

초음속 연소기에서의 혼합과 연소현상에 관한 수치해석

문수연* · 이충원* · 손창현*

Numerical Simulation of Mixing and Combustion in a Normal Injection of the Scramjet

Suyeon Moon, Choongwon Lee, and Changhyun Sohn,

Key Words : Finite Element Method (유한 요소 법), Mixing(혼합), Reaction(화학 반응), Shock Wave(충격 파), Generalized Taylor Galerkin

Abstract

The flowfield of transverse jet in a supersonic air stream subjected to shock wave turbulent boundary layer interactions is simulated numerically by Generalized Taylor Galerkin(GTG) finite element methods. Effects of turbulence are taken into account with a two-equation (k-ε) model with a compressibility correction. Injection pressures and slot widths are varied in the present study. Pressure, separation extents, and penetration heights are compared with experimental data. Favorable comparisons with experimental measurements are demonstrated.

기호 설명

<p>a : 음속</p> <p>a_i : 대류 자코비안</p> <p>B : 생성항</p> <p>b_i : 확산 자코비안</p> <p>c_{ij} : 확산 구배 자코비안</p> <p>C_i : i 화학 종의 몰 농도</p> <p>C_p : 유체의 등압력 비열비</p> <p>C_{pk} : k 화학 종의 등압력 비열비</p> <p>D_{km} : 2성분의 질량확산 계수</p> <p>Da : 담코럴 넘버</p> <p>E : 총 에너지</p> <p>F_i : 대류 유속 변수</p> <p>G_i : 확산 유속 변수</p> <p>h : 유체의 엔탈피</p> <p>h_k : k 화학 종의 엔탈피</p> <p>K : 난류 운동 에너지</p> <p>M : 마하넘버</p> <p>M_t : 난류 마하 넘버</p> <p>p : 정 압력</p> <p>p_c : 연료 분사 홈에서의 정체 압력</p> <p>p_0 : 자유 흐름에서의 정체 압력</p> <p>q_j : 열 유속</p> <p>R : 유니버설 가스 상수</p> <p>Re : 레이놀즈 넘버</p>	<p>S : 생성 항</p> <p>T : 온도</p> <p>t : 시간</p> <p>Δt : 시간 증가분</p> <p>U : 보존형 유동 변수</p> <p>v_i : i 방향의 속도</p> <p>x_i : 직교 좌표</p> <p>Y_k : k 화학 종의 질량 비율</p> <p>ϵ : 운동 난류에너지 소산 율</p> <p>ϵ_d : 팽창에 기인한 운동 난류에너지 소산 율</p> <p>Γ : 경계면</p> <p>γ : 비열비</p> <p>λ : 열전도 계수</p> <p>μ : 층류 점성 계수</p> <p>μ_t : 와류 점성계수</p> <p>ρ : 밀도</p> <p>τ_{ij} : 점성 응력 텐서</p> <p>Φ_α : 구분적 선형시행함수</p> <p>ϕ : 당량 비</p> <p>Ω : 영역</p>
---	---

1. 서론

항공연구 분야에 있어서 관심 있는 주요 분야의 하나가 극초음속 비행체에서 공기 흡입 추진기관의 개발이다. 공기를 산화제로 사용하는 초음속 램젯 엔진이

* 회원 경북대학교 기계공학과

이러한 추진체에 속한다. 초음속 유동장의 계산과 실험결과는 여러 가지 물리적 현상들의 복잡한 상호작용을 보여 주고 있다. 그러므로 성공적인 초음속 추진 기관을 개발 하기 위해서는 충격파와 난류경계층의 상호 작용을 포함한 연료와 산화제의 혼합과 화학반응을 이해하는데 있다 하겠다.

미국을 중심으로 하여 초음속으로 유동하는 자유 흐름에 수직인 방향으로 연료가 분사될 때 연료와 산화제의 혼합과 화학반응 과정들에 대한 많은 수치해석 연구가 행해져 왔다. Drummond등[1]은 MacCormack의 외적 예측자수정자 유한 차분법을 사용하여 실험치 자료와 좋은 일치를 보였다. Takahashi등[2]은 내적 TVD 기법을 사용하여 초음속 공기흐름에 수소 연료를 수직으로 분사했을 때 2차원의 화학반응을 모사했다. Aso [3]는 마하 3.81 흐름에 질소를 수직으로 분사했을 때 이차원 및 삼차원에 대한 압력 자료를 실험적으로 얻었으며 Fujimori [4]는 Aso의 실험결과와 전산 모사한 결과를 비교 분석하였다. Chung등[5-7]은 반응 화학 흐름에서 충격파와 난류경계층 상호작용을 위한 요소법으로 수치해석을 수행하였다.

