

# 안쪽축이 회전하는 환형관내 비뉴튼 유체의 천이 유동 연구

김영주<sup>\*</sup>·황영규<sup>\*\*</sup>·권혁정<sup>\*</sup>·서병택<sup>\*\*\*</sup>·황인주<sup>\*\*\*\*</sup>

## Transitional Flow study on non-newtonian fluid in a Concentric Annulus with Rotating Inner Cylinder

Young-Ju Kim, Young-Kyu Hwang, Hyuk-Jung Kwon,  
Byung-Taek Suh and In-Ju Hwang

**Key Words:** Transitional flow(천이유동), Concentric annulus(동심 환형관), non-Newtonian fluid (비뉴튼 유체), Rotating flow(회전유동), Helical flow(나선유동). Skin-friction coefficient(표면마찰계수)

### Abstract

This experimental study concerns the characteristics of a transitional flow in a concentric annulus with a diameter ratio of 0.52, whose outer cylinder is stationary and inner one rotating. The pressure losses and skin-friction coefficients have been measured for the fully developed flow of 0.1~0.4% aqueous solution of sodium carbomethyl cellulose (CMC), respectively at inner cylinder rotational speed of 0~600 rpm. The transitional flow has been examined by the measurement of pressure losses to reveal the relation of the Reynolds and Rossby numbers with the skin-friction coefficients. The present results show that the skin-friction coefficients have the significant relation with the Rossby numbers, only for laminar regime. The occurrence of transition has been checked by the gradient changes of pressure losses and skin-friction coefficients with respect to the Reynolds numbers. The increasing rate of skin-friction coefficients due to the rotation in uniform for laminar flow regime, whereas it is suddenly reduced for transitional flow regime and, then, is gradually declined for turbulent flow regime. Consequently, the critical(axial-flow) Reynolds number decrease as the rotational speed increases. Thus, the rotation of inner cylinder promotes the early occurrence of transition due to the onset of taylor vortices.

기호설명			
		<i>h</i>	수두, (mm)
		<i>p</i>	압력, (Pa)
<i>C<sub>f</sub></i>	관마찰계수		
<i>dp/dz</i>	축방향 압력 손실, (Pa/m)	<i>R<sub>i</sub></i>	안쪽축 반경, (mm)
<i>D<sub>h</sub></i>	등가수력직경, (mm)	<i>R<sub>o</sub></i>	바깥쪽 실린더 반경, (mm)
·	성균관대학교 대학원	<i>Re</i>	축방향 유동레이놀즈수
··	성균관대학교 기계공학부	<i>Re<sub>c</sub></i>	임계레이놀즈수
···	용인송담대학	<i>Ro</i>	로스비수
····	한국건설기술연구원	<i>v<sub>z</sub></i>	축방향 유동 속도, (m/s)

$\Delta z$  탐 사이의 거리, (mm)

### Greek Symbols

$\eta$	반경비, $R_i/R_o$
$\theta$	경사마노메타의 경사각도
$\mu$	절대 점성계수, (pa·s)
$\rho$	유체 밀도, ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

### Subscripts

$c$	임계값
$h$	등가 수력 직경

### Superscript

$-$	평균값
-----	-----

## 1. 서 론

안쪽축이 회전하고 바깥쪽 실린더가 고정된 환형부 내에서의 유동은 축회전수가 증가할수록 원심력에 의한 Taylor 와의 발생으로 유동교란이 증진되고 유동장에 많은 영향을 미친다는 것은 처음 Taylor<sup>(1)</sup>에 의해 규명되었으며, 그 후 비선형 이론을 적용하여 Taylor 수와 안정성관계를 Stuart<sup>(2)</sup>와 Diprima<sup>(3)</sup>가 밝혔다. 또한, 바깥쪽 축이 회전할 때는 상대적으로 유동이 안정하여 축방향으로의 임계회전레이놀즈수  $Re_c$ 는 안쪽축이 회전할 때 값보다 크고, 압력손실이 적다는 것이 밝혀졌다.<sup>(4)</sup> Nakabayashi et al.<sup>(5)</sup>, Nouri et al.<sup>(6)</sup>, Nouri와 Whitelaw<sup>(7)</sup>는 축방향으로의 임계 레이놀즈( $Re_c$ )수는 회전 레이놀즈( $Re_\omega$ )수와 편심율이 증가할수록 감소함을 발견하였다.

