

1차원 표면유동에 관한 실험과 수치해석

변민수*·서용권**

An Experiment and Numerical Analysis for One-Dimensional Surface Flow

Min-Soo Byun and Yong-Kweon Suh

Key Words: Surfactant(계면활성제), 흡착(Adsorption), C.M.C(Critical micelle concentration), Navier-Stokes방정식

Abstract

In this study, we analysed free surface flow by using the experimental and numerical method with a different surfactant concentration. We compared numerical solution with experimental results for one-dimensional model. The result shows that in general the free surface velocity can well be reproduced by the one-dimensional model for various surfactant concentration.

1. 서 론

지금까지 많은 연구자들이 자유표면을 동반한 유체유동에 관심을 가지고 활발한 연구를 해왔으나 자유표면 거동에 고려되어야 할 점성, 표면장력, 탄성 등의 요소들을 대부분 개별적으로 다루었다(Bauer & Eidel^[1], Pan 등^[2]). 본 논문에서는 이러한 자유표면의 요소들 중 점성, 표면장력, 탄성 및 계면활성제의 농도에 따른 효과가 고려된 자유표면 유동을 수치 해석하였으며, 실험을 통해 수치 해석에 필요한 여러 가지 정보를 얻고자 하였다.

실험은 직사각형 용기(Fig. 1)내의 자유표면에 이동평판을 얹어 놓고, 이 평판이 자유표면과 평행한 방향으로 미끌어져 나갈 때 유체 표면위의 입자 궤적을 파악하여, 계면활성제 농도의 변화와 더불어 입자 위치를 시간에 따라 검출하는 방

식을 취하였다. 또한, 실험에 대한 결과는 수치 해석된 결과와 상호 비교해가면서, 수치해석에 필요한 정보를 보완하고자 하였다.

본 논문에서는 특히, 계면활성제의 농도와 표면장력의 상호관계를 통하여, 이들이 자유 표면의 거동에 어떠한 영향을 미치는지에 대하여 논의 하고자 한다. 더불어, 유체 표면의 탄성에 관련된 정보 및 실험과 수치해석의 결과로부터 결정된 탄성에 대한 정보를 보이하고자 한다.

2. 이론 및 수치해석

2.1 이론

표면유동 해석에 사용될 지배방정식은 유체유동의 지배방정식인 Navier-Stokes방정식이다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1)$$

유동은 유체의 표면에서 아주 짧은 시간 동안 측정될 것이므로, 압력항 및 비선형항은 무시할 수 있게된다. 따라서, 식(1)은 아래와 같이 된다.

* 동아대학교 기계공학과 대학원

** 회원 동아대학교 기계공학과

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2)$$

자유표면에서 계면활성제의 존재로 인한 접선 방향의 전단응력(Miles^[3])을 고려하면 경계조건은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$-\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} + k \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} \quad (3)$$

k 는 $(k_s + \mu_s)$ 로 유체의 탄성효과를 나타내는 상수이며 실험과 비교하여 결정하였다. σ 는 표면장력, u_s 는 $u(x, 0, t)$ 로서 표면유체 속도를 의미한다. k_s 는 표면확장 점성계수, μ_s 는 표면전단 점성계수이다(Lopez^[4]).

식(3)의 우변 첫째항은 표면장력 효과를 나타낸 것으로서 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = -\alpha \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial x} \quad (4)$$

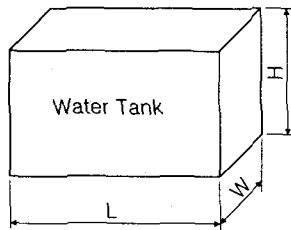
α 는 비례상수이다. γ 는 무차원 표면 흡착을 나타내는 것으로 $\frac{\Gamma}{\Gamma_\infty}$ 를 나타내며, 1보다 작은 값을 가진다. Γ_∞ 는 주어진 계면활성제의 포화 흡착을 의미하고, Γ 는 표면흡착을 의미한다.

또한, γ 는 시간에 대하여 다음과 같은 관계식을 갖는다.

