

급 출발하는 정방실린더 후류의 비정상 점성유동의 초기거동

진동식*·정재훈*·안철오**·이상환***

The Early Stage Behavior of Unsteady Viscous Flows past an Impulsively Started Square Cylinder

Dongsik Jin, Jaehoon Jung, Cheol-O Ahn and Sanghwan Lee

Key Words: Square Cylinder(정방실린더), Impulsive Start(급 출발), Vortex Particle Method(입자와 법), Unsteady Viscous Flow(비정상 점성유동), Incompressible Flow(비압축성 유동), Particle Strength Exchange(입자강도교환)

Abstract

High-resolution simulations using vortex methods have been performed for simulating unsteady viscous flows around an impulsively started square cylinder. In order to investigate the phenomenon from laminar to transition flow, simulations are performed for Reynolds numbers 25, 50, 150 and 250. At extremely low Reynolds number, flow around a square cylinder is known to separate at the trailing edges rather than the leading edges. With an increase of Reynolds number, the flow separation at the leading edges will be developed. The main flow characteristics of developing recirculation region and separations from leading and trailing edges are studied with the unsteady behavior of the wake after the cylinder starts impulsively. A notable change in the flow evolution is found at $Re=150$, that is, it is shown that the flow separations begin at both leading and trailing edges of the square cylinder. On the other hand, when $Re=250$, the strong secondary vorticity from the rear surfaces of the square cylinder increases the drag coefficient as the primary vortex layer is pushed outwards. The comparisons between results of the present study and experimental data show a good consistency.

1. 서 론

급 출발하는 무딘 물체(Bluff body)에 대한 문제는 비정상 상태의 유동을 해석하는데 시도되는 대표적인 예이다. 무딘 물체의 비정상 상태의 거동은 여러 공학부 분야에서 해석이 요구되어진다. 비행기 날개의 실속(Stall)현상, 고층건물의 설계, 차량 및 교각의 설계, 유체기계 및 열교환기 설계, 핵연료 다발 설계 등에 사용되어진다. 이와

같은 연구는 비정상 유동 해석에 적합한 라그랑지안적(Lagrangian) 방법으로 기술하는 것이 타당하며, 본 연구에서는 비압축성, 비점성 유동을 묘사하는데 여러 가지의 장점을 지닌 입자와법(Vortex particle method)을 사용한다.

와법은 오일러적(Eulerian) 방법과는 달리 격자가 필요하지 않고, 비정상 유동을 나타내는데 효과적이며 계산 요소들이 자동적으로 와도 포함 영역을 분할하도록 하는 이점을 가지고 있다. 아울러 Navier-Stokes 방정식의 대류항과 확산항을 나누어서 계산할 수 있는 수치적장점을 가지고 있다.

급 출발하는 실린더 문제는 Pandt⁽¹⁾에 의해 처음으로 실험적인 연구가 되었고, 이후에 Bouard & Coutanceau⁽²⁾에 의해 가시화를 시도 하

* 한양대학교 대학원

** LG전자 디지털어플라이언스연구소

*** 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : shlee@hanyang.ac.kr

Tel. : (02)2290-0445 Fax : (02)2290-0445

였으나, 시간에 따른 항력계수의 정량적인 접근은 이루지 못하였다.

이론적으로는 경계층방정식의 해를 이용하여 Blasius⁽³⁾가 처음으로 연구를 하였으며, Collins & Dennis⁽⁴⁾, Bar-Lev & Yang⁽⁵⁾ 등에 의해 발전되어왔다.

수치해석적 방법으로서의 접근은 Payne⁽⁶⁾이 낮은 레이놀즈 수(Re=40~100)에 대하여 해석을 하였고, 이후에 Ta Phuoc Loc & Bouard⁽⁷⁾, 그리고 Wang & Dalton⁽⁸⁾은 포아송 방정식과 와도 수송방정식을 이용한 유한차분법으로 해석을 하였으나 그 정확도는 높지 않았다. Koumoutsakos & Leonard⁽⁹⁾는 입자와법을 사용하여 지금까지의 수치해석 중 가장 정확한 해를 얻었다.