굴착작업시 직접적인 굴착경비 뿐만 아니라 드릴링 유체 및 굴착물의 이송에 필요한 소요 동력까지 포함한 전체 굴착소요경비는 굴착경(borehole), 굴착 벽면과 드릴링 축간의 간극면적에 비례하기 때문에, 굴착경과 간극이 작은 Slim-Hole Drilling 기법이 요구된다.<sup>(8)</sup> 이 기법의 채택시 굴착벽면과 드릴 회전축간의 간격이 커서

굴착경이 큰 기준의 굴착작업에 비해 소요 에너지 절감뿐만 아니라, 부차적으로 파괴적 진동 감소에 의한 굴착작업 안전성 증대, 환경오염 극소화를 도모하여 전반적으로 50%이상의 소요에너지 및 경비절감 효과를 가져온다.

시추작업의 경제성을 향상시키는 가장 효과적인 방법은 bit에 노출되는 굴착단면을 최대화시킴으로서 굴착능률을 높이는 것이다. 이는 bit의 최대 활동을 위해 굴착면으로부터 생성되는 암편들을 신속히 제거하여 깨끗한 굴착단면을 유지시킴으로써 달성을 될 수 있다.<sup>(9)</sup>

본 연구는 Slim-Hole Drilling 작업 시 발생하는 헬리컬 유동에 관한 기초적 연구로서 굴착벽면에서 상대적으로 증대되는 전단응력, 굴착물 및 드릴링 유체의 이송에 필요한 헬리컬 유동형태를 규명하고자 한다. 이러한 연구결과는 Slim-Hole Drilling을 적절한 허용범위 내에서 제어하는데 필수적인 정보들이다.

환형관 내에서의 압력손실은 안쪽축과 벽면사이의 간극, 축의 회전속도, 편심비에 의해 크게 영향을 받는다. 특히, 굴착 안전성을 고려하여 1000rpm 이하의 적절한 축회전수로 작동되어질 경우 환형부 간극이 비교적 작은 굴착작업은 천이영역에서의 헬리컬 유동 특성을 갖는다.

따라서 본 연구에서는 굴착작업에 대한 모형을 단순화시켜 적용한 안쪽축이 회전하고 바깥쪽 실린더가 고정된 실험 장치를 사용하였다. 작동유체는 비뉴튼 유체인 CMC(0.1%~0.4% aqueous solution of sodium carbomethyl cellulose) 수용액을 작동유체로 택하였고, 축방향으로 완전히 발달된 유동장에 대하여  $Re=100\sim25000$ 인 영역에서 안쪽축을  $0\sim600\text{rpm}$ 으로 회전할 경우의 압력 손실값과 마찰계수 등을 측정하였다. 이로부터 유량과 회전수 변화에 따른 환형관내 천이 영역에서의 압력손실을 파악하였다.

## 2. 관련 이론

### 2.1 동심 환형부내 마찰계수

비회전시 동심환형부내 축방향 평균속도식을 단위길이 당 압력손실  $dp/dz$ 의 식으로 표현하면 다음과 같다.<sup>(10)</sup>

$$\bar{v}_z = \left( \frac{dp}{dz} \right) - \frac{R_o^2}{8\mu} \cdot \left( \frac{1-\eta^4}{1-\eta^2} - \frac{1-\eta^2}{\ln(\frac{1}{\eta})} \right) \quad (1)$$

표면마찰계수 식으로 표현하면,

$$C_f = \frac{dp}{dz} \cdot \frac{D_h}{2\rho v_z^2} \quad (2)$$

여기서,  $D_h = 2(R_o - R_i)$  이다.

