대한기계학회 2001년도 추계학술대회논문집 B pp. 377~382 KSME 01F207

환형관내 유동에서의 항력감소를 위한 준최적 제어

최정일*·C.-X.Xu**·성형진***

Suboptimal Control for Drag Reduction in Turbulent Pipe Flow

Jung-Il Choi, Chun-Xiao Xu and Hyung Jin Sung

Key Words: Suboptimal Control (준최적제어), Drag Reduction (항력저감), Turbulent Pipe Flow (환형관 내 난류유동)

Abstract

A suboptimal control law in turbulent pipe flow is derived and tested. Two sensing variables $\partial p/\partial\theta|_w$ and $\partial v_\theta/\partial r|_w$ are applied with two actuations ϕ_θ and ϕ_r. To test the suboptimal control law, direct numerical simulations of turbulent pipe flow at $Re_\tau=150$ are performed. When the control law is applied, a 13~23% drag reduction is achieved. The most effective drag reduction is made at the pair of $\partial v_\theta/\partial r|_w$ and ϕ_r. An impenetrable virtual wall concept is useful for analyzing the near-wall suction and blowing. The virtual wall concept is useful for analyzing the near-wall behavior of the controlled flow. Comparison of the present suboptimal control with that of turbulent channel flow reveals that the curvature effect is insignificant.

1. 서 론

최근들어, 벽면 근처 난류유동에 대한 이해를 기반으로 유동구조를 조작하여 표면마찰을 줄이고자 하는 연구가 증대되고 있다. 경계층 유동에서 발생되는 표면 마찰은 벽면 근처에서 생성되는 주유동방향 와도 (streamwise vortex)에 의해 유도되는 스윕 (sweep)이 벽면 마찰과 매우 밀접한 관련이 있다.[1] 이에 대해 벽면 마찰을 줄이기 위해서는 주유동방향 와도를 효과적으로 제어하는거시 매우 중요하다. 최근, Choi 등[2]은 Burgers 방정식에서의 준최적 제어를 도입하였다. 이에 Lee 등[3]은 벽면에서의 압력 및 전단응력을 이용하여 두 가지 형태의 준최적 제어식을 유도하였으며, 난류채널 유동에서 16-22%의 항력을 감소시켰다. Choi 와 Sung[4]은 준최적제어의 여러인자들을 평가하여 감지/가진 함수들의 특성에 따른 효율적인 준최적제어를 제시하였다.

본 연구의 목적은 환형 난류 유동에서의 준최적 제어식을 유도하여 준최적 제어이론의 원통형 좌표계로 확장하는 것이다. 준최적 제어를 유도하기 위해 Lee 등[3]과 Choi 와 Sung[4]에서의 방법과 유사한 방법이 사용되었다. 이에 대해, Fréchet 미분상태 방정식들의 서로 연관성을 고려하여 변수 변환이 사용되었다. 유도된 준최적 제어식을 이용하여, 환형관 내 난류유동에서 존재하는 원주 방향의 곡률효과를 고려한 준최적 제어를 수행한다. 이를 위해, 환형관 내 난류유동 해석 ($Re_\tau=150$)을 위한 직접 수치모사가 수행되었다. 본 연구에서는 벽면의 감지함수로서 원주방향 속

* 한국과학기술원 기계공학과

** Dept. of Eng. Mech., Tsinghua Univ. CHINA

*** 책임저자, 회원 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : hjsung@kaist.ac.kr

TEL : (042) 869-3027, FAX: (042)869-5027

도구배 ($\partial v_\theta/\partial r|_w$)와 원주방향 벽압력 구배 ($\partial p/\partial\theta|_w$)가 고려되었다. 가진자로서는 벽면 흡입/분사 (ϕ_r)와 원주방향 미끄러짐 속도 (ϕ_θ)가 고려되었다. 특히, 준최적 제어를 적용한 결과 벽면 근처에서 발생되는 가상벽 (virtual wall)을 고려하여 제어기구 해석을 하였다. 환형관 내 난류유동이 지니고 있는 곡률효과의 비교를 위해 난류채널 유동에서의 준최적 제어계수의 비교가 수행되었다.

