

# 원통형 열모세관 액적 내 유동 불안정성과 회전의 영향

이유섭\*, H.C.Kuhlmann\*\*, 전중환\*\*\*

## Hydrodynamic Instabilities in Cylindrical Thermocapillary Liquid Bridges with Rotation

You-Seop Lee, H. C. Kuhlmann and Ch.-H. Chun

Key Words: Thermocapillary flow instability(열모세관 유동 불안정성), Floating zone(부유대), Rotation(회전)

### Abstract

The thermocapillary flow in a differentially heated cylindrical liquid bridge under steady rotation of the hot disk is considered in the limit of zero capillary number. Steady flow states and their three-dimensional stability are calculated numerically. A linear stability analysis reveals that the most dangerous perturbations are oscillatory with azimuthal wavenumber  $m=1$  or  $m=2$  depending on the parameters.

### 1. 서론

고 순도의 단결정을 생산하기 위해서는 결정의 품질에 중요한 역할을 하는 대류 열 물질 전달의 이해가 필요하다. 용융법에 의해 단결정을 성장하는 대표적인 방법에는 부유대 결정성장법(floating zone crystal growth), Czochralski법 등이 있다. 특히, 무중력의 우주 공간에서의 floating-zone 결정성장은 용기로 인한 오염이 없을 뿐만 아니라 자연대류로 인한 유동 불안정성을 줄일 수 있어 지상에서는 불가능한 고 순도의 단결정 성장이 가능한 장점을 가진다. 하지만 무중력 하에서도 표면장력 구배로 인한 유동 불안정성은 그대로 존재하게 되며, 이로 인해 결정 품질이 저하될 수 있다.

본 연구에서는 floating-zone의 단순화한 모델인 half zone에서 발생하는 열 모세관 대류에 대한 뜨거운 원판의 회전의 영향을 무중력 상태 하에서 연구하고자 한다. Half zone은 서로 다른 온도의 두 원판 사이에 액적(liquid bridge)이 형성된 것을 가리키며, 두 원판의 수직 온도 차이에 의해 자유표면에서 표면장력 구배 유동이 존재한다. 표면장력 구배에 의한 유동은 자유표면 상에 온도 혹은 농도 변화가 주어졌을 때, 이에 따른 표면장력 변화로 야기되는 흐름을 말하며, 특히 온도

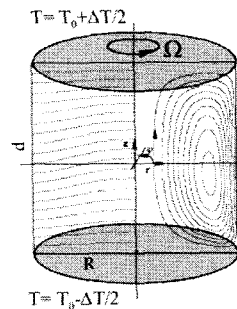


Fig. 1 Thermocapillary flow in a cylindrical liquid bridge:  $Re = 1678$ ,  $\Gamma = 2$ ,  $Pr = 0.02$ ,  $\Omega = 0$ ; left: isotherms, right: streamlines.

변화에 따라 생기는 표면장력 구배에 의한 흐름을 열 모세관 유동 혹은 마랑고니(Marangoni) 유동이라 한다. 이 열 모세관 유동도 어느 임계점을 넘어서면 정상 상태에서 비정상 유동으로 전이하며<sup>(1)</sup>, 이 또한 비정상 자연대류 유동과 마찬가지로 성장된 결정의 결정 결함, 줄무늬 등을 발생시킨다.

실제 floating zone 결정성장에서는 온도와 농도의 분포를 대칭적으로 만들기 위해 용융 존을 회전시킨다. 이 경우, 열 모세관 유동과 회전 유동과의 상호작용을 고려하여야한다. 이러한 상호작용은 여러 회전 모드(iso-rotation, counter-rotation, single rotation)에서 Chun<sup>(1)</sup>에 의해 실험적으로, Kobayashi<sup>(2)</sup>, Kamotani와 Kim<sup>(3)</sup>, 박찬성과 이규정<sup>(4)</sup> 등에 의해 수치적으로 관찰된 바 있다. Chun은