국내에서는 김영문 [8]과 오대환등 [9]이 초음속 노즐에서의 2차 유동분사에 의한 추력 방향 제어 특성을 연구하였으나 연료의 분사로 인한 혼합 및 연소현상에 대한 연구는 없었다.

초음속으로 유동하는 자유 흐름에 수직인 방향으로 연료가 분사될 때 Fig. 1에서와 같이 충격파와 난류 경계층의 상호작용으로 인해 수직 연료 분사 상류쪽으로 분리 충격파를 야기 시킨다. 이 분리 충격파는 마하 디스크(Mach disk)와 그 주변을 둘러싼 배럴 충격파(barrel shock) 앞에서 분사에 의해 만들어진 공형의 충격파와 합류한다. 수직 연료 분사 하류쪽으로 경계층이 벽면에 재 부착됨으로서 재압축성 충격파를 만들어 낸다. 여기서 생겨난 점성과 비점성 유역, 충격파와 난류 경계층사이의 상호작용은 복잡한 물리적 구조의 하나 이다. 이러한 상호작용아래 유한 속도 화학반응과 열에너지의 가진 문제는 해결하기 어려운 과제중의 하나이다. 본 연구에서는 Generalized Taylor Galerkin 유한 요소 법을 적용하여 평판에서 수직으로 분사되어 일어나는 유동특성과 화학반응을 동반한 물리적 현상을 해석하고자 한다.

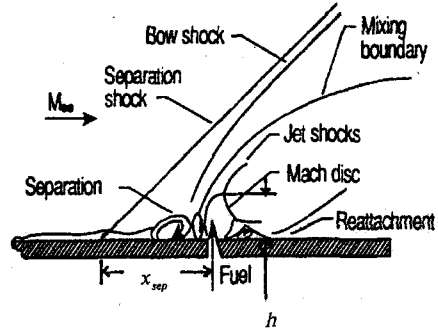


Fig. 1 Flat plate, schematic of transverse fuel injection flowfield or N2 injection

2. 수학적 수식화

압축성 점성, 반응유동에 대한 보존형 Navier-Stokes 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathbf{G}_i}{\partial x_i} = \mathbf{B} \quad (1)$$

여기서 \mathbf{U} , \mathbf{F}_i , \mathbf{G}_i , \mathbf{B} 는 보존형 유동변수 (Conservation Flow Variables), 대류 유속변수 (Convection Flux Variables), 확산 유속변수 (Diffusion Flux Variables), 그리고 생성항 (Source Terms)을 각각 나타낸다.

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v_j \\ \rho E \\ \rho Y_k \\ \rho K \\ \rho \epsilon \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} \rho v_i \\ \rho v_i v_j + p \delta_{ij} \\ \rho E v_i + p v_i \\ \rho Y_k v_i \\ \rho K v_i \\ \rho \epsilon v_i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_j = \begin{bmatrix} 0 \\ -\tau_{ij} \\ -\tau_{ij} v_j + q_i \\ \rho D Y_{k,i} \\ \mu_k K_j \\ \mu \epsilon \epsilon_i \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho F_j \\ S_e + \rho F_j v_j \\ \omega_k \\ S_k \\ S_e \end{bmatrix}$$

여기서 τ_{ij} 는 물리적 전단응력과 난류전단응력의 합을, Y_k 는 k 화학종의 질량분율을, D_{km} 는 2성분의 확산율을, k 와 ϵ 는 난류 운동에너지와 소산 속도를 각각 나타낸다.