2. 준최적 제어

2.1 지배방적식과 시간차분

비압축성 유동에 대한 Navier-Stokes 방적식과 연속방정식은 아래와 같다.

$$\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla\vec{V}=-\nabla p+\frac{1}{Re}\nabla^2\vec{V} \quad (1)$$

$$\nabla\cdot\vec{V}=0 \quad (2)$$

$$\vec{V}|_w=\vec{\phi} \quad (3)$$

여기서 $\vec{V}=\{v_r,v_\theta,v_s\}$는 속도 벡터이고 r, θ, s는 각각 반경, 원주, 주유동 방향을 나타낸다. p는 압력이고 $\vec{\phi}=\vec{\phi}(\theta,s)$는 벽면에서의 제어입력이다.

준최적 제어 입력을 구하기 위해서 지배방적식을 Karniadakis 등[5]이 사용한 방법으로 시간차분을 하였다.

$$\frac{\gamma_0}{\Delta t}\vec{V}^{n+1}-\frac{1}{Re}\nabla^2\vec{V}^{n+1}+\nabla p^{n+1}+\sum_{q=0}^{2}R^{n-q}=0 \quad (4)$$

$$\nabla\cdot\vec{V}^{n+1}=0 \quad (5)$$

$$\vec{V}^{n+1}|_w=\vec{\phi} \quad (6)$$

여기서 위첨자 $n+1$은 시간단계를 의미하며, $R^{n-q}=\beta_q(\vec{V}\cdot\nabla\vec{V})^{n-q}-\alpha_q\vec{V}^{n-q}$이다. γ_0, α_q, β_q는 3차 시간차분의 상수들이다.

2.2 Frĕchet 미분방정식

속도와 압력의 비분상태들 $\vec{q}=\{q_r,q_\theta,q_s\}$, ρ는 Frĕchet 미분을 사용하여 다음과 같이 정의하였다.[6]

$$\vec{q}=\frac{D\vec{V}(\vec{\phi})}{D\phi_j}\tilde{\phi}_j,\quad \rho=\frac{Dp(\vec{\phi})}{D\phi_j}\tilde{\phi}_j \quad (7)$$

$$\frac{Lf(\vec{\phi})}{D\phi_j}\tilde{\phi}_j=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{f(\phi_j+\varepsilon\tilde{\phi}_j)-f(\phi_j)}{\varepsilon} \quad (8)$$

비분상태 변수의 정의에 의거하여 지배방정식에 대한 Frĕchet 비분 방정식은 아래와 같이 유도된다.

$$\frac{\gamma_0}{\Delta t}\vec{q}^{n+1}-\frac{1}{Re}\nabla^2\vec{q}^{n+1}+\nabla\rho^{n+1}=0 \quad (9)$$

$$\nabla\cdot\vec{q}^{n+1}=0 \quad (10)$$

$$\vec{q}^{n+1}|_w=\tilde{\phi} \quad (11)$$

환형관내의 유동은 주유동방향 및 원주방향으로 주기적인 경계조건이 적용된다. 이에 대해, Fourier 공간에서의 Frĕchet 미분 방정식을 나타내면 다음과 같다.

$$\hat{q}_r''+\frac{1}{r}\hat{q}_r'-\left(\alpha^2n^2+\frac{\gamma_0Re}{\Delta t}\right)\hat{q}_r-\frac{m^{2+1}}{r^2}\hat{q}_r-\frac{2im}{r^2}\hat{q}_\theta=Re\,\hat{\rho}' \quad (12)$$

$$\hat{q}_\theta''+\frac{1}{r}\hat{q}_\theta'-\left(\alpha^2n^2+\frac{\gamma_0Re}{\Delta t}\right)\hat{q}_\theta-\frac{m^{2+1}}{r^2}\hat{q}_\theta+\frac{2im}{r^2}\hat{q}_r=\frac{imRe}{r}\hat{\rho} \quad (13)$$

$$\hat{q}_s''+\frac{1}{r}\hat{q}_s'-\left(\alpha^2n^2+\frac{\gamma_0Re}{\Delta t}\right)\hat{q}_s-\frac{m^2}{r^2}\hat{q}_s=i\alpha nRe\,\hat{\rho} \quad (14)$$

$$\hat{q}_r'+\frac{1}{r}\hat{q}_r+\frac{im}{r}+i\alpha n\,\hat{q}_s=0 \quad (15)$$

$$\hat{q}_r|_{r=R}=\hat{\tilde{\phi}}_r,\quad \hat{q}_\theta|_{r=R}=\hat{\tilde{\phi}}_\theta,\quad \hat{q}_s|_{r=R}=\hat{\tilde{\phi}}_s \quad (16)$$