\* 회원, 삼성종합기술원 CSE Center

\*\* ZARM, University of Bremen

\*\*\* 회원, 포항공과대학교 기계공학과

5 cSt 실리콘 오일을 이용한 실험에서 iso-rotation 을 통해 온도의 진동을 크게 억제시킬 수 있음을 확인하였다. Kobayashi는 낮은 프란틀 수 ( $Pr = 0.01, 1$ ) 유체에 대하여 정상 상태의 full zone 모델을 이용하여 축 회전의 영향을 관찰하였다. Kamotani 와 Kim은 높은 Pr 수 유체에 대해( $Pr = 27, 62$ ) 실험 및 수치해석을 통해 액적 내 열모세관 유동에 대한 차가운 벽면의 회전의 영향을 관찰하였다. 그들은 일반적으로 회전이 온도 진동을 억제 시킴을 보고하였고, 온도 진동 주기와 비슷한 회전을 가할 때는 오히려 진동이 증폭된다고 밝혔다. 박찬성과 이규정은 높은  $Pr = 27$ 인 액적 내 유동을 정상상태의 Full zone 및 half zone 모델에서 축회전의 영향을 수치 해석적으로 관찰하였다. Cunff 와 Zebib<sup>(5)</sup>는 무한히 긴 액적 내의 열모세관 유동에 대한 전체 액적의 회전이 미치는 영향을 선형 안정성 해석을 통해, 유한한 길이의 액적 내 유동을 3차원 계산을 통해 관찰하였다. 그들은 무한한 액적의 경우, 회전이 작은 Pr 수에서는 유동을 안정화시키는 반면, 높은 Pr 수에서는 불안정화시키며, 유한한 길이의 액적 내 유동의 선형안정성 해석이 필요하다고 밝혔다.

회전이 없는 경우, 유한한 액적 내의 열 모세관 유동의 불안정성에 대해서는 Wanschura 등<sup>(6)</sup>에 의해 체계적으로 연구되었으나, 회전이 유한한 액적 내의 열 모세관 유동의 불안정성 발생에 미치는 영향은 아직 밝혀지지 않았다. 본 연구에서는 뜨거운 위 판의 회전이 열모세관 유동의 불안정성에 미치는 영향을 선형 안정성 해석을 통해 규명하고자 한다.

## 2. 이론적 배경 및 연구 방법

### 2.1 문제의 정의

반지름이  $R$ 이고 높이가  $d$ 인 실린더 형상의 액적이 두 개의 서로 다른 온도의 원판에 의해 경계 지워져 있을 때, 발생하는 열 모세관 대류 유동의 등온선과 유선을 Fig. 1에 나타내었다. 위 원판의 온도가 아래 원판보다 높기 때문에 발생하는 표면장력의 구배에 의해 자유표면을 따라 하강하고 중심 축을 따라 상승하는 축대칭적인 toroidal vortex가 나타남을 알 수 있다.

무중력 환경에서의 열모세관 유동을 지배하는 기본 방정식들은 아래의 연속방정식, 운동량 보존 방정식, 에너지 보존 방정식들이다.

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (1)$$

$$(\partial t + \mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{U}, \quad (2)$$

$$(\partial t + \mathbf{U} \cdot \nabla) T = -\alpha \Delta T. \quad (3)$$

위의 지배 방정식들을 식을 무차원화하기 위하여  $d, \nu/d, \rho_0 \nu^2/d^2, \Delta T, d^2/\nu$ 을 길이, 속도, 압력, 온도와 시간의 특성 값으로 사용하였다. 무차원화된 운동량 보존 방정식, 연속 방정식, 에너지 보존 방정식은 아래와 같다.

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (4)$$

$$(\partial t + \mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\nabla p + \Delta \mathbf{U}, \quad (5)$$

$$(\partial t + \mathbf{U} \cdot \nabla) \theta = -\frac{1}{Pr} \Delta \theta. \quad (6)$$