급 출발하는 정방실린더의 경우, 위에서 언급한 여러 중요 분야에서 적용되고 있으나, 그에 대한 실험적, 수치적 접근은 그다지 활발히 이루어지지 못하였다. 실험적 연구로는 Finaish⁽¹⁰⁾에 의해 레이놀즈 수 200에 대하여 가시화가 이루어졌다. Lee 등⁽¹¹⁾은 유한차분법을 이용하여 레이놀즈 수 25~1000의 변화에 따라 달라지는 유동양상을 구분하였다.

급 출발하는 문제와는 달리, 정방형 실린더 후류 와류의 주기적 거동에 대한 비정상상태 해석에 관한 연구는 Davis & Moore⁽¹²⁾, Franke 등⁽¹³⁾, Sohankar 등⁽¹⁴⁾에 의해 수치적으로 해석되었고, Okajima⁽¹⁵⁾에 의한 실험 연구가 있었다.

본 연구에서는 Koumoutsakos & Leonard⁽⁹⁾가 이용한 방법을 사용하여 초기 와도생성에 관한 비정상 유동해석을 실험치와 다른 수치해석결과와 비교 분석한다. 또한 일정시간이 경과된 후의 항력계수의 정량적인 값을 정상상태의 해들과의 비교를 통하여 본 연구결과의 타당성을 증명한다. 본 연구의 결과는 날카로운 모서리를 갖는 복잡다양한 다른 형상에 적용을 위한 기초적인 해를 제시할 수 있다.

2. 입자와법

2.1 지배방정식

2차원 비압축성, 비정상 점성유동에 대한 와도 수송방정식과 연속방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \nu \nabla^2 \omega \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

여기서 $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$ 인 와도이고, \mathbf{u} 는 속도벡터이다. ν 는 동점성계수이다.

2.2 알고리즘

와도수송방정식을 풀기 위해서는 시간분리방법(Time splitting scheme)을 사용하여 대류항과 확산항을 분리하여 계산한다⁽¹⁶⁾.

전체적인 연산순서는 다음과 같다.

1. \mathbf{u} 를 Biot-Savart 법칙을 적용하여 $\frac{d\mathbf{x}_p}{dt}$ 을 계산한다.
2. 입자강도 교환방법을 이용하여 $\frac{d\Gamma_p}{dt}$ 을 계산한다.
3. 시간간격 Δt 에 대한 새로운 위치 $\mathbf{x}_p(t)$ 와 순환 $\Gamma_p(t)$ 을 갱신한다.
4. 벽면에서의 미끄럼속도(slip velocity)를 없애기 위해 와관(vortex sheet), $\Delta \gamma$ 을 계산한다.
5. 시간간격 Δt 에서 $\Delta \gamma$ 가 벽면 근방의 입자에 확산된다. 즉, 벽면근방의 입자의 강도를 새롭게 조절하여 점착경계조건을 만족시킨다.
6. 필요하면 와도를 재배치시킨다.

2.3 대류항

포아송 방정식을 풀기 위해 속도장은 와도장을 그린함수(Green's function)정의로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{2\pi} \int K(\mathbf{x}-\mathbf{y}) \times \omega d\mathbf{x} + U_0(\mathbf{x}, t) \quad (3)$$

여기서 $U_0(\mathbf{x}, t)$ 는 속도장의 포아송 방정식의 해이고, $K(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{x}-\mathbf{y})/|\mathbf{x}-\mathbf{y}|^2$ 는 속도 커널이다. 본 연구에서는 Beale & Majda⁽¹⁷⁾가 제안한 2차 커널을 사용하였다.

$$K_\epsilon(\mathbf{z}) = \frac{(-\mathbf{y}, \mathbf{x})}{2\pi r^2} (1 - e^{-\frac{r^2}{\epsilon^2}}) \quad (4)$$

2.4 확산항

Degond & Mas-Galic⁽¹⁸⁾이 처음으로 제안한 이 방법은 라플라스(Laplace) 연산자를 적분연산자로 간략화하여 입자들의 적분을 이산화한다. 결과적으로 다음과 같은 수식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\nu}{\epsilon^2} \int_{R^2} [\omega(y) - \omega(x)] \Phi_\epsilon(x-y) dy \quad (5)$$

이에 대한 2차원 알고리즘은 다음과 같다.

$$\frac{d\Gamma_i}{dt} = \frac{\nu h^2}{\epsilon^2} \sum_{j=1}^N (\Gamma_j^{n-1} \Gamma_i^{n-1}) \Phi_\delta(x-y) \quad (6)$$