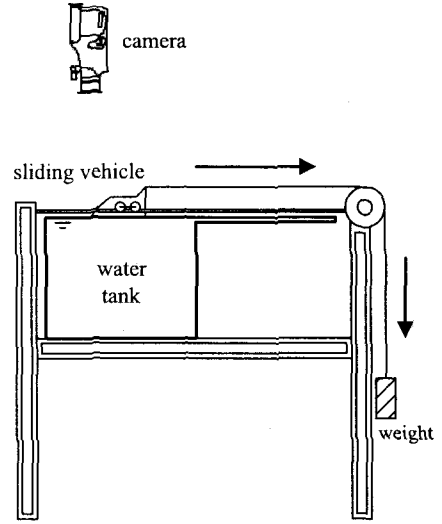
$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_s \gamma) = 0 \quad (5)$$

2.2 실험방법

본 연구에서는 용기상부에 자유표면과 평행한 평판을 설치하고, 이 평판에 추를 달아 추의 자중으로 평판을 이동시켰다. Fig. 1(b)은 실험에 사용된 장비로서, 평판이 이동으로 유체의 자유표면에 띄운 입자(particle)가 상부의 camera로 저장되게 된다. 저장된 정보는 별도의 소프트웨어를



(a) Vessel size



(b) Experimental apparatus

Fig. 1 Vessel and Experimental apparatus

사용하여 초당 30개의 이미지 파일을 생성하게 되고, 생성된 이미지 파일은 이미지 프로세싱(Image processing)을 통해 파일에 나타난 입자의 도심을 검출하게 된다.

2.3 수치해석

수치해석의 경계는 시간에 따라 이동하는 것으로 가정하고, 임의의 시간 t 가 Δt 만큼 경과했을 때 표면유속방향으로 격자를 생성해나가는 방식을 취하도록 하였다(Fig. 2).

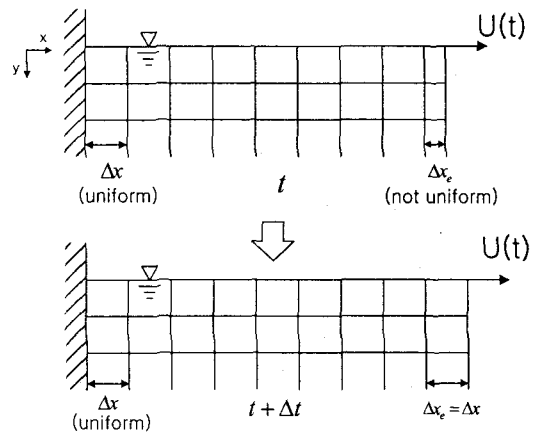


Fig. 2 The mesh system for CFD

경계의 이동속도는 실험시 이동평판의 이동속도와 동일하다. 식(2)와 (3)은 2차정확도를 가진 중심차분법으로 차분화하였고, TDMA를 사용하여 계산하였다. 식(5)는 풍상차분법(Uppwind scheme)으로 차분하였다.

3. 결과 검토

3.1 계면활성제 농도에 따른 표면장력 효과

Fig. 3은 계면활성제의 농도에 따른 변하는 유체의 표면장력을 나타낸 것으로, 계면활성제의 농도가 진할수록 표면장력이 작아지지만, 특정지점에서 표면장력이 더 이상 작아지지 않는 것을 확인할 수 있다. 이 지점의 계면활성제 농도를 임계농도(C.M.C, critical micelle concentration) (Park^[5])라고 한다. Fig. 3에서 계면활성제의 임계농도는 약 0.0002 ~ 0.0003[cc/cm³]사이의 구간에 존재한다. 실험에 사용된 유체는 물이고, 계면활성제는 주방용 세척제를 사용하였다.