여기서 프란틀 수는  $Pr = \nu/\alpha$ , 종횡비는  $\Gamma = d/R$ 로 정의된다. 유동을 지배하는 힘은 수직 방향의 온도차이  $\Delta T$ , 원판의 회전 각속력  $\Omega$ 에 의해 발생한다. 원판 회전에 의해 발생하는 유동을 특징짓는 무차원 수는 회전 레이놀즈 수  $Re_\Omega = \Omega d^2/\nu$ 이다. 유체의 자유표면에 표면장력 구배가 존재할 때는  $\sigma \cdot \mathbf{n} + Re \nabla_{\parallel} T = 0$  조건에 의해 열 모세관 유동이 발생한다. 여기서  $\sigma$ 는 점성 전단응력 텐서,  $Re$ 는  $\gamma \Delta T d / \rho_0 \nu^2$ 로 정의되는 (마랑고니) 레이놀즈 수이다. 여기서  $\gamma, \nu, \alpha, \beta, \rho_0$ 는 표면장력 온도의존 계수, 점성계수, 열확산 계수, 열팽창 계수, 밀도를 각각 나타낸다. 위의 지배 방정식들과 함께 해석하고자 하는 유동의 경계조건이 결정되면, 모든 문제의 정의는 끝나게된다. 유동 불안정성에 대한 Pr 수의 영향을 살펴보기 위해, 낮은 Pr 수를 대표해서  $Pr = 0.02$ 와 높은 Pr 수를 대표해서  $Pr = 4$ 에 대해 해석을 수행하였고, 또한 종횡비의 영향을 관찰하기 위해서  $\Gamma = 1, 2$ 의 두 경우를 해석하였다.

본 연구에서는 Capillary 수가 0이라고, 즉 액적이 수직 원통 형상을 유지한다고 가정하였다. 이러한 액적의 형상 가정은 모세 압력이 원심 압력보다 충분히 클 경우에만, 즉  $\rho \Omega^2 R^2 / 2 \ll \sigma_0 / R$  일 때만 적절하다고 볼 수 있다. 본 연구에서는 모세 압력과 원심 압력의 비가 10 보다 큰 범위에서 계산을 수행하였다.

## 2.2 기본 상태 (basic state)의 계산

본 연구에서는 먼저 기본 상태인 축대칭 정상 상태 유동장 ( $\mathbf{u}_0, p_0, \theta_0$ ) 을 계산한다. 기본 상태의 계산을 위해서 축대칭적인 유동 해석임을 감안, 아래와 같이 정의되는 stream function  $\psi_0$  - vorticity  $\omega$  를 이용하여 유동을 계산하였다.

$$\mathbf{u}_0 = \partial_z \psi_0, \quad (7)$$

$$w_0 = -D\psi_0, \quad \text{where } D = \partial_r + (1/r), \quad (8)$$

$$\omega_0 = \partial_r w_0 + \partial_z u_0. \quad (9)$$

식 (5)에 curl을 취한 뒤, 속도성분을  $\psi_0, \omega$ 로 치환하면, 아래의 방정식들을 얻을 수 있다.

$$(\partial_r D + \partial_z^2)\psi_0 = \omega_0, \quad (10)$$

$$(\partial_r D + \partial_z^2)\omega_0 = \left( \partial_z \psi_0 \partial_r - D\psi_0 \partial_z - \frac{1}{r} \partial_z \psi_0 \right) \omega_0, \\ - \frac{2v}{r} \partial_z v, \quad (11)$$

$$(\partial_r D + \partial_z^2)v_0 = \left( \partial_z \psi_0 \partial_r - D\psi_0 \partial_z + \frac{1}{r} \partial_z \psi_0 \right) v_0, \quad (12)$$

$$(D\partial_r + \partial_z^2)\theta_0 = \text{Pr}(\partial_z \psi_0 \partial_r - D\psi_0 \partial_z)\theta_0. \quad (13)$$

경계조건은 다음과 같다.

$$\psi_0 = \partial_z \psi_0 = v_0 - \text{Re}\omega = \theta_0 - 0.5 = 0 \text{ at } z = \frac{1}{2},$$

$$\psi_0 = \partial_z \psi_0 = \theta_0 + 0.5 = 0 \text{ at } z = -\frac{1}{2},$$

$$\psi_0 = \omega_0 + \text{Re}(\partial_z \theta_0 + 1) = \quad (14)$$

$$\partial_r v_0 - \Gamma v_0 = \partial_r \theta_0 = 0 \text{ at } r = \frac{1}{\Gamma},$$

$$\psi_0 = \omega_0 = v_0 = \partial_r \theta_0 = 0 \text{ at } r = 0.$$

기본 상태를 계산하기 위해 축 방향으로서는 차분법을, 반경 방향으로서는 Chebyshev collocation법을 사용하였다. 자세한 수치기법은 Wanschura 등<sup>(6)</sup>에 의해 기술되어있다.