여기서 $\hat{q}_i$, $\hat{\rho}$는 다음과 같이 정의된다.

$$q_i=\sum_m\sum_n\hat{q}_i(r)e^{im\theta}e^{i\alpha ns} \quad (17)$$

$$\rho=\sum_m\sum_n\hat{\rho}(r)e^{im\theta}e^{i\alpha ns} \quad (18)$$

윗식에서, ′은 반경방향의 미분을 의미하며, 윗첨자 $n+1$은 편의상 생략하였다. α는 주유동 방향 파수 $\alpha=2\pi/L_s$이고, L_s는 주유동방향 영역의 크기이다. m과 n은 정수이며, $m=0$와 $n=0$에 대한 경우는 미분방정식의 해는 자명한 해만 가진다.

압력 미분 상태, ρ에 대한 Laplace 방정식 $\nabla^2\rho=0$를 스펙트럴 영역에서 나타내면 다음과 같다.

$$\hat{\rho}''+\frac{1}{r}\hat{\rho}'-\alpha^2n^2\hat{\rho}-\frac{m^2}{r^2}\hat{\rho}=0 \quad (19)$$

그 해는 아래와 같다.

$$\hat{\rho}=\begin{cases}\hat{\rho}_w\dfrac{r^{|m|}}{R^{|m|}}, & \text{for } n=0 \text{ and } m\neq 0\\[2mm] \hat{\rho}_w\dfrac{J_m(i\alpha nr)}{J_m(i\alpha nR)}=\hat{\rho}_w\dfrac{I_m(i\alpha nr)}{I_m(i\alpha nR)}, & \text{for } n\neq 0\end{cases} \quad (20)$$

여기서 $I_m(x)=i^{-m}J_m(ix)$는 m차 수정된 Bessel 함수이다. $\hat{\rho}_w$는 벽면에서의 압력미분치로서 나중에 결정될 것이다.

2.3 변수변환 (variable transformation)

식 (12)와 (13)은 서로 연관되어있기 때문에, 다음의 변수변환이 사용되었다.

$$\overline{q_r}=\widehat{q_r}+i\widehat{q_\theta},\quad \overline{q_\theta}=\widehat{q_r}-i\widehat{q_\theta},\quad \overline{q_s}=\widehat{q_s} \tag{21}$$

$\overline{q_r}$, $\overline{q_\theta}$, $\overline{q_s}$의 해석해를 구한 다음, Fréchet 미분 상태변수를 다음의 역변수변환을 이용하여 구하였다.

$$\widehat{q_r}=\frac{1}{2}(\overline{q_r}+i\overline{q_\theta}),\quad \widehat{q_\theta}=\frac{1}{2i}(\overline{q_r}-i\overline{q_\theta}),\quad \widehat{q_s}=\overline{q_s} \tag{22}$$

$n=0$ $m\neq0$에 대해,

$$\begin{aligned}\widehat{q_r} &= \frac{1}{2}\widehat{\phi_r}\left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)}+\frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)}\right]\\ &+\frac{i}{2}\widehat{\phi_\theta}\left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)}-\frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)}\right]\\ &+\widehat{\rho_w}\frac{|m|\Delta t}{\gamma_0 R}\left[\frac{J_{|m|-1}(i\lambda r)}{J_{|m|-1}(i\lambda R)}-\frac{r^{|m|-1}}{R^{|m|-1}}\right]\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}\widehat{q_\theta} &= \frac{1}{2i}\widehat{\phi_\theta}\left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)}-\frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)}\right]\\ &+\frac{1}{2}\widehat{\phi_\theta}\left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)}+\frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)}\right]\\ &+i\widehat{\rho_w}\frac{|m|\Delta t}{\gamma_0 R}\left[\frac{J_{|m|-1}(i\lambda r)}{J_{|m|-1}(i\lambda R)}-\frac{r^{|m|-1}}{R^{|m|-1}}\right]\end{aligned} \tag{24}$$

$$\widehat{q_s}=\widehat{\phi_s}\frac{J_m(i\lambda r)}{J_m(i\lambda R)} \tag{25}$$

여기서 $\lambda=\sqrt{\alpha^2 n^2+\gamma_0 Re/\Delta t}$ 이다.