2.5 경계조건

고체 벽면이 존재하는 유동에 대하여 점착경계조건을 만족시켜야 한다. 국소속도에 의해 이동되고 입자강도교환에 의해 강도가 갱신된 후에 고체 벽면에서는 미끄럼속도가 나타나게 된다. 이 미끄럼속도를 상쇄하기 위해 와판(vortex sheet)이 필요하게 되며, 경계요소법을 이용하여 계산할 수 있다. 경계조건에 의한 확산과정에서 유동에 방출되는 총유량은 다음과 같다.

$$\nu \frac{\partial \omega}{\partial n} = \frac{\Delta \gamma}{\Delta t} \quad (7)$$

이 유량은 Δt 간격동안 방출되어야만하고, 입자와 가 받는 순환의 양에 관한 식은 다음과 같다

$$\frac{d\Gamma_i}{dt} = \frac{\Delta \gamma}{\Delta t} \left(\left[\operatorname{erfc}(s) \right] \frac{\frac{x_i - h_i/2}{\sqrt{4\nu t}}}{\frac{x_i + h_i/2}{\sqrt{4\nu t}}} \right) \left(\sqrt{4\nu t} \frac{1}{2} \times \left(\left[\operatorname{ierfc}(s) \right] \frac{\frac{y_i - b/2 - h/2}{\sqrt{4\nu t}}}{\frac{y_i - b/2 + h/2}{\sqrt{4\nu t}}} - \left(\left[\operatorname{erfc}(s) \right] \frac{\frac{y_i + b/2 - h/2}{\sqrt{4\nu t}}}{\frac{y_i + b/2 + h/2}{\sqrt{4\nu t}}} \right) \right) \right) \quad (8)$$

여기서 b 는 패널의 크기를 나타내고, $0 \leq x < h$ 이면 $h_i/2 = x_i$ 이고, 그렇지 않은 경우는 $h_i/2 = h/2$ 이다.

2.6 와도 재배치(Redistribution)

입자와법에서 정확도를 향상시키기 위해 일정

시간간격마다 와도재배치를 행해야 한다. Γ_i 의 강도를 갖고 위치 (x_i, y_i) 인 i 번째 예전와가 새로운 격자점 (\bar{x}_i, \bar{y}_i) 에 주는 순환($\Delta \Gamma_{i,i}$)은 다음과 같이 구한다.

$$\Delta \Gamma_{i,i} = \Gamma_i \Lambda \left(\frac{|\bar{x}_i - x_i|}{h} \right) \Lambda \left(\frac{|\bar{y}_i - y_i|}{h} \right) \quad (9)$$

여기서 Λ 는 격자재형성 커널을 의미한다.

3. 결과 및 고찰

3.1 유선, 와도장

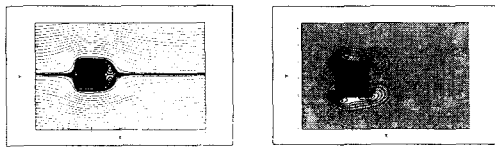
Fig 1~4는 각각 본 연구에서 수행한 레이놀즈 수 25, 50, 150, 250 일 때의 무차원 시간 $T=1, 4, 8$ 에 대한 유선을 나타낸다. 레이놀즈 수가 25~250일 경우, 이미 $T=1$ 일 때 실린더 뒷부분에 와도가 형성된 것을 볼 수 있다. 이와 같은 초기의 와도는 항력계수의 변화에 막대한 영향을 주게 되므로 매우 중요하다. 또한 레이놀즈 수가 150, 250인 경우 짧은 무차원시간에 대해 위, 아래면에 앞쪽 모서리에서 발생한 박리에 의해 재부착 되는 현상이 나타난다.

Fig. 5은 각각 비교적 짧은 시간에 대하여 Re 가 250인 경우에 대하여 Finaish⁽¹⁰⁾의 실험에 의한 가시화 결과와 Lee 등⁽¹¹⁾의 계산 결과와 비교를 하였다. 결과그림에서 볼 수 있듯이 본 연구의 계산결과는 실험결과와 잘 맞는 경향을 보여준다. Lee 등⁽¹¹⁾의 계산결과와 비교하여 보면, 그들이 채용한 유한차분법으로는 초기의 와도 형태를 나타내지 못하는 반면, 본 연구의 입자와법은 시간에 따른 와류의 생성과 성장을 명확히 나타내어준다.

