여 가열로 내의 소재에 가해지는 상부면과 하부면의 열유속을 동시에 추정하여 장입으로부터 추출에 이르는 가열 과정 전체에 대한 열유속의 이력을 구할 수 있는 방법을 제시하였다. 본 연구의 경우 Non-skid 부, Skid 부, 그리고 Shift-skid 부에서 추정된 열유속을 통해 소재의 장입으로부터 약 $t=2500$, $t=5500$, $t=7700$ sec 가 경과하였을 때가 가장 활발한 열전달이 이루어지는 구간으로 이를 통해 가열로 내에서 이루어지는 열전달 현상에 대해 보다 정확하게 파악할 수 있다. 이러한 역해석 과정을 통해 소재의 적절한 가열을 위한 가열로 연소제어의 기초적인 자료를 제공할 수 있다.

후기

본 연구는 포항산업과학연구원의 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Veslocki, T. A., Smith, C. C. and Kelly, C. D., 1986, "Automatic Slab Heating Control at INLAND'S 80-IN. HOT STRIP MILL," *Iron & Steel Engineer*, Vol. 63, No. 12, pp. 47~54.
- (2) Hollander, F. and Zuurbier, S. P. A., 1985, "Accurate Temperature Control of the Reheating Process at Mixed Cold and Hot Charging," *Proceedings of the International Conference on Process Control and Energy Savings in Reheating Furnaces*, Vol. 36, No. 6, pp. 1~6.
- (3) 강덕홍, 김기홍, 1998, "후판가열로 연소제어 수식모델 성능향상 연구," RIST 연구보고서 (98A309)
- (4) 강덕홍, 김기홍, 이용국, 2001, "소재온도 감도 계산을 통한 가열로 내 분위기온도 설정방안 연구," 대한기계학회논문집 B, 제 25 권, 제 8 호, pp. 1030~1036.
- (5) Ozisik, M. N., 1993, *Heat Conduction*, John Wiley & Sons, Inc.
- (6) M. J. Colaco and H. R. B. Orlande, 2001, "Inverse Forced Convection Problem of Simultaneous Estimation of Two boundary Heat Fluxes in Irregularly Shaped Channels," *Num. Heat Transfer, Part A*, Vol. 39, pp. 737~760.
- (7) Alifanov, O. M., 1994, *Inverse Heat Transfer Problems*, Springer-Verlag.
- (8) Kim, W. S., Ozisik, M. N., and Choi, E. R., 1999, "Alternate Application of Regular and Modified Conjugate Gradient Method," *Hybrid Methods in Engineering*, Vol. 1, No. 3, pp.217-234.