$n\neq0$에 대해,

$$\begin{aligned}\widehat{q_r} &= \frac{1}{2}\widehat{\phi_r}\left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)}+\frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)}\right]\\ &+\frac{i}{2}\widehat{\phi_\theta}\left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)}-\frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)}\right]\\ &+i\widehat{\rho_w}\frac{\alpha n\Delta t}{2\gamma_0}\left[\frac{J_{m+1}(i\alpha nr)-J_{m-1}(i\alpha nr)}{J_m(i\alpha nR)}\right]\\ &-i\widehat{\rho_w}\frac{\alpha n\Delta t}{2\gamma_0}\left[\frac{J_{m+1}(i\alpha nR)}{J_m(i\alpha nR)}\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)}\right.\\ &\left.\qquad+\frac{J_{m-1}(i\alpha nR)}{J_m(i\alpha nR)}\frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)}\right]\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}\widehat{q_\theta} &= \frac{1}{2i}\widehat{\phi_r}\left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)}-\frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)}\right]\\ &+\frac{1}{2}\widehat{\phi_\theta}\left[\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)}-\frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)}\right]\\ &+\widehat{\rho_w}\frac{\alpha n\Delta t}{2\gamma_0}\left[\frac{J_{m+1}(i\alpha nr)+J_{m-1}(i\alpha nr)}{J_m(i\alpha nR)}\right]\\ &-\widehat{\rho_w}\frac{\alpha n\Delta t}{2\gamma_0}\left[\frac{J_{m+1}(i\alpha nR)}{J_m(i\alpha nR)}\frac{J_{m+1}(i\lambda r)}{J_{m+1}(i\lambda R)}\right.\\ &\left.\qquad+\frac{J_{m-1}(i\alpha nR)}{J_m(i\alpha nR)}\frac{J_{m-1}(i\lambda r)}{J_{m-1}(i\lambda R)}\right]\end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned}\widehat{q_s} &= \widehat{\phi_s}\frac{J_m(i\lambda r)}{J_m(i\lambda R)}\\ &-i\widehat{\rho_w}\frac{\alpha n\Delta t}{2\gamma_0}\left[\frac{J_m(i\alpha nr)}{J_m(i\alpha nR)}-\frac{J_m(i\lambda r)}{J_m(i\lambda R)}\right]\end{aligned} \tag{28}$$

위에서 구해진 $\widehat{q_r}$, $\widehat{q_\theta}$, $\widehat{q_s}$에 대한 해를 연속방정식에 대입하면, $\widehat{\rho_w}$는 다음과 같다.

$$\widehat{\rho_w}=C_r(m,n)\,\widehat{\phi_r}+C_\theta(m,n)\,\widehat{\phi_\theta}+C_s(m,n)\,\widehat{\phi_s} \tag{29}$$

$n=0$ $m\neq0$에 대해,

$$C_r(m,0)=-\frac{\gamma_0 R}{2|m|\Delta t}\left[\frac{I_{|m|-1}(\lambda R)}{I_{|m|+1}(\lambda R)}+1\right] \tag{30}$$

$$C_\theta(m,0)=-i\frac{\gamma_0 R}{2|m|\Delta t}\left[\frac{I_{|m|-1}(\lambda R)}{I_{|m|+1}(\lambda R)}-1\right] \tag{31}$$

$$C_s(m,0)=0 \tag{32}$$

$n\neq0$에 대해,

$$C_r(m,n)=-\frac{\gamma_0 R}{\Delta t}\left[\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)}+\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)}\right]/k_p(m,n) \tag{33}$$

$$C_\theta(m,n)=-i\frac{\gamma_0 R}{\Delta t}\left[\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)}-\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)}\right]/k_p(m,n) \tag{34}$$

$$C_s(m,n)=-\frac{\gamma_0 R}{\Delta t}\frac{2i\alpha n}{\lambda}/k_p(m,n) \tag{35}$$

$$\begin{aligned}k_p(m,n) = \alpha nR&\left[\frac{I_{m+1}(\alpha nR)}{I_m(\alpha nR)}\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)}\right.\\ &\left.+\frac{I_{m-1}(\alpha nR)}{I_m(\alpha nR)}\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)}-\frac{2\alpha n}{\lambda}\right]\end{aligned} \tag{36}$$

2.4 목적함수와 제어입력

원주방향으로의 벽면 압력 구배 ($\partial p/\partial\theta|_w$)가 감지함수로 선정된 경우, 목적함수는 다음과 같이 정의된다.

$$J(\phi)=\frac{l}{2A\Delta t}\int_A\int_t^{t+\Delta t}\left\{\phi_i^2-\left(\frac{\partial p}{r\partial\theta}\right)^2\right\}dt\,dA \tag{37}$$

여기서 목적함수는 제어입력 함수와 감지함수의 짧은 시간 (Δt) 동안에 대해 제어표면 (A)에서의 적분형태이다. 제어인자로서 l 은 제어입력에 대한 감지부분의 상대적 가치를 나타낸다. 목적함수를 최소화하면, 다음과 같은 최적 제어입력을 얻을 수 있다.

$$\widehat{\phi_i}=\frac{C_i^*(m,n)}{lR^2}m^2\,\widehat{p_w} \tag{38}$$

여기서 $*$는 켤레 복소수를 나타낸다.