## 2.3 선형 안정성 해석

기본 상태를 계산한 후, 그것의 안정성을 선형 안정성 해석을 통해 규명하였다.

$$(\mathbf{U}, P, \Theta) = (\mathbf{u}_0, p_0, \theta_0) + (\mathbf{u}_p, p_p, \theta_p), \quad (15)$$

위의 기본 상태(basic state)와 섭동 상태(disturbance flow)의 합을 위의 지배 방정식 (4-6)에 대입한 후, 섭동 항에 대해 선형화를 하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_p = 0, \quad (16)$$

$$\partial_t \mathbf{u}_p + (\mathbf{u}_p \cdot \nabla) \mathbf{u}_0 + (\mathbf{u}_0 \cdot \nabla) \mathbf{u}_p = (17)$$

$$- \nabla p_p + \Delta \mathbf{u}_p,$$

$$\partial_t \theta_p + (\mathbf{u}_p \cdot \nabla) \theta_0 + (\mathbf{u}_0 \cdot \nabla) \theta_p = (18)$$

$$\frac{1}{\text{Pr}} \Delta \theta_p.$$

선형화된 방정식들의 경계조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{u}_p = \theta_p = 0 \text{ on } r = \pm \frac{1}{2}, \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} \partial_r w_p + \text{Re} \partial_z \theta_p &= 0 \\ r \partial_r \left( \frac{v_p}{r} \right) + \frac{\text{Re}}{r} \partial_\varphi \theta_p &= 0 \\ u_p &= 0 \\ \partial_r \theta_p &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ on } r = \frac{1}{\Gamma}. \quad (20)$$

위의 선형 방정식 시스템의 일반적 해는 normal mode들의 중첩에 해당한다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_p \\ p_p \\ \theta_p \end{pmatrix} (r, \phi, z, t) = \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{p} \\ \hat{\theta} \end{pmatrix} (r, z) \times e^{\hat{\alpha} t} e^{im\phi} + c.c. \quad (21)$$

여기서  $m$ 은 정수인 azimuthal wavenumber이고,  $\hat{\alpha} = (\alpha + i\omega)$ 에서  $\alpha$ 는 growth rate를,  $\omega$ 는 진동 주파수를 나타낸다. normal mode 해석을 통해 위의 선형 시스템은 아래와 같은 generalized eigenvalue problem과 같이 된다.

$$A \mathbf{x} = \hat{\alpha} B \mathbf{x}.$$

여기서  $\hat{\alpha}$ 는 eigenvalue이고,  $\mathbf{x}$ 는 유동장의 eigenvector에 해당한다. 위의 선형 방정식의 해는 기본 상태를 풀 때 사용한 수치 기법과 동일한 방법을 이용하여 구하였다. 선형 안정성의 경계는 모든 normal mode들에 대해서, azimuthal wave number  $m = 6$ 까지의 범위에서 growth rate  $\alpha$ 가 0이 될 때를 찾았다.  $\alpha = 0$ 이 되는 점을 찾기 위해서 inverse iteration 법과 Brent 방법을 사용하였다<sup>(6)</sup>.

## 2.4 선형 에너지 해석

위의 선형 안정성 해석을 통해 임계  $\text{Re}$ ,  $\text{Re}_\omega$  을 찾은 다음에, 불안정성 발생의 물리적 원인은 기본 상태와 neutral mode사이의 에너지 전달을 살펴봄으로써 규명할 수 있다. 운동에너지  $E_{kin}$ 의 변화율은 식(17)에  $\mathbf{u}_p$ 를 곱한 뒤, 유체 체적에 대해 적분하면 구할 수 있다.