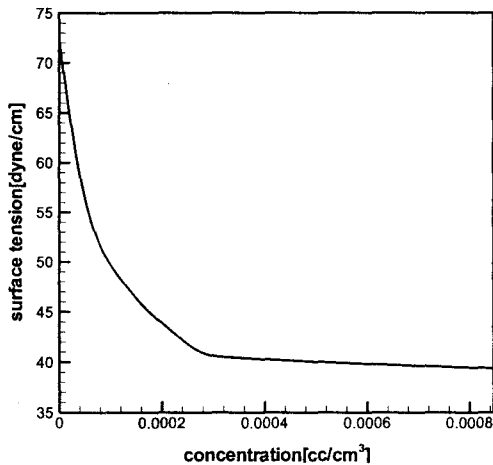


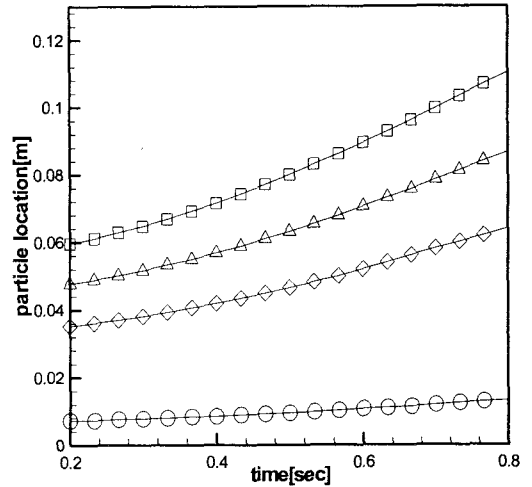
Fig. 3 Surface tension for surfactant concentration

3.2 결과 검토

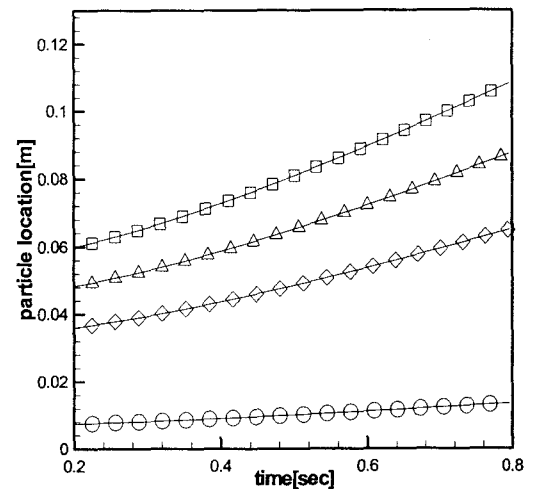
Fig. 4(a)는 계면활성제 농도가 0.0053%일 때, 실험에 의한 표면 유체입자의 시간에 따른 위치를 보여 주는 것이다. 종축이 유체입자의 위치에 해당하는 것으로, 종축 상단으로 갈수록 이동 평판과 가까운 입자이고, 종축 하단으로 갈수록 이동평판에서 멀리 떨어져 있는 입자이다. 그림에서 볼 수 있듯이 이동 평판에 가까이 있는 입자

일수록 더 빨리 이동한다.

Fig. 4(b)는 Fig. 4(a)에 대한 수치해석 결과이다. 각 선도는 Fig. 4(a)와 마찬가지로 종축 상단이 평판에 근접해 있는 입자의 위치를 나타내고, 종축 하단이 평판에서 멀리 떨어져 있는 입자의 위치를 나타낸다. Fig. 4(b)의 각 선도들은 실험에 대한 선도 Fig. 4(a)와 거의 일치하는 경향을 보이고 있다.