압축성이나 확장적 소산 효과를 고려 하기위해 Sarkar [10]가 제안한 난류 운동 에너지 방정식이 사용 되었다.

$$\rho \frac{\partial K}{\partial t} + \rho(K v_i)_{,i} = -\rho(\varepsilon + \varepsilon_d) + \text{확산항} \quad (2)$$

여기서 ε_d 는 확장 이나 압축성 때문에 생겨난 운동 에너지 확산 속도이다.

$$\varepsilon_d = \xi F(M_i) \varepsilon \quad (3)$$

식 (3)에서 $F(M_i)$ 는 난류 Mach수, M_i 의 규정화 된 함수이다. Sarkar모델을 사용하여 그가 제안한 대로 $\xi = 1$ 과 $F(M_i) = M_i^2$ 를 택하였다

$$M_i^2 = \left(\frac{2K}{a^2} \right)^{1/2} \quad (4)$$

M_i 는 식 (4)에서 정의한 대로 계산할 수 있다.

Taylor급수를 시간에 대하여 2차까지 전개한다.

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \Delta t \frac{\partial \mathbf{U}^{n+s_1}}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{U}^{n+s_2}}{\partial t^2} + O(\Delta t^3) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}^{n+s_1}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} + s_1 \frac{\partial \Delta \mathbf{U}^{n+1}}{\partial t} \quad 0 \leq s_1 \leq 1 \quad (6a)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}^{n+s_2}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{U}^n}{\partial t^2} + s_2 \frac{\partial^2 \Delta \mathbf{U}^{n+1}}{\partial t^2} \quad 0 \leq s_2 \leq 1 \quad (6b)$$

여기서 s_1 과 s_2 는 내적함수(implicitness parameter)를 나타낸다. 식 (6a), (6b)에서 $\Delta \mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n$ 이다. 식 (6a), (6b)를 식 (5)에 대입하여 전개하면 식 (7)이 된다.

$$\Delta \mathbf{U}^{n+1} = \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} + s_1 \frac{\partial \Delta \mathbf{U}^{n+1}}{\partial t} \right) + \frac{\Delta t^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{U}^n}{\partial t^2} + s_2 \frac{\partial^2 \Delta \mathbf{U}^{n+1}}{\partial t^2} \right) + O(\Delta t^3) \quad (7)$$

식 (1)으로부터

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -\frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} - \frac{\partial \mathbf{G}_i}{\partial x_i} + \mathbf{B} \quad (8)$$

식 (8)에서 대류 유속변수 \mathbf{F}_i 는 보존 유동변수 \mathbf{U} 의 함수이고, 확산 유속변수 \mathbf{G}_i 는 보존 유동변수 \mathbf{U} 와 보전 유동변수의 구배 $\mathbf{U}_{,i}$ 의 함수이다.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mathbf{a}_i \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mathbf{b}_i \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right)$$

$$- \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left(\mathbf{c}_{ij} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right) + \mathbf{d} \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right) \quad (9)$$

식 (9)에서 $\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i, \mathbf{c}_{ij}, \mathbf{d}$ 는 각각, 대류, 확산 및 생성항의 자코비안이며 식 (10)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{a}_i = \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial \mathbf{U}}, \quad \mathbf{b}_i = \frac{\partial \mathbf{G}_i}{\partial \mathbf{U}}, \quad \mathbf{c}_{ij} = \frac{\partial \mathbf{G}_i}{\partial \mathbf{U}_{,j}}, \quad \mathbf{d} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{U}} \quad (10)$$

식 (8)과 식 (9)을 식 (7)에 대입하고, 식 (7)를 전개한다. 여기서 3차의 공간도함수의 곱은 무시하면, 식 (11)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{U}^{n+1} = & \Delta t \left[-\frac{\partial \mathbf{F}_i^n}{\partial x_i} - \frac{\partial \mathbf{G}_i^n}{\partial x_i} + \mathbf{B}^n \right] \\ & + s_1 \left[-\frac{\partial \Delta \mathbf{F}_i^{n+1}}{\partial x_i} - \frac{\partial \Delta \mathbf{G}_i^{n+1}}{\partial x_i} + \Delta \mathbf{B}^{n+1} \right] \\ & + \frac{\Delta t^2}{2} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial x_i} (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i) \right] \left(\frac{\partial \mathbf{F}_i^n}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathbf{G}_i^n}{\partial x_i} - \mathbf{B}^n \right) \right. \\ & \left. - \mathbf{d} \left(\frac{\partial \mathbf{F}_i^n}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathbf{G}_i^n}{\partial x_i} - \mathbf{B}^n \right) \right. \\ & \left. + s_2 \left[\frac{\partial}{\partial x_i} (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i) \right] \left(\frac{\partial \Delta \mathbf{F}_i^{n+1}}{\partial x_j} + \frac{\partial \Delta \mathbf{G}_i^{n+1}}{\partial x_j} - \Delta \mathbf{B}^{n+1} \right) \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

식 (11)에서 모든 자코비안은 n 시간구간 내에서는 일정하며 다음 시간단계에서 다시 계산된다.