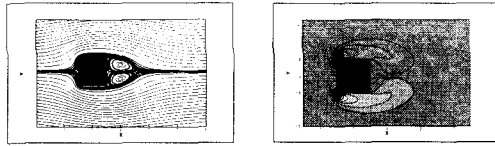
레이놀즈 수가 커짐에 따라 와도장의 분포가 작게 분포되는 것을 알 수 있다. 이는 확산보다는 속도의 영향이 크다는 물리적인 의미와 경계층의 두께가 레이놀즈 수의 증가에 따라 얇아지는 현상도 잘 묘사하고 있다.

3.2 항력계수

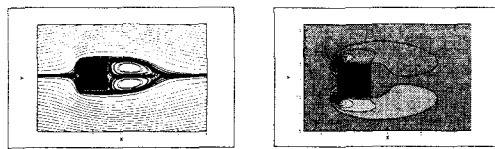
항력계수는 레이놀즈 수가 25, 50, 150에서 $T=0.3 \sim 0.4$ 까지는 급격하게 떨어지다 어느 일정한 값으로 수렴되어 가는 결과를 볼 수 있다. 이



(a)

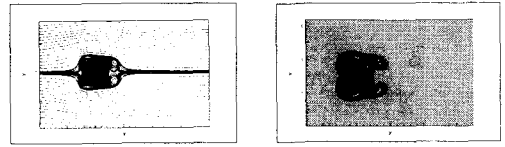


(b)

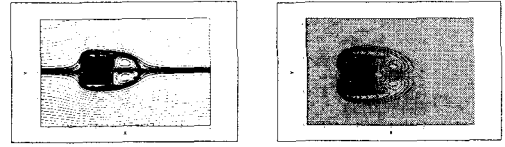


(c)

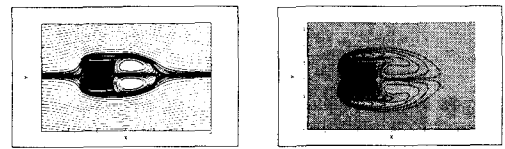
Fig. 1 Stream Line & Vorticity Field($Re=25$);
(a) $T=1$, (b) $T=4$, (c) $T=8$.



(a)

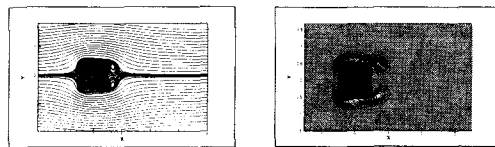


(b)

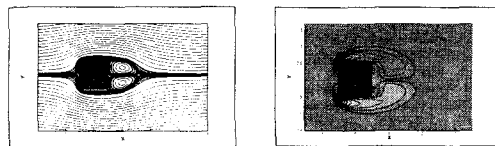


(c)

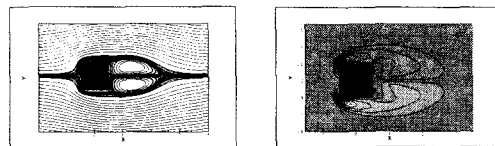
Fig. 3 Stream Line & Vorticity Field($Re=150$);
(a) $T=1$, (b) $T=4$, (c) $T=8$.



(a)

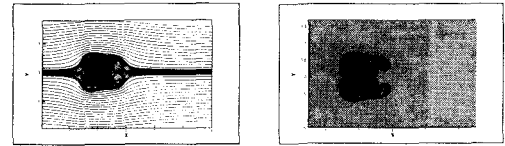


(b)

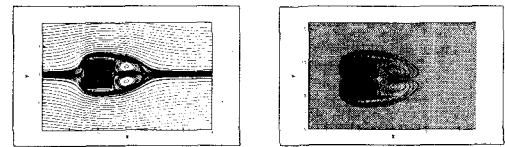


(c)

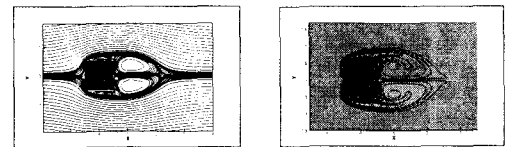
Fig. 2 Stream Line & Vorticity Field($Re=50$);
(a) $T=1$, (b) $T=4$, (c) $T=8$.