윗 식에서 본 연구에 관련된 변수들은

$$D_h = 18.4 \times 10^{-3} m, R_o = 19.2 \times 10^{-3} m,$$

$$\eta = 0.52 \text{ 이다.}$$

## 2.2 실험적 표면마찰계수값

실험적 표면마찰계수값은 임의의 두 지점에서 측정한 수두값을 식(3)에 대입하여 단위길이당 압력손실을 구한 후 마찰계수식 (2)에 대입하여 구한다.

$$\frac{dp}{dz} = \frac{gh \sin \theta (\rho_{ccl} - \rho)}{\Delta z} \quad (3)$$

## 3. 실험 장치 및 방법

### 3.1 실험 장치

본 실험장치 높이가 3.6m이고, Fig.1에 도시하였다. 실험 장치를 구성하는 부분은 크게 실린더부, 지지대, 유량 공급 및 회전부와 유량, 압력손실값, 온도 등을 측정하는 측정 부분으로 구성되어 있다.

바깥쪽 실린더는 직경이 38.4mm인 청동 파이프를 사용하였고, 안쪽축은 회전부과 고정부로 나누어 회전부는 직경이 20mm인 스테인레스 강재 연마봉을 사용하고 비회전부는 축 방향으로 유동을 완전히 발달시키기 위해 시험부(Test section)로부터 하단부의 회전하지 않는 축의 길이를 2.1m( $116 \times D_h$ )로 직경이 20mm인 스테인레스 파이프안에 직경 15mm인 스테인레스 강재 연마봉을 삽입하였다. 길이가 1.5m인 회전축과 고정축 안에 들어가는 회전부를 연결하여 제작하

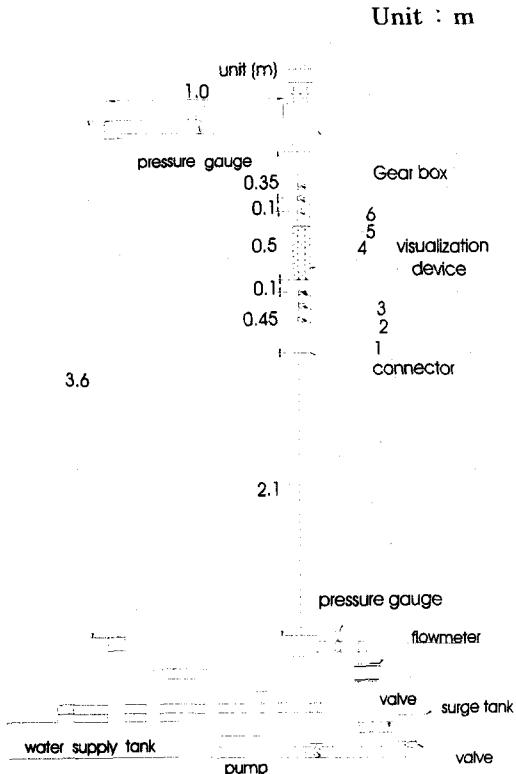


Fig.1 Schematic diagram of experimental apparatus.

였고, 축의 회전으로 인한 진동과 편심을 막기 위해 회전하지 않는 파이프의 하단부분과 중간부분, 상단부의 회전축과 연결되는 부분 등 3곳에 커넥터를 설치하였다. 회전축이 회전할 때 생기는 편심도는  $\pm 0.1\text{mm}$  이내이며 차압을 측정하기 위해 시험부의 길이 방향으로 0.1m간격으로 2개의 wall tab을 설치하였으며 가시화 실험을 하기 위한 0.6m의 간격을 아랫 방향으로 두고 0.1m간격으로 2개의 wall tab을 설치하였다. 또한 장치 윗 부분에 부압이 발생하는 것을 방지하기 위해서 직경이 60mm인 고압호수를 사용하였다.

시험부의 고정축 안에 들어가는 회전부를 연결하여 제작하였고, 축의 회전으로 인한 진동과 편심을 막기 위해 회전하지 않는 파이프의 하단부분과 중간부분, 상단부의 회전축과 연결되는 부분 등 3곳에 커넥터를 설치하였다.

80 l 의 용적을 가지는 수조로부터 작동유체를

공급하는 마그네틱 펌프는 온양정 9m일 때 최대 80 LPM( $\text{l}/\text{min}$ )의 용량을 갖고, 펌프와 유량계 사이의 압력을 일정하게 유지하기 위해서 서지탱크를 설치하였다. 안쪽축은 1500 rpm까지 회전이 가능한 모터(D.C motor)를 사용하여 회전시키고, 회전수는 근접스위치와 연결된 회전속도계(tachometer)를 통하여 알 수 있으며 모터의 회전수는 인버터(inverter)에서 제어한다. 유량은 2~80 LPM의 측정 범위를 갖고 정확도가 0.5% 이내로 보정된 마그네틱 펌프이다.