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{U}} \Delta \mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{d} \Delta \mathbf{U}^{n+1} \quad (12)$$

식 (12)을 식 (11)에 대입하고 s_1 과 s_2 를 모두 없애 버림으로서 식 (13)과 같이 변환된다.

$$\mathbf{M} \Delta \mathbf{U}^{n+1} = -\mathbf{Q}^n \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}^n = & \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\Delta t + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{d} \right) (\mathbf{F}_i^n + \mathbf{G}_i^n) \right. \\ & \left. + \frac{\Delta t^2}{2} (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i) \mathbf{B}^n \right] \\ & - \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left[\frac{\Delta t^2}{2} (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i) (\mathbf{F}_j^n + \mathbf{G}_j^n) \right] \\ & - \left(\Delta t + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{d} \right) \mathbf{B}^n \quad (14) \end{aligned}$$

여기서 M 은 총괄질량(lumping mass)을 나타낸다.

본 연구에서는 수소와 공기의 화학 반응을 18 단계로 두고 유한속도 반응모델을 사용하였으며 구체적인 내용은 참고문헌 [5]에 나타나 있다.

3. 물성치

기체 혼합물의 열역학적 상태 및 수송계수를 구하기 위해서는 각 화학 종의 열역학적 물성치가 필요하다. 여기서 요구되는 물성치 C_{pk} 는 Gordon과 McBride [11]로부터 적용된 다음과 같은 온도의 4차 다항식을 이용한다. 각 화학 종의 점성계수와 열전도계수는 다음 Kinetic theory의 Chapman & Cowling식으로부터 계산한다 [12-14]. 기체혼합물의 점성계수와 열전도계수는 Wilke의 혼합법칙으로 구한다 [15].

4. 결과 및 고찰

본 연구에서는 화학 작용이 없는 평판에서의 혼합 현상만을 각각의 경우에 대하여 실험치와 비교하였다. 계산영역은 가로 12cm, 세로 5cm의 정사각형이며 앞쪽에서 4cm위치에 연료분사 장치가 설치되어 있다. 또한 도관 연소기에서 혼합과 반응과정을 유동해석 하기위해 가로 5cm, 세로 5cm의 정사각형을 계산영역으로 정하였으며 중간에 연료 분사 장치가 설치되어 있다.

계산에 쓰인 격자계는 Fig. 2에 나타내었는데 경계층이 형성되는 벽면과 유동 구조가 복잡할 것으로 예상되는 분사구 근방으로 격자를 밀집 시켰다. 아래 평판의 경계조건은 점착(no-slip), 단열 조건을 사용하고 출구조건의 모든 물리량은 내부 유동장에서 외삽하여 결정하였다. 각 경우의 초기 조건은 벽에서 충분히 전개된 난류 경계 층의 속도 분포를 주었다.

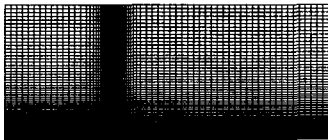


Fig. 2 Computational grid

Fig. 3은 표면 정압력 분포의 계산결과와 Fujimori 등 [4]의 실험결과를 비교 하였다. 분사기의 홈폭(w)이 0.5mm, 자유 흐름 속도 (M_∞)는 3.81 이고 온도(T_∞)는 283K 이며 $P_c/P_0 = 0.25$ 인 case 1(Fig. 3a)과 $P_c/P_0 = 0.503$

인 case 2(Fig. 3b)의 조건에 대해 계산한 표면 정압력의 변화는 비교적 실험치와 잘 일치하고 있다. 상류에 보이는 소폭의 흔들림은 인공점성계수의 영향이라 생각된다. 압력비가 낮은 경우가 높은 경우에 비해 실험치와 잘 일치하고 있음을 알 수 있으며, $P_c/P_0 = 0.503$ 인 경우 연료 분사기 상류에서 불일치를 보여 주고 있다.