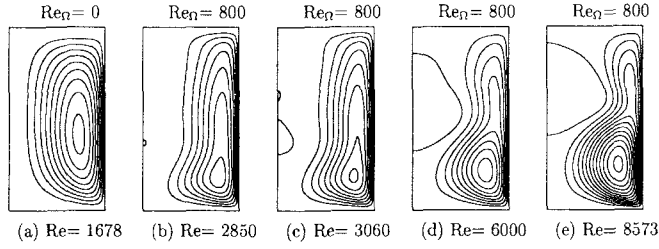


Fig. 2 Meridional flow streamlines showing the appearance of the vortex breakdown with increasing  $Re$  for  $Re_{\Omega} = 800$ ,  $Pr = 0.02$ , and  $\Gamma = 2$ .

$$\begin{aligned} \partial t E_{kin} &= - \int_V D_{kin} dV + \int_V \sum_{i=1}^8 I_v dV \\ &\quad + \int_S M_{\varphi} + M_z dS, \\ D_{kin} &= (\nabla \times \mathbf{u}_p)^2, \\ M_{\varphi} &= v_p \partial r v_p - v_p^2 / r, \\ M_z &= w_p \partial r w_p. \end{aligned} \quad (22)$$

여기서  $D_{kin}$ 는 점성 소산율을,  $M_z$ 와  $M_{\varphi}$ 는 각각 축방향과 원주방향으로 원기둥 표면에 작용하는 마랑고니 힘에 의한 일을 나타낸다.  $I_v$ 는 기본 유동  $\mathbf{u}_0$ 와 섭동 유동  $\mathbf{u}_p$ 의 상호작용에 의해 나타나는 적분 항으로 8개의 독립적인 항으로 구성된다.

$$\begin{aligned} I_v &= \int_V \sum_{i=1}^8 I_v dV \\ &= - \int_V [u_0 v_p^2 / r + u_p^2 \partial r u_0 + u_p w_p \partial z u_0 \\ &\quad + w_p u_p \partial r w_0 + w_p^2 \partial z w_0 + v_p u_p \partial r v_0 \\ &\quad + u_p w_p \partial z v_0 - u_p v_p v_0 / r] dV \end{aligned} \quad (23)$$

각각의 항은 각기 다른 물리적 의미를 가지는데,  $I_{v1} = -w_p u_p \partial_r w_0$ 는 반경방향 섭동 속도 성분  $u_p$ 에 의해 기본 상태의 수직 전단 응력 성분인  $\partial_r w_0$ 의 에너지가 수직 섭동 속도 성분  $w_p$ 에 전달되는 정도를 나타낸다. 마찬가지로 열에너지  $E_t$ 의 보존식은 식 (18)에  $\theta_p$ 를 곱한 뒤 적분하면 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \partial t E_t &= - \int_V D_t dV + \sum_{i=1}^8 \int_{\theta} I_t dV, \\ D_t &= \frac{1}{Pr} (\nabla \theta_p)^2, \\ I_{t1} &= -\theta_p u_p \partial r \theta_0, \\ I_{t2} &= -\theta_p w_p \partial z \theta_0. \end{aligned} \quad (24)$$

여기서  $D_t$ 는 열 확산율을,  $I_t$ 는 섭동 속도  $\mathbf{u}_p$ 에

의한 기본 온도장  $\theta_0$ 의 대류 전달을 나타낸다. 특히,  $I_{t1} = -\theta_p u_p \partial_r \theta_0$ 는 반경방향 섭동 속도 성분  $u_p$ 에 의해 기본 온도장의 반경방향 구배  $\partial_r \theta_0$ 에 의한 열 에너지가 온도 섭동 성분  $\theta_p$ 에 전달되는 정도를 나타낸다. 위의 에너지 보존식들을 적분하기 위해 Simpson's rule을 사용하였다.