(a) Experimental solution

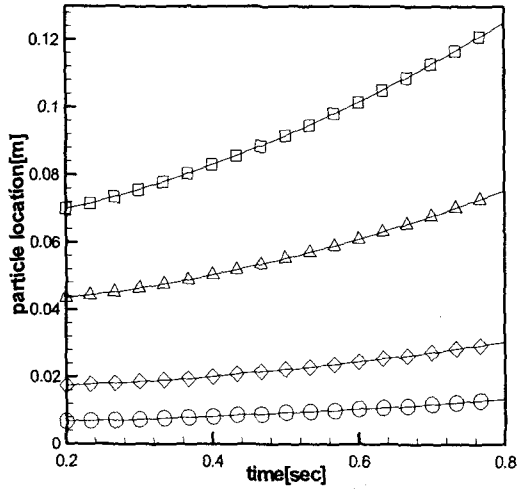


(b) Numerical solution

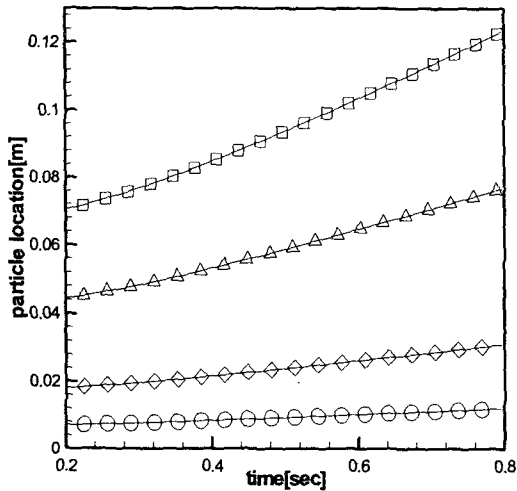
Fig. 4 Particle location for 0.0053% surfactant

Fig. 5(a), (b)는 계면활성제의 농도가 0.0212%

일 때 실험과 수치해석에 대한 결과로, 유체입자의 시간에 따른 위치를 각각 보여 주고있다. Fig. 4와 마찬가지로 이동평판에 가까이 있는 입자일 수록 더 빨리 이동한다. 또한, 실험과 수치해석의 결과가 거의 일치하는 것이 확인된다



(a) Experimental solution



(b) Numerical solution

Fig. 5 Particle location for 0.0212% surfactant

Fig. 4(b)와 Fig. 5(b)에서 탄성효과(k)는 Fig. 4(a) 및 Fig. 5(a)의 결과와 각각 비교하여 정한

값으로서, 계면활성제의 농도에 따라 달라지는 양상을 보였다. Table 1은 각각 Fig. 4와 Fig. 5의 실험과 수치해석을 비교하여 결정된 k 값을 계면활성제의 농도에 따라 표기한 것이다.

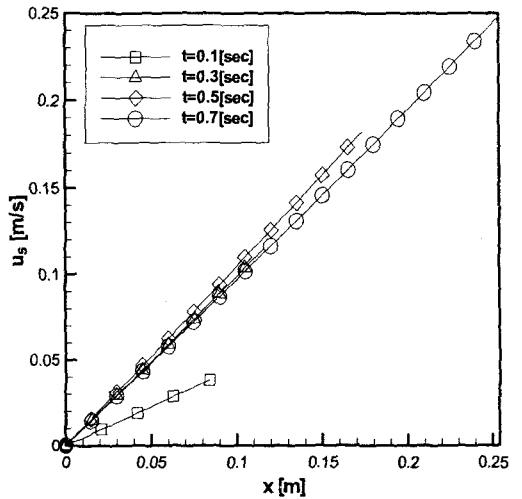
Table 1 k value for surfactant concentration

surfactant (%)	0.0053	0.0212
k	0.075	1.0

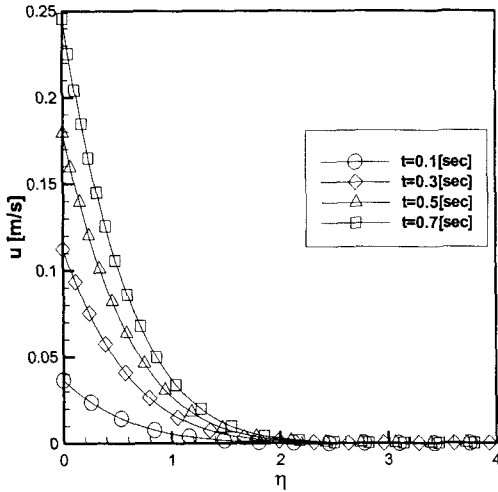
Fig. 6은 계면활성제의 농도가 0.0053%인 경우 유체 표면의 유속과 표면 아래의 유속층을 수치해석적으로 도시한 것이다.

Fig. 6(a)는 이동 평판이 자유표면과 나란한 방향으로 이동할 때, 유체의 표면유속 방향으로 각 지점의 표면 유속을 시간에 따라 도시한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이, 평판이 이동함으로써 유체 표면의 각 지점의 속도가 서서히 증가하는 것을 볼 수 있고, 시간이 경과됨에 따라 각 지점의 유속은 점차 증가한다는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 6(b)는 이동 평판과 가장 가까운 지점의 표면에서, 그 표면 바로 아래의 유속을 표시한 것으로, 아주 얇은 층을 이룸을 볼 수 있다. 이때, η 는 기존의 y 좌표를 신장한 무차원 좌표로 y 는 η 의 $\sqrt{2\nu t}$ 배로 설정하였다.