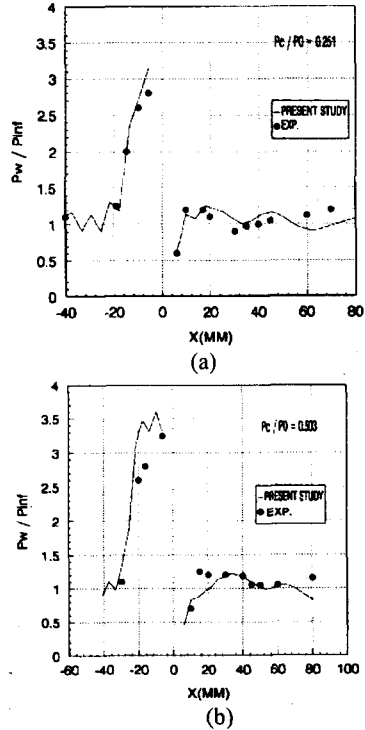


Fig. 3 Surface static pressure distributions for transverse air injection in comparison with Fujimori et al experimental data [4], $w=0.5$ mm, $M_\infty = 3.81$, $T_\infty = 283K$: (a) $P_c/P_0 = 0.25$ (b) $P_c/P_0 = 0.503$

Fig. 4는 에너지의 수렴경로를 나타내고 있다. 처음에는 빠르게 수렴하고 있으나 일정한 시간 후 다시 오차가 증가한 후 수렴하는 것을 알 수 있다.

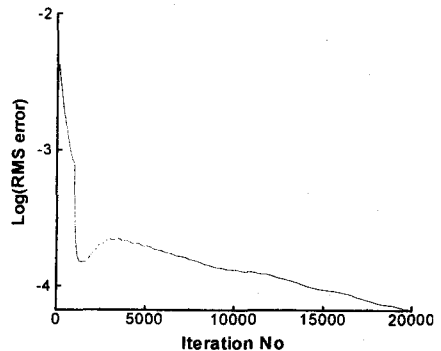


Fig. 4 Convergence history of energy

상기 경우들에 대한 마하수 등가곡선과 속도 벡터가 Fig. 5 에 나타나있다. $P_c/P_0 = 0.25$ Fig.5a 와 $P_c/P_0 = 0.503$ Fig. 5b 의 조건에서 분사 위치 부근의 Mach 수의 등가곡선은 높은 압력 비에서는 난류의 활동이 활발하고 박리 현상과 궁형 충격파의 윤곽이 뚜렷해 짐을 알 수 있다. 이러한 현상은 점차로

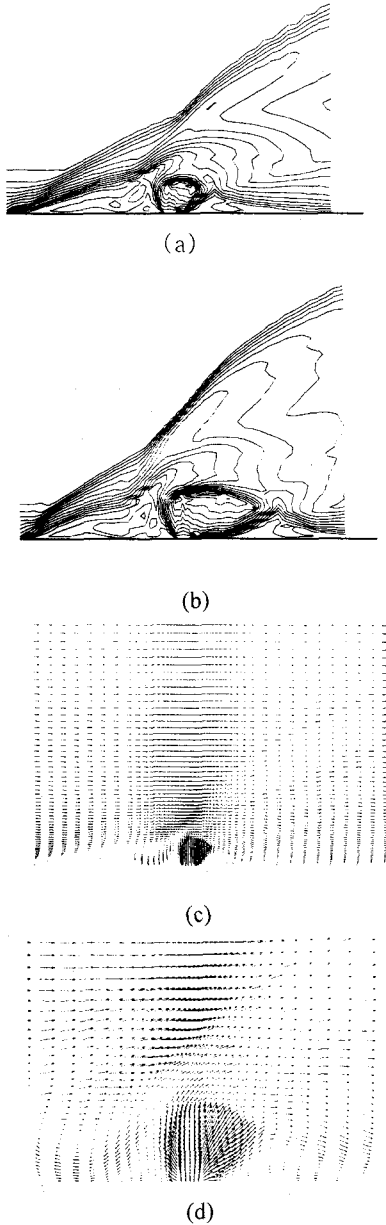
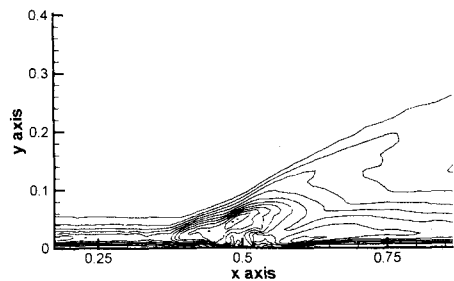