유사한 방법으로, 감지함수가 원주방향 전단응력 $\partial v_\theta/\partial r|_w$ 가 선택되어졌을 때, 목적함수는 다음과 같이 정의되며,

$$J(\phi)=\frac{l}{2A\Delta t}\int_A\int_t^{t+\Delta t}\left\{\phi_i^2-\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r}\right)^2\right\}dt\,dA \tag{39}$$

이에 해당하는 최적 제어입력은 다음과 같다.

$$\widehat{\phi_i}=\frac{D_i^*(m,n)}{l}\left.\frac{\partial\widehat{v_\theta}}{\partial r}\right|_w \tag{40}$$

$n=0$ $m\neq0$에 대해,

$$D_r(m,0)=-i\frac{m}{R}-\frac{im\lambda}{|m|}\frac{I_m(\lambda R)}{I_{|m|+1}(\lambda R)} \tag{41}$$

$$D_\theta(m,0)=-\frac{1}{R}+\lambda\frac{I_m(\lambda R)}{I_{|m|+1}(\lambda R)} \tag{42}$$

$$D_s(m,0)=0 \tag{43}$$

$n\neq0$에 대해,

$$D_r(m,n)=i\frac{m}{R}+i\frac{\lambda}{2}\left[(1+k_f)\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)}-(1-k_f)\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)}\right] \tag{44}$$

$$D_\theta(m,n)=-\frac{1}{R}+\frac{\lambda}{2}\left[(1+k_f)\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)}+(1-k_f)\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)}\right] \tag{45}$$

$$D_s(m,0)=-\alpha nk_f \tag{46}$$

$$k_f(m,n)=\frac{\left[\frac{I_{m+1}(\alpha nR)}{I_m(\alpha nR)}\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)}-\frac{I_{m-1}(\alpha nR)}{I_m(\alpha nR)}\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)}\right]}{\left[\frac{I_{m+1}(\alpha nR)}{I_m(\alpha nR)}\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m+1}(\lambda R)}+\frac{I_{m-1}(\alpha nR)}{I_m(\alpha nR)}\frac{I_m(\lambda R)}{I_{m-1}(\lambda R)}-\frac{2\alpha n}{\lambda}\right]} \tag{47}$$

3. 결과 및 토론

준최적 제어를 평가하기위해 낮은 레이놀즈 수 ($Re_\tau=150$)의 환형관 내 난류유동에 대한 직접 수치모사가 수행되었다. Navier-Stokes 방정식의 해를 구하기 위해 3차 시간차분기법이 사용되었다.[5] 주유동 방향 및 원주방향에 대해서는 Fourier-Galerkin 방법이 사용되었으며, 반경방향으로는 스펙트럴 요소법이 사용되었다. 본 연구에서 사용된 수치방법은 Ma 등[7]에서 사용한 것과 유사하다. 계산에 사용된 원관의 길이는 $4\pi R$이다. 공간상 격자계는 반경방향, 원주방향, 축방향으로 $53\times64\times32$가 사용되었다. 모든 계산은 유량보존을 만족하도록 하였다. 앞서 언급한 바와 같이, 벽면에서는 감지함수 $\partial p/\partial\theta|_w$, $\partial v_\theta/\partial r|_w$ 와 가진함수 ϕ_θ, ϕ_r 가 사용되었다.