### 3. 결과 및 토의

#### 3.1 수치해석 코드의 검증

본 연구에 사용한 수치해석 코드를 검증하기 위하여 Escudier<sup>(7)</sup>의 밀폐된 원통형 용기의 위벽의 회전에 의해 발생하는 와동 박리 (vortex breakdown in confined swirling flow) 현상과 와동 박리의 불안정성을 해석한 Gelfgat 등<sup>(8)</sup>의 결과를 비교하여 좋은 일치율을 확인하였다. 이때 상하 벽 주위에 격자를 조밀하게 할 때 좋은 일치율을 보여, 축방향으로 불균일한 격자를 사용하였다. 격자 변화에 따른 수렴성을 조사한 결과, 반경 방향으로 32개의 collocation 격자 점과 축방향으로 100 개의 차분 격자 점에서 격자 수렴성을 확인하였다.

#### 3.2 낮은 Pr 수의 불안정성 매커니즘 ( $Pr = 0.02$ )

Fig 2는  $\Gamma = 1$ ,  $Pr = 0.02$ 의 경우에  $Re_{\Omega} = 800$ 의 위 원판의 회전을 가했을 때,  $Re$  증가에 따른 유선의 변화를 보여주고 있다. 위 원판에 회전을 가했으므로, 원판 회전에 의한 자오면 유동으로 열 모세관 유동은 더욱 증대된다. 반대로 아래 원판에 회전을 가한다면 열 모세관 유동은 억제될 것이다.

Fig. 2a와 Fig. 2e는 중립적으로 안정한 (neutrally stable), 즉  $\alpha = 0$  인 상태이며, Fig. 2b-d는 선형적으로 안정한 상태이다. 따라서 회전을 가함으로써  $Re_c$ 가 1678에서 8573으로 증가, 즉 회전으로 인해 유동이 안정화됨을 알 수 있다. 또한 confined swirling flow에서의 vortex breakdown현상과 유사하게 중심 축에 박리 버블이 발생함을 알 수 있다. 이 박리 버블은 어떠한 조건에서는 두 개가 존재할 수도 있으며(Fig. 2c), 원판 회전수가 증가하면 결국 사라지게 된다. 이러한 열 모세관 유동에 대한 회전의 영향으로 vortex breakdown 현상의 발생은 아직 실험적으로는 관찰된 바는 없다.

Fig. 3은  $Pr = 0.02$ 의 경우,  $Re_\Omega$ 의 변화에 따른 임계 레이놀즈 수  $Re_c$ 의 변화를 보여준다. 각 곡선은 각기 다른 wavenumber에서 중립적으로 안정적인 상태의 궤적을 나타내며, 곡선들의 가장 아래쪽을 연결하면 불안정성이 발생하는 임계 곡선이 된다. Fig. 3에서 일부 국부영역을 제외하고는 대체로 회전은 유동을 안정화시킴을 알 수 있다. 회전이 없는 경우, 임계 모드는 3차원 정상상태이다( $\omega_c = 0$ )<sup>(6)</sup>. 하지만, 뜨거운 원판이 회전하게 되면 임계 모드는 회전수에 따라 단조 증가하는 주파수를 가지는 3차원 비정상상태로 변화하게 된다.  $Re_\Omega$ 의 증가에 따라 임계 파수가 변화하는 것을 알 수 있는데,  $\Gamma = 1$ 인 경우는 회전이 없을 때는  $m = 2$ 에서,  $Re_\Omega$ 가 증가함에 따라  $m = 1$ 로 변했다가 다시  $m = 2$ 로 변화한다. 이러한 회전의 유동 안정화 작용 메커니즘을 규명하기 위해 선형 에너지 해석을 수행하였다.  $Pr$  수가 아주 작은 경우는 불안정성은 온도장의 변화보다는 유동장에 큰 영향을 받기 때문에<sup>(6)</sup> 운동 에너지의 변화가 중요하다. Fig. 4는  $Re = 2860$ 일 때, 임계  $Re_\Omega$ 는 100인 경우에,  $Re_\Omega$ 의 변화에 따른 운동 에너지의 변화를 보여주고 있다.  $Re_\Omega$ 가 증가함에 따라  $E_{kin}$ 가 0에서 감소하므로 유동이 안정화됨을 알 수 있다. 기본 유동과 섭동 유동의 상호작용 항들 중, 특히  $I_{41}$ 항이 크게 감소된 결과,  $E_{kin}$ 이 감소함을 알 수 있다. 앞에서 밝혔듯이 이 항의 물리적 의미는 기본 유동의 수직전단 응력 성분인  $\partial_r w_0$ 에 있으므로, 위 원판 회전으로 인해 기본 유동의 축방향 속도의 반경방향 구배가 억제됨으로써 유동이 안정화되는 것을 알 수 있다.