유량계를 사용하여 측정하였다. 작동 유체의 온도는 디지털 멀티미터를 사용하여 측정하였다.

### 3.2 물성치 측정

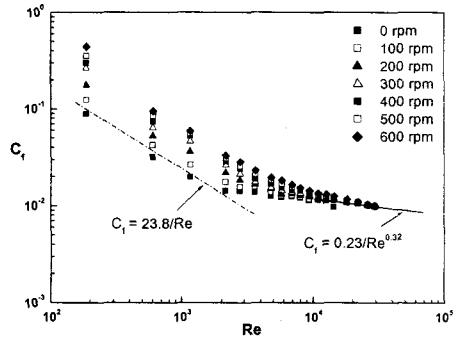
본 실험에서 사용된 물성치는 0.1%~0.4% CMC 수용액을 사용하였으며 점도값은 Brookfield 사의 DV-III<sup>+</sup>로 측정하였다. 이로부터 CMC 수용액은 비뉴튼 유체의 Power Law model 특성이 나타남을 알 수 있었다.

## 4. 실험 결과

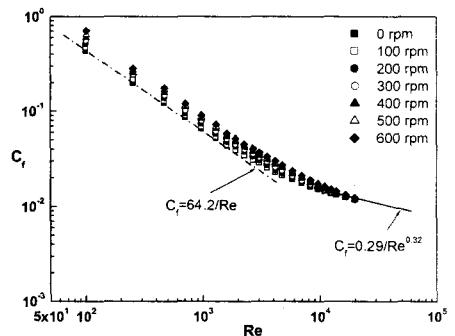
### 4.1 층류 및 천이 영역에서의 유동특성

반지름비( $\eta$ )가 0.52인 환형관 내에서 0.1%~0.4% CMC 수용액을 작동유체로 하여  $100 < Re < 25000$  구간에서 표면마찰계수값( $C_f$ )은 마노메타에서 측정한 압력 손실값을 이용하여 구할 수 있으며 회전수가 0~600rpm인  $Re - C_f$ 를 Fig. 2에 나타내었다. 비회전시의 경우 층류영역에서는 평행하게 감소하다가 CMC 0.1%의 경우,  $Re=2350$  부근에서 구배가 변하는 것을 볼 수 있다. 100rpm 회전시  $Re < 2300$  이하의 층류영역에서는 표면마찰계수값 선도가 비회전시의 표면마찰계수값 선도와 평행을 이루며 감소하다가  $Re = 2150$  부근에서 평행한 관계가 성립하지 않고 구배가 변하는 것을 볼 수 있다.

300rpm, 600rpm으로 회전할 경우에도 100rpm의 경우와 같이 층류영역 구간에서 비회전시의 표면마찰계수 선도와 평행을 이루며 감소하다가  $Re = 1900$ ,  $Re = 1550$ 부근에서 표면마찰계수 선도의 구배가 변함을 알 수 있다. CMC 0.3%의 경우도 마찬가지로 비회전시의 경우  $Re=2280$  부근에서



(a)



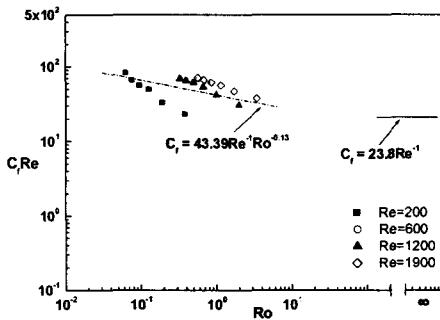
(b)

Fig. 2 Skin friction coefficient of (a) 0.1% and (b) 0.3% CMC water solution as a function of Reynolds number at 0~600 rpm.