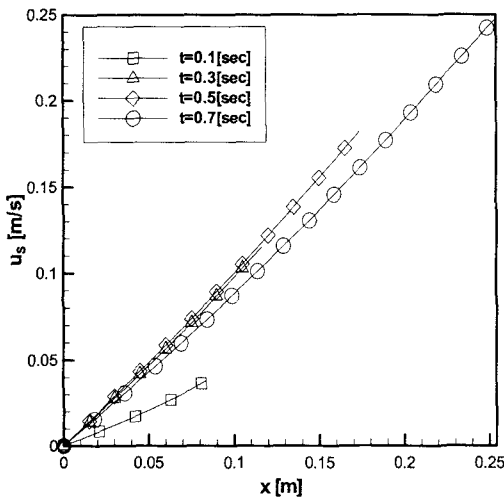
(a) Free-surface velocity



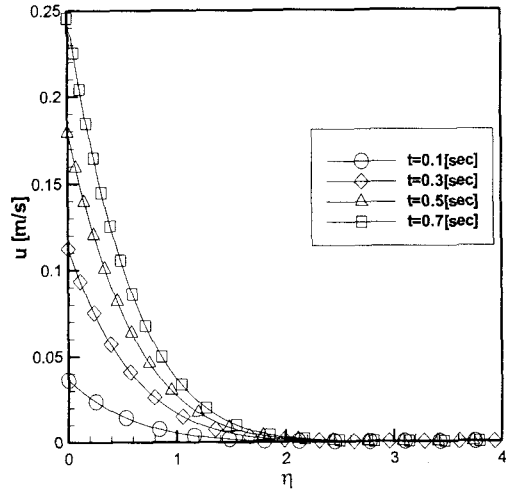
(b) Velocity beyond free-surface

Fig. 6 Free-surface velocity(a),and thin velocity layer beyond free-surface(b) for 0.0053% surfactant

Fig.7 또한 Fig.6과 같이 유체 표면의 각 지점에 관한 유체 유속과 이동 평판에 가장 근접한 지점의 표면 아래 유속을 수치해석 한 것으로서, 계면활성제 농도가 0.0212% 인 경우에 대한 결과이다. Fig.6(a)와 Fig.7(a)를 비교해보면, 동일한 시간 경과에 따라 유체의 표면 유속 경사가 계면활성제의 농도가 더 진한 Fig.7(a)에서 조금 더 급한 것을 볼 수 있다.



(a) Free-surface velocity



(b) Velocity beyond free-surface

Fig. 7 Free-surface velocity(a),and thin velocity layer beyond free-surface(b) for 0.0212% surfactant

4. 결론

계면활성제 농도에 따른 표면 장력에 미치는 영향을 조사한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 계면활성제의 농도가 증가할수록 유체의 표면장력은 감소하고, 자유표면 거동은 빨라진다.
- 2) 계면활성제의 농도가 증가할수록 유체 표면의 탄성효과를 증가시킨다.

참고문헌

- [1] Bauer, H.F. and Eidel, W., 1989, "Small amplitude liquid oscillations in a rectangular container under zero-gravity", *Aeronautical J.*, **93**, pp. 379-386.
- [2] Pan, D., Yang, Y.-S., and Chang, C.-H., 1998, "Computation of internal flow with free surfaces using artificial compressibility", *Numerical Heat Transfer*, part B33, pp. 119-134

- [3] Miles, J.W., 1996, "Surface-wave damping in closed basins", *Proc. Roy. Soc. Lond*, A297, pp.459-475
- [4] Lopez, J.M. and Hirs, A., 1998, "Direct determination of the dependence of the surface shear and dilatational viscosities on the thermodynamic state of the interface: theoretical foundations", *Journal of Colloid and Interface Science*, **206**, pp.231-239
- [5] Park, J.W., Lee, J.G. and Lee, H.S., 1989, "Surface tensiometric studies on the interaction of anionic polyelectrolytes with cationic surfactants", *Bull. Korea Chem. Soc.*, **10**(4), pp. 339-342