(a)

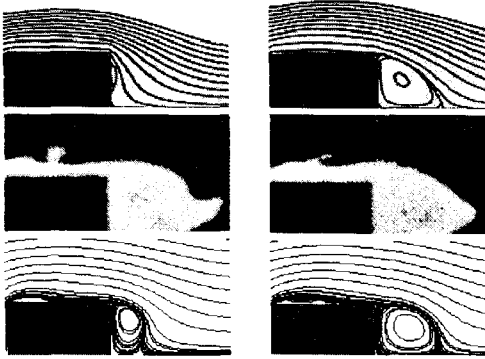


(b)



(c)

Fig. 4 Stream Line & Vorticity Field($Re=250$);
(a) $T=1$, (b) $T=4$, (c) $T=8$.



(a) (b)

Fig. 5 Compared Streamline for Variety Method:

- (a) Top : Lee et al.⁽¹⁴⁾ Re=250, T=1
- Middle : Finaish⁽¹³⁾ Re=200, T=1.34616
- Bottom : Present Re=250, T=1,
- (b) Top : Lee et al.⁽¹⁴⁾ Re=250, T=2
- Middle : Finaish⁽¹³⁾ Re=200, T=2.01924
- Bottom : Present Re=250, T=2.

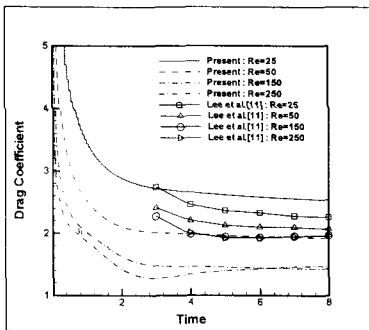


Fig. 6 The comparison of the drag coefficient.

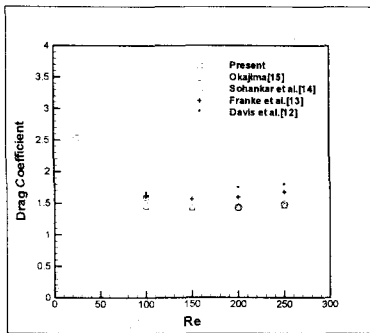


Fig. 7 Comparison with steady state results.

때의 정방실린더 후류의 속도장을 살펴보면, 이미 와도가 생성되는 것을 알 수 있다. 이러한 와도에 의해 항력계수는 더 이상 떨어지지 않고 어떤 일정한 값을 유지하게 된다.

레이놀즈 수 250에 대한 초기의 해는 그보다 낮은 레이놀즈 수에 대한 값과 같은 경향을 가지나 $T \approx 2.5$ 부근에서 항력이 증가하는 것을 볼 수 있다. 이와 같은 결과는 이 레이놀즈 수에서는 실린더 앞쪽에 2차 와류가 발생하게 되고, 이 와류의 성장이 항력에 영향을 미쳐 나타나는 현상이며, Fig. 6에서 Lee 등⁽¹¹⁾의 결과와 정량적인 차이를 보이는 것은 초기의 와도가 얼마나 빨리 생성이 되는가에 관계가 있다. 이에 관한 본 연구결과와 타당성은 여러 문헌에서 찾을 수 있다. 원형실린더^(2,5,7,8,9,10,19)나 유동장에 가로놓인 유한한 평판⁽²⁰⁾에서의 경우와 마찬가지로 정방형실린더에서도 무차원시간이 1이면 이미 와류가 실린더 뒤쪽에 형성된다.

Fig. 7은 정상상태에서의 Okajima⁽¹⁵⁾의 실험결과와 Davis & Moore⁽¹²⁾, Franke 등⁽¹³⁾, Sohankar 등⁽¹⁴⁾의 수치결과를 본 연구에서 수행한 $T=8$ 일 때의 해와 비교 그림이다. $Re=150, 250$ 인 경우 다른 실험적, 수치적 방법과 아주 잘 맞는 것을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 급 출발하는 정방실린더의 비정상 점성 유동에 대하여 입자와법을 이용하여 수치해석하였다. 유선, 와도장, 항력계수의 해석을 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 급 출발하는 물체의 비정상상태의 해석은 라그랑지안방법인 입자와법이 정확한 해를 제시하고 있음을 확인하였고, 일정시간 후의 정상상태의 해는 여러 실험결과와 일관된 결과를 보였다.
- (2) 레이놀즈 수가 150 이상인 유동에서는 실린더 앞쪽모서리에서 박리가 발생하여 윗면과 아랫면에 재부착되어 항력의 변화는 다른 양상을 보였다. 비교적 적은 레이놀즈 수 25, 50에서는 앞쪽모서리에서 박리는 일어나지 않았다.
- (3) 레이놀즈 수가 250에서는 유동양상이 전혀 다른 경향을 보여 항력값이 일정시간이 지나

면서 증가되는 현상을 보였다.