항력감소의 효과를 보기위해, 공간평균 전단응력의 시간이력 곡선을 Fig. 1에 나타내었다. 항력감소율 (D_r)은 $D_r=(\tau_{no}-\tau_c)/\tau_{no}$로 정의하였다. 여기서 τ_{no}와 τ_c는 제어 이전과 후의 평균전단응력을 나타낸다. 감지함수로서 $\partial p/\partial\theta|_w$가 사용되었을 경우, 분사/흡입($\phi_r$)에 의한 가진 형태의 경우 13%의 항력감소율, ϕ_θ의 경우 16%의 항력감소율을 얻었다. Fig. 1 (b)에 나타낸바와 같이, 감지함수가 $\partial v_\theta/\partial r|_w$인 경우에는 각 가진함수 ϕ_θ, ϕ_r에 대해 각각 13%, 23%의 항력감소 결과를 얻었다. 항력감소율에 따른 가장 효과적인 제어기의 구성은 Choi와 Sung[4]에서 제시한 것과 같이 $\partial v_\theta/\partial r|_w$와 ϕ_r이다. 이는 감지함수가 $\partial p/\partial\theta|_w$인 경우보다 $\partial v_\theta/\partial r|_w$인 경우가 벽면 위에 존재하는

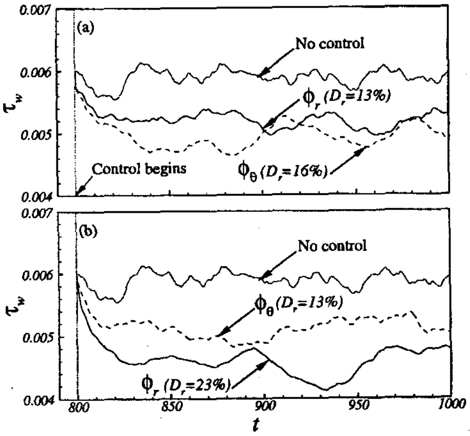

Fig. 1. Time history of the mean streamwise wall shear stress. (a) $\partial p/\partial\theta|_w$ and (b) $\partial v_\theta/\partial r|_w$.

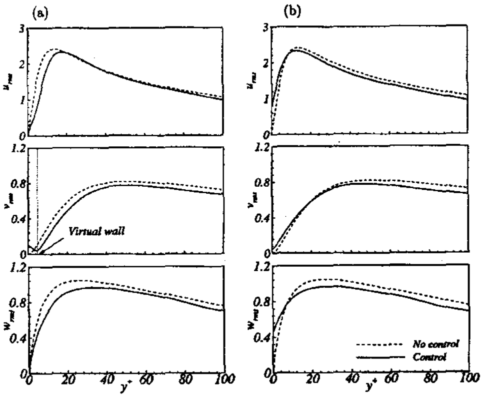

Fig. 2 Root-mean-squar distirbutions of velocity fluctuations. (a) original wall coordinate and (b) virtual wall coordinate.

주유동방향 와도 성분을 잘 반영하고 있다는 것을 나타낸다. 또한 항력감소율에 대해 ϕ_r이 ϕ_θ보다 더 효율적이다.

준최적제어에 의한 유동제어 기구 해석을 위해, 벽면근처 유동에 대한 난류 통계량의 변화를 살펴보았다. 변동속도 성분에 대한 근 평균제곱 분포를 Fig. 2에 나타내었다. 여기서 감지/가진함수는 $\partial v_\theta/\partial r|_w$와 ϕ_r이다. 모든 벽면 물리량들은 실제 벽면에서 나타나는 마찰속도를 사용하여 정규화되었다. Figure 2에서 u_{rms}는 벽면근처 영역 ($y^+<20$)에서만 영향을 받고 있으며, v_{rms}와 w_{rms}

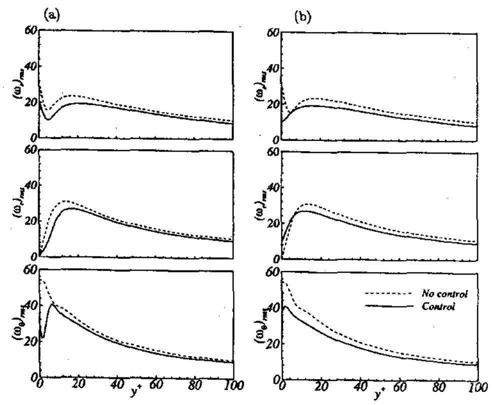

Fig. 3 Root-mean-squar distirbutions of vorticity fluctuations. (a) original wall coordinate and (b) virtual wall coordinate.