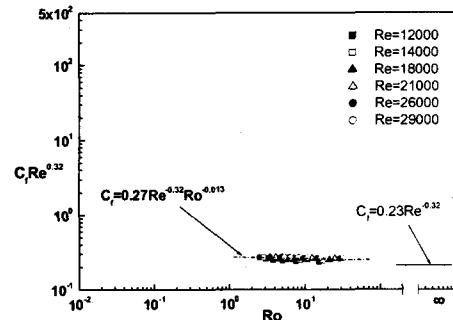
구배가 변하며, 300rpm, 600rpm의 경우는 각각  $Re=1780$ ,  $Re=1400$ 부근에서 표면마찰계수선도의 구배가 변함을 나타내고 있으며, 회전수가 증가할수록 축방향 임계레이놀즈수( $Re_c$ )가 점차 작아짐을 알 수 있다.

축회전수가 100~600rpm으로 회전수가 증가할 경우 천이가 시작되는 점부터  $Re < 5000$ 까지의 구간에서 비회전시에 대한 표면마찰계수값은 CMC 0.1%의 경우 24~66%로 증가율을 보였으며, 0.3%의 경우 5~30%의 증가율을 보였다.

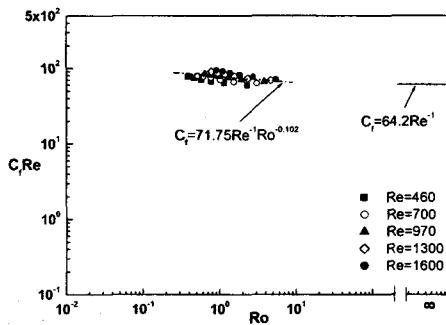
본 연구에서는 축회전이 압력손실에 끼치는 영향을 고려하고자 로스비수( $Ro$ )를 고려하였다. CMC 0.1%의 경우에 비해 CMC 0.3%의 경우가



(a)



(a)



(b)

**Fig. 3 Relation of  $C_f Re$  with  $Ro$  for laminar Flow in (a)0.1% and (b)0.3% CMC solution**

축회전수의 마찰손실에 대한 영향이 낮게 나타난다(Fig. 3 참조).

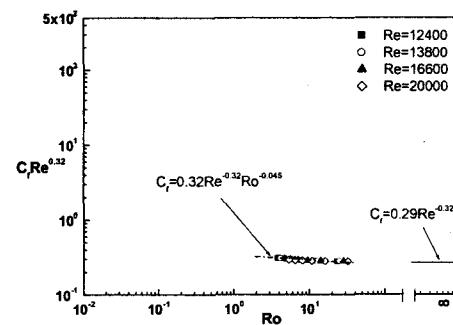
종류영역에서  $Re$ 를 변화시켜가면서 얻은 축방향 유동에 대한 회전 유동의 영향을 무차원인 로스비수( $Ro$ )와  $C_f Re$ 의 관계를 Fig. 3에 나타내었다.

이 결과로부터  $Ro$ ,  $C_f$ ,  $Re$ 의 관계는 CMC 0.1%와 0.3% 각각 다음 식으로 표현된다.

$$C_f Re = 43.39 Ro^{-0.13} \quad (4. a)$$

$$C_f Re = 71.75 Ro^{-0.102} \quad (4. b)$$

레이놀즈수와 로스비수를 정의하면,



(b)

**Fig. 4 Relation of  $C_f Re^{0.32}$  with  $Ro$  for turbulent Flow in (a)0.1% and (b)0.3% CMC solution**

$$Re = \rho \overline{v_z}^{2-n} D_h^n / \nu \quad (5. a)$$

$$Ro = 2 \overline{v_z} / \omega R_i \quad (5. b)$$

로스비수( $Ro$ )가 무한히 커지는 경우, 점근적으로 비회전시의  $C_f$ 값에 관한 식으로 수렴해 가는 경향을 갖는다.

#### 4.2 난류영역에서의 유동특성

난류영역에서는  $Re \geq 10000$ 인 경우, 유량과 축회전수를 변화시켜가면서 얻은 압력손실에 관한 실험 자료로부터 축회전이 표면마찰계수에 미치는 영향을  $Ro$ 와  $C_f \cdot Re^{0.32}$ 의 관계를 Fig. 4에 나타내었다.