Fig. 5. Samples of flowfield calculations for $w=0.5$ mm, $M_\infty = 3.81$, $T_\infty=283$ K: Mach number contours near Injector, (a) $P_c/P_0=0.25$; (b) $P_c/P_0=0.503$; (c) velocity vector of $P_c/P_0=0.25$, (d)velocity vector of $P_c/P_0=0.503$ near injector

커진 배럴 충격파(barrel shock), 마하 디스크 (Mach disk), 그리고 박리 충격파(separation shock)의 영향 때문임을 알 수 있다.

Fig. 5c와 d는 속도 벡터를 나타낸 것으로서 높은 압력 비에 대한 흐름의 형태를 보여 주고 있다. 이 그림에서 평판에서 판에 수직인 방향으로 연료가 분사되어 분리 충격파와 분사기 앞에 만들어진 궁형의 충격파가 형성되는 것을 볼 수 있다. 그리고 수직 연료 분사 상류쪽과 하류쪽에서 재순환 영역들이 생겨나고 분리 현상과 경계층이 벽면에 재부착 되는 현상이 일어 나고 있다. 재순환 영역들 사이에서 자유 흐름과 분사 흐름의 상호작용에 의해 마하 디스크가 생겨 난다. 마하 디스크는 연료 분사기 주변을 중심으로 곡선 모양의 전단층을 동반 한다.

마지막으로 H_2 를 수직으로 분사하는 경우를 해석하였다. 초기 조건은 화학 작용이 없는 경우를 풀어 그 결과를 화학반응의 초기 조건으로 사용 하였다. 이 경우 공기 흐름은 자유 흐름 속도 (M_∞)는 5, 온도(T_∞)는 1300 K, 압력(P_∞)은 0.1 Mpa이며 2 mm의 홈을 통해 수소 분사의 조건은 속도 (M) 는 1.0 이고 온도(T_0)는 300K 압력(P)은 0.4 Mpa 이다. 화학 작용이 없는 흐름의 성분은 O_2 의 질량분율은 0.095 이고 N_2 의 질량분율은 0.905 이다.



Temperature contour for reacting case (Max=2982, Min=254.5, $\Delta=195$ K)

Fig. 6 Temperature contours at transverse H_2 fuel injection, 9.5% oxygen main flow, isothermal wall (300K)

Fig.6은 화학반응이 있는 경우에 압력과 온도의 변화를 보여 주고 있다. 화학반응이 없는 경우와는 마찬가지로 상류 경계층, 박리와 궁형 충격파, 마하 디스크들을 관찰할 수 있었으나 반응의 결과로 다소 흐려지는 것을 발견할 수 있었다. 발열성 반응의 결과로 궁형 충격파 아래와 혼합 경계층 위로 온도가 최대치에 이른다. 분사기의 하류에서 분사기에서 나온 차고 타지 않은 연료 가스가 온도를 급격 하게 낮추고 있다.

생성물 OH와 H₂O에 대한 질량분율의 등가곡선을 Fig. 7에 나타내었다. 분사기 상류에서 큰 규모의 재순환 영역이 상위 경계층 정체 영역 안에 분사된 수소를 이동시켜 재순환 영역에서 OH와 H₂O의 생성물이 생겨 난다. 이러한 주요 생성물들은 중간 생성물과 함께 재순환 영역 하류로 옮겨 진다. 그러므로 재순환에 따른 재압축 충격과 뒤의 혼합층에서 생겨난 발열성 에너지가 추력을 제공하는데 중요한 역할을 한다.