는 전영역에서 감소되었다. 제어에 의해 v_{rms}는 $y^+ \simeq 5$에서 최소값을 나타낸다. 벽면 수직방향으로 투과가 잘 안되는 층이 생성되었다. 이러한 층은 Choi 등[8]과 Hammond 등[9]에서 능동상쇄 제어에 의해 생성되는 가상벽 (virtual wall)과 유사하다. 이러한 가상벽을 고려한 새로운 좌표계를 $y^+ \simeq 5$ 만큼 평행이동하는 것으로 정의하였다. 이에 대해, 변동속도에 대한 근평균제곱 분포를 가상벽 좌표계에 대해서 Fig. 2 (b)에 나타내었다. 가상벽 좌표계를 사용함으로 벽면 근처 유동에 대해 제어이전과 제어이후의 결과에 대한 좋은 상사성을 얻었다. 가상벽 개념을 이용하여 준최적 제어를 적용하였을 때의 유동장의 변화가 단지 벽면 근처 층의 좌표계의 이동으로 설명되어 질 수 있다. Fig. 2 (b)에서 나타낸 것 처럼, 제어된 유동 변수의 극대 지점들은 제어후의 것들과 잘 일치한다.

변동와도 성분에 대한 근 평균제곱 분포에 대한 제어 이전과 후를 비교하였다. Figure 3에서 제시된 바와 같이, 전체적인 경향은 준최적 제어에 의해 모든 변동 와도성분들은 약화되었다. 제어에 의해 $(\omega_s)_{rms}$와 $(\omega_r)_{rms}$는 제어 이전의 것과 유사한 벽면거동을 보여주지만, $(\omega_\theta)_{rms}$의 경우 제어에 의해 벽면에서의 유동구조는 심한 변화를 보여주고 있다. 벽면의 원점을 가상벽 위치로 평행 이동하여 와도성분을 나타내면, 제어이전의 벽면 근처유동과 유사한 결과를 보여준다 (Fig. 3 (b)). 그러므로 벽면위와 가상벽면위의 주유동방향 와도의 상호작용은 위로 치우쳐진 벽면 부근층에 의해 약화됨을 알수 있다. 가상벽 위의 유동구조는 Fig. 3 (b)에서 볼 수 있듯이 다시 재형성된다.

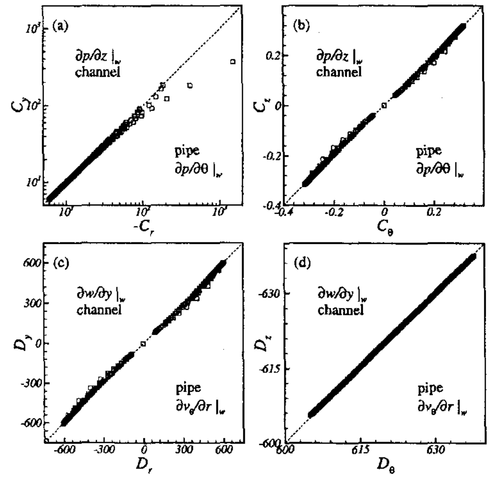

Fig. 4 Correlation of the control coefficients between pipe and channel flows.

환형 내 난류유동에 대한 준최적 제어 식에 대해 적용된 방법과 유사하게 난류채널 유동에서의 준최적 제어식을 다시 유도하였다. 벽면 압력 구배를 감지함수로 채택하는 경우의 최적 제어입력은 다음과 같다.

$$\widehat{\phi_i} = C_i^*(k_z, k_x)\frac{k_z^2}{l}\,\widehat{p_w} \tag{48}$$

$$C_x(k_z, k_x) = -\frac{\gamma_0}{\Delta t}\frac{ik_x}{k(\lambda - k)} \tag{49}$$

$$C_y(k_z, k_x) = \frac{\gamma_0}{\Delta t}\frac{\lambda}{k(\lambda - k)} \tag{50}$$

$$C_x(k_z, k_x) = -\frac{\gamma_0}{\Delta t}\frac{ik_z}{k(\lambda - k)} \tag{51}$$

여기서 k_x와 k_z는 각각 주유동방향과 횡방향의 파수를 나타낸다.

감지함수가 $\partial w/\partial y\,|_w$인 경우에 대해, 최적 가진 함수는 다음과 같다.

$$\widehat{\phi_i} = D_i^*(k_z, k_x)\frac{1}{l}\frac{\partial \widehat{w}}{\partial y}\bigg|_w \tag{52}$$

$$D_x(k_z, k_x) = -\frac{k_x k_z}{k} \tag{53}$$

$$D_y(k_z, k_x) = -\frac{ik_z\lambda}{k} \tag{54}$$

$$D_z(k_z, k_x) = -\left(\lambda + \frac{k_z^2}{k}\right) \quad (55)$$

여기서 $k=\sqrt{k_x^2+k_z^2}$이고, $\lambda=\sqrt{k^2+\gamma_0 Re/\Delta t}$이다.