이 결과로부터 난류영역에서  $Ro$ ,  $C_f$ ,  $Re^{0.32}$ 의 관계는 0.1%와 0.3% 각각 다음 식으로 표현된다.

$$C_f Re^{0.32} = 0.27 Ro^{-0.013} \quad (6. a)$$

$$C_f Re^{0.32} = 0.32 Ro^{-0.045} \quad (6. b)$$

로스비수( $Ro$ )가 무한히 커지는 경우, 층류영역에서와 마찬가지로 점근적으로 비회전시의  $C_f$ 값에 관한 식으로 수렴해 가는 경향을 갖는다.

## 5. 결론

본 연구에서 회전속도, 유량, 작동유체가 압력손실과 마찰계수에 미치는 영향을 실험적으로 조사하였다. 한쪽축이 회전하는 환형관 내에서의 천이 유동에 관한 특성을 실험에 의해 수행하고 분석하였다.

(1) 축회전수의 증가에 따라 압력손실값이 증가하지만, 그 증가폭은 천이 및 난류영역에서는  $Re$ 가 증가할수록 감소한다.

(2) 축회전수가 증가할수록 축방향의 임계 레이놀즈수는 점차적으로 감소하는 경향을 나타내었다. 또한 회전에 의한 유동교란이 증진되어 천이가 촉진됨을 확인하였다.

(3) 층류영역의  $C_f$ 와  $Re$  및  $Ro$ 의 관계에서  $Ro$ 가 증가함에 따라  $C_f Re$ 의 기울기가 점근적으로 감소하여 비회전시의  $C_f$ 값에 근접해 간다.

또한, 난류영역에서의  $C_f$ 와  $Re$  및  $Ro$ 의 관계는  $Ro$ 가 증가할수록 점근적으로 감소하여 비회전시의  $C_f$ 값에 수렴함을 알 수 있다.

층류와 난류영역의 표면마찰계수에 관한 식에서 층류영역에서의 로스비수의 지수가 0.13, 0.102로 나타나며, 난류영역에서의 로스비수의 지수는 0.013, 0.045이므로 난류영역에서는 축회전이 압력손실에 미치는 영향이 상대적으로 적다는 것을 알 수 있다.

## 후기

본 논문은 두뇌한국21사업, 그리고 에너지관리공단의 지원하에 자원기술 학술진흥사업비에 의해 수행되었으며 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Taylor, G. I., 1923, Stability of a Viscous Fluid Contained Between Two Rotating Cylinders,"*Phil. Trans. A*, Vol. 223, pp. 289~343.
- (2) Stuart, J. T., 1958, On the Nonlinear Mechanics of Hydrodynamic Stability,"*J. Fluid Mech.*, Vol. 4, pp. 1~21.
- (3) Daprata, R. C., 1960, The Stability of a Viscous Fluid Between Rotating Cylinders with an Axial Flow,"*J. Fluid Mech.*, Vol. 366, pp. 621~631.
- (4) Yamada, Y., 1962, Resistance of a Flow through an Annulus with an Inner Rotating Cylinder, *Bull. JSME*, Vol. 5, No. 18, pp. 302~310.
- (5) Nakabayashi, K., Yamada, Y. and Seo, K., 1974, Rotational and Axial through the Gap between Eccentric Cylinders of which the Outer One Rotates,"*Bull. JSME*, Vol. 17, No. 114, pp. 1564~1571.
- (6) Nouri, J. M., Umur, H. and Whitelaw, J. H., 1993, Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in Concentric and Eccentric Annuli,"*J. Fluid Mech.*, Vol. 253, pp. 617~641.
- (7) Nouri, J. M. and Whitelaw, J. H., 1994, Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in a Concentric Annulus With Rotation of the Inner Cylinder,"*J. Fluids Eng.*, Vol. 116, pp. 821~827.
- (8) Delwiche, R. A., Stratabit, D. B. and Lejeune, M. W. D., 1992, Slimhole Drilling Hydraulics, SPE 24596 pp. 521~541.
- (9) Han, K. S., 1998, The Rotating Effect of Drill Pipes on the Transient Length and Pressure Gradient in Drilling Operations, Seoul University, Seoul, Korea.
- (10) Bird, R. R., Stewart, W. E. and Lightfoot, E. N., 1960, Transport phenomena pp.34~70.