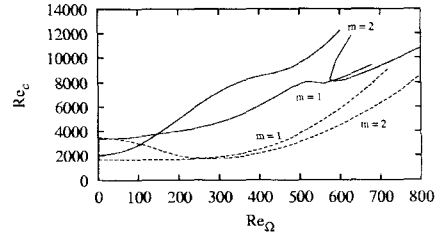


Fig. 3 Dependence of the  $Re_c$  on the  $Re_\Omega$ .  $Pr = 0.02, \Gamma = 1$  (—),  $\Gamma = 2$ (- - -).

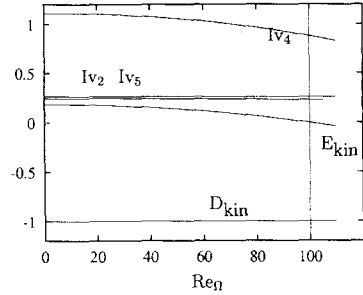


Fig. 4 The rate of change of kinetic energy as a function of  $Re_\Omega$  normalized by  $D_{kin}$ .

### 3.3 높은 $Pr$ 수의 불안정성 메커니즘( $Pr = 4$ )

높은 프란틀 수  $Pr = 4$ 에서는  $Re_\Omega = 0$ 에서 이미 비정상 상태가 되고( $\omega \neq 0$ ), 주파수는  $Re_\Omega$ 가 증가함에 따라 0이 아닌 값에서부터 선형적으로 증가하게 된다. 높은  $Pr$  수 유체의 경우, 회전이 존재하지 않을 경우에도 섭동 유동은 원주방향으로 서로 반대 방향으로 전파되는 두 개의 hydrothermal wave<sup>(6)</sup> 형태로 존재하게 된다. 이러한 두 개의 다른 hydrothermal wave에 일정 방향의 회전을 가하게 되면 서로 다른 특성의 두 개의 중립 곡선(neutral curve)가 존재하게 된다. Fig. 5에서는 wave의 진행 방향과 같은 방향으로 회전을 가했을 때를 P(prograde mode)로 그 반대일 때를 R(retrograde mode)로 표시하였다.  $\Gamma = 1, m = 1$ 의 경우는 prograde mode가 더욱 불안정하였지만, 이를 제외하고는 모두 retrograde mode가 prograde mode보다 더욱 불안정하였다.  $\Gamma = 1$ 에서는  $Re_\Omega$ 가 증가함에 따라 불안정한 모드가  $m = 2$ 에서  $m = 1$ 로 변화하는 반면,  $\Gamma = 2$ 에서는  $m = 1$ 이 가장 불안하였다.  $Re_\Omega$ 가 비교적 작은 경우( $< 100$ ), 회전이 유동을 오히려 불안정하게 만들기도 하나, 전반적으로는 위 원판의 회전은 유동을 안정화시킴을 알 수 있다.

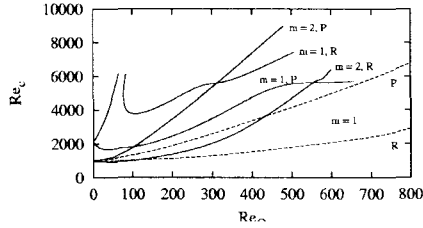


Fig. 5 Dependence of the  $Re_c$  on the  $Re_0$ :  
 $Pr = 4, \Gamma = 1$  (—),  $\Gamma = 2$  (----).

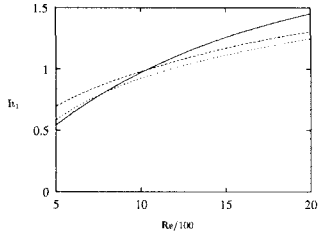


Fig. 6 The change of  $I_1$  as a function of  $Re$ :  
 $Re_0=0$  (—),  $Re_0=50$  (---),  $Re_0=100$  (···).