환형관 내 유동의 곡률에 의한 준최적제어기의 효과를 살펴보기위해, 난류채널유동에서의 준최적 제어기와의 비교를 수행하였다. 채널유동에서의 좌표계는 x, y, z는 주유동방향, 벽면 수직방향, 횡방향을 나타내며, 이에 상응하는 환형관 내 유동에서의 좌표계는 각각 s, r, θ이다. 앞서 유도된 환형관 내 유동과 채널유동에서의 제어계수의 상호관련성을 Fig. 4에 각 감지함수 및 가진함수에 대해 나타내었다. Figure 4에서 살펴볼 수 있듯이, 환형관 내 유동에서의 제어계수들은 채널유동에서의 것에 대해 대체적으로 선형적인 경향을 보여주고 있지만, Fig. 4 (a)에서는 다소간의 곡률에 의한 효과가 미비하게 보여주고 있다. 원주방향으로의 저 파수 성분을 제외하고는 환형관 내 유동과 채널유동에서의 준최적 제어계수들은 일반적으로 유사하다.

4. 결 론

난류환형관 내 유동에 대해 준최적 제어가 수행되었다. 준최적 제어기의 평가를 위해 $Re_\tau=150$에서 난류 환형관 내 유동에 대한 직접수치모사를 수행하였다. 제어를 수행한 결과, 13~23%정도의 항력감소율을 얻었다. 가장 효과적인 가진자와 감지자의 구성은 $\partial v_\theta/\partial r\,|_w$를 감지하여 ϕ_r로 가진하는 형태이다. 제어에 의해 벽면 근처에서 벽면 수직방향으로 투과하기 힘든 가상벽면이 형성됨을 관찰하였다. 이러한 가상벽면에 따른 제어기구의 해석을 수행한 결과, 벽면 가진에 의한 주유동방향 구조가 위로 치우쳐짐을 발견할 수 있으며, 그 가상벽면의 역할은 벽면으로부터 멀어질수록 미약함이 관찰되었다. 채널유동장에서의 준최적 제어기의 제어계수를 환형관 내유동에서 얻어진 제어계수와 비교한 결과, 벽면 근처에서 인식되는 기하학적 형상에 따른 변화는 항력감소 제어에 대해 그 영향이 미약하다.

후기

본 연구는 과학기술부 국가지정연구실 사업의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

(1) Kim, J., Moin, P. and Moser, R., 1987, "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number," *J. Fluid Mech.*, Vol.177, pp.133-166.

(2) Choi, H., Temam, R., Moin, P. and Kim, J., 1993, "Feedback control for unsteady flow and its application to the stochastic Burgers equation," *J. Fluid Mech.*, Vol.253, pp.509-543.

(3) Lee, C., Kim, J. and Choi, H., 1998, "Suboptimal control of turbulent channel flow for drag reduction," *J. Fluid Mech.*, Vol.358, pp.245-258.

(4) 최정일, 성형진, 2001, "난류채널유동에서의 준최적제어 평가," 대한기계학회 논문집 B, Vol.25, No.9, pp.1227-1236.

(5) Karniadakis, G.E., Israeli, M. and Orszag, S.A., 1991, "High-order splitting methods for the incompressible Navier-Stokes equations," *J. Comput. Phys.*, Vol. 97, pp.414-443.

(6) Finlayson, B.A., 1972, "The Method of weighted residuals and variational principles," Academic Press.

(7) Ma, B., Von Doorne, C.W.H., Zhang, Z. and Nieuwstadt, F.T.M., 1999, "On the spatial evolution of a wall-imposed periodic disturbance in pipe Poiseuille flow at $Re=3000$. Part 1. Subcritical disturbances," *J. Fluid Mech.*, Vol.398, pp.181-224.

(8) Choi, H., Moin, P. and Kim, J., 1994, "Active turbulence control for drag reduction in wall-bounded flows," *J. Fluid Mech.*, Vol.262, pp.75-110.

(9) Hammond, E.P., Bewley, T.R. and Moin, P., 1998, "Observed mechanisms for turbulence attenuation and enhancement in opposition-controlled wall-bounded flows," *Phys. Fluids* Vol. 10, pp.2421-2423.