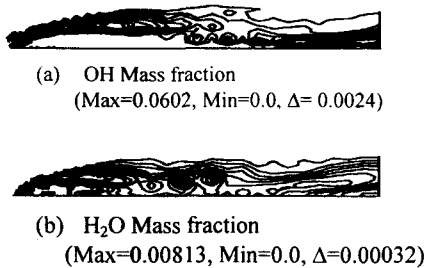


Fig. 7 Mass fraction contours for 9.5% oxygen main Flow, isothermal wall (300K), transverse H₂ fuel injection 18 step model

5. 결론

초음속 연소기에서 공기의 자유 흐름이 마하속도 3.8에서 질소나 공기가 마하속도 1로 분사되는 경우와 공기의 자유 흐름이 마하속도 5에서 수소가 마하속도 1로 분사되는 경우에서의 혼합과 연소의 효과를 분석키 위해 수치해석이 행해졌다. Generalized Taylor Galerkin 유한 요소 법을 사용하여 수치분사와 연관된 복잡한 물리현상을 해석 하였다. 본 연구의 결론은 다음과 같이 요약 할 수 있다.

- 1) 같은 분사 홈 폭에 대해서 압력비가 높을수록 궁형의 충격파, Mach 디스크, 그리고 barrel 충격파가 비례적으로 커진다.
- 2) 계산된 결과는 유동의 복잡한 현상을 잘 나타내었고 실험결과와도 잘 일치 하고 있다. 실험 치와 계산된 결과 사이의 차이는 연료 분사기 앞과 뒤의 근사 영역에서 찾아볼 수 있다. 이것은 난류 모델의 부적절성과 실험 시 3차원의 효과 그리고 인공 점성계수의 효과로 설명될 수 있겠으나 더 고찰 되어져야 할 사항이다.
- 3) 화학반응이 있는 경우, 분사기의 좌우에 존재하는 재 순환 영역이 추력을 제공 하는데 중요한 역할을 한다.

참고 문헌

- (1) Drummon, J. P. and Weidner, E., 1981, "Numerical Study of a Scramjet Engine Flow Field," *AIAA paper*, 81-0186.
- (2) Takahashi, M. and Hayashi, A. K., 1991, "Numerical Study on Mixing and Combustion of Injecting Hydrogen Jet in a Supersonic Air Flow," *AIAA paper*, 91-0574.
- (3) Aso, S., Okuyama, S., Kawai, M., and Ando, Y., 1989, "Experimental Study on Mixing Phenomena in Supersonic Flows with Slot Injection," *AIAA paper* 89-1869.
- (4) Fujimori, T., Kawai, M., Ikeda, H., Ando, Y., Ohmori, Y., Aso, S. and Fukuda, M., 1991, "Numerical Prediction of Two-and Three Dimensional Sonic Gas Transverse Injections into Supersonic Flows," *AIAA paper* 91-0415.
- (5) Moon, S. Y. and Chung, T. J., 1994, "Airbreathing Combustion in Shock Wave Turbulent Boundary Layer Interactions of High Speed Flows," *AIAA paper*, 94-2947.
- (7) Yoon, K. T. and Chung, T. J., 1995, "Unsteady Turbulent Boundary Layer Interactions in High Speed Flows," *AIAA paper* 95-2223.
- (8) 김형문, 이상길, 윤용섭, 1999, "2 차 가스 분사에 의한 원추형 로켓노즐 추력 백테 제어 성능 해석(1)," 한국 추진 공학회지, 제 3 권 제 1 호, pp.1-8.
- (9) 오대환, 손창현, 이충원, 2000, "2 차원 초음속 노즐에서의 2 차 유동 분사에 의한 추력 방향 제어 특성의 수치적 해석," 한국 추진 공학회지 제 4 권 제 1 호, pp. 13-21.
- (10) Sarkar, S., 1991, "Application of Reynolds Stress Turbulence Model to the Compressible Shear Layer," *AIAA paper*, 91-0523.
- (11) Gordon, S. and McBride, B. J., 1971, "Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident and Reflected Shocks and Chapman-Jouguet Detonations," NASA SP-273.
- (12) Bird, R. B., 1960, Transport Phenomena, John Wiley and Sons, New York.
- (13) White, F. M., 1974, Viscous Fluid Flow, McGraw-Hill.
- (14) Strehlow R. A., 1985, "Combustion Fundamentals, McGraw-Hill.
- (15) Wilke, C. R., 1950, "A Viscosity Equation for Gas Mixtures," *J of Chemical Physics*, Vol. 18, No. 4.