참고문헌

- (1) Prandtl, W., 1925, "The magnus effect and windpowered ships," *Wissenschaften*, Vol. 13, pp. 93~108.
- (2) Bouard, R. and Coutanceau, M., 1980, "The early stage of development of the wake behind an impulsively started cylinder for $40 \leq Re \leq 10^4$," *J. Fluid Mech.*, Vol. 101, pp. 583~607.
- (3) Blasius, H., 1908. "Grenzschichten in flussigkeiten mit kleiner reibung," *Z. angew. Math. Phys.*, Vol. 56, pp. 1.
- (4) Collins, J. P. and Dennis, S. C. R., 1973, "Flow past an impulsively started circular cylinder," *J. Fluid Mech.*, Vol. 60, pp. 105~127.
- (5) Bar-Lev, M. and Yang, H. T., 1975, "Initial flow field over an impulsively started circular cylinder," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 72, pp. 625~647.
- (6) Payne, R. B., 1928, "Die druckverteilung an korpern in ebener potentialstromung," *Physik. Z.*, Vol. 29, pp. 865~869.
- (7) Ta Phuoc Loc and Bouard, R., 1985, "Numerical solution of the early stage of the unsteady viscous flow around a circular cylinder: a comparison with experimental visualization and measurement," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 160, pp. 93~117.
- (8) Wang, X. and Dalton, C., 1991, "Numerical solutions for impulsively started and decelerated viscous flow past a circular cylinder," *Intl J. Numer. Fluids.*, Vol. 12, pp. 383~400.
- (9) Koumoutsakos, P., Leonard, A., 1995, "High-resolution simulations of the flow around an impulsively started cylinder using vortex methods," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 296, pp. 1~38.
- (10) Finaish, F., 1991, "On vortex structures and processes over bluff body in impulsive flow," *Experiments in Fluids*, Vol. 11, pp. 262~267.
- (11) Lee, T. S., Tan, R. S. and Xu, X. P. 1996, "Numerical study of the early stages of impulsively started unsteady laminar flow past a square cylinder," *Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow*, Vol. 6, pp. 53~70.
- (12) Davis, R. W. and Moore, E. F., 1982, "A numerical study of vortex shedding from rectangles," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 116, pp. 475~506.
- (13) Franke, R. and Rodi, W., 1990, "Numerical calculation of laminar vortex shedding flow past cylinders," *J. of Wind Eng. Ind. Aero.*, Vol. 35, pp. 237~257.
- (14) Sohankar, A., Norberg, C. and Davidson, L., 1999, "Simulation of three dimensional flow around a square cylinder at moderate Reynolds numbers," *Physics of Fluids*, Vol. 11, pp. 288~306.
- (15) Okajima, A., 1995, "Numerical analysis of the flow around an oscillating cylinder," in *Proceedings of the 6th International Conference on Flow Induced Vibration*, pp. 1~7.
- (16) Chorin, A. J., 1973, "Numerical study of slightly viscous flow," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 57, pp. 785~796.
- (17) Beale, J. T. and Majda A., 1985, "Higher order accurate vortex methods with explicit velocity kernels," *J. of Comput. Phys.*, Vol. 58, pp. 188~208.
- (18) Degond, P. and Mas-Gallic, S., 1989, "The weighted particle method for convection-diffusion equations. Part 1: The case of an isotropic viscosity," *Maths. of Comput.*, Vol. 53(188), pp. 485~507.
- (19) Koumoutsakos, P., Leonard, A. and Pepin, F., 1994, "Boundary conditions for viscous vortex method," *J. of Comput. Phys.*, Vol. 113, pp. 52~61.
- (20) Dennis, S. C. R., Qiang, W., Coutanceau, M. and Launay, J-L., 1993, "Viscous flow normal to a flat plate at moderate Reynolds numbers," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 248, pp. 605~635.