이러한 높은  $Pr$  수 유체에서 회전의 유동 안정화의 물리적 원인은 열에너지의 변화율을 살펴봄으로써 알 수 있다. 이는  $Pr$  수가 높기 때문에 낮은  $Pr$  수 유체의 경우와는 달리 유동 불안정성은 기본 온도장이 갖고 있는 열에너지의 전달에 크게 의존하기 때문이다. Fig. 6은 서로 다른 세 개의 회전 조건에서  $Re$ 의 변화에 따른  $I_1$ 의 변화를 보여주고 있다.  $Re$ 가 증가함에 따라  $I_1$ 이 증가하는 사실로부터 높은  $Pr$  수의 유동 불안정성 발생이 기본 온도장의 반경 방향 구배에 기인함을 알 수 있고, 비교적 적은  $Re_0 = 50$ 의 경우는 오히려 이 반경 방향 구배를 오히려 증대시켜 유동을 불안정화 시킴을 알 수 있다. 이와 같은 경향은 차가운 밑 원판의 회전의 영향을 관찰한 Kamotani와 Kim<sup>(3)</sup>의 결과와 유사하다.

#### 4. 결론

열모세관 액적과 닿는 뜨거운 위 원판을 회전시킬 때, 와동 박리가 발생함을 수치적으로 관찰하였다. 선형안정성 해석을 통해 가장 위험한 섭동은 원주방향 파수  $m=1$  또는  $m=2$ 를 가지며 진동함을 밝혔다. 낮은  $Pr$  수 유체의 경우, 회전이 가해지

면 섭동이 진동하였다. 높은  $Pr$  수 유체의 경우, 원판의 회전방향과 반대 방향으로 전파되는 (retrograde) 섭동이 같은 방향으로 전파되는 (prograde) 섭동 보다 대체로 더욱 위험하였다. 선형 에너지 해석을 통해 뜨거운 원판의 회전이 낮은  $Pr$  수 유체의 경우에는 축방향 속도 성분의 반경 방향 구배를 감소시키고, 높은  $Pr$  수 유체의 경우는 온도의 반경방향 구배를 감소시킴으로써 유동을 안정화시켰다.

#### 후기

본 연구는 과학재단과 BK 21 프로젝트의 일부 지원으로 이루어졌으며, 이에 감사를 드린다.

#### 참고문헌

- (1) Chun, Ch.-H., 1980, "Marangoni convection in a floating zone under reduced gravity," J. Crystal Growth, vol. 48, pp.600-610.
- (2) Kobayashi, N., 1984, "Computer simulation of the steady flow in a cylindrical floating zone under low gravity," J. Crystal Growth, vol. 66, pp.63-72.
- (3) Kamotani, Y., Kim, J., 1988, "Effect of zone rotation on oscillatory thermocapillary flow in simulated floating zones," J. Crystal Growth, vol. 87, pp.62-68.
- (4) 박찬성, 이규정, 1995, "축회전에 따른 원통형 액적 내의 복합된 열모세관 유동 해석," 대한기계학회 춘계학술대회 논문집, pp. 449-454.
- (5) Cunff, C. L., Zebib, A., 1999, "Thermocapillary - coriolis Instabilities in liquid bridges," Phys. Fluids, vol. 11, pp. 2539-2545.
- (6) Wanschura, M., Shevtsova, V. M., Kuhlmann, H. C., Rath, H. J., 1995, "Convective instability mechanisms in thermocapillary liquid bridges," Phys. Fluids vol. 7, pp.912-925.
- (7) Escudier, M. P., 1984, "Observation of the flow produced in a cylindrical container by a rotating end wall," Exps. Fluids vol. 2, pp. 189-196.
- (8) Gelfgat, A. Y., Bar-Yoseph, P. Z., Solan, A., 1996, "Stability of confined swirling flow with and without vortex breakdown," J. Fluid Mech. vol. 311, pp. 1-36.