

주기적 회전을 이용한 원봉 후류의 되먹임 제어

백승진* · 성형진**

Feedback Control of a Circular Cylinder Wake with Rotational Oscillation

Seung-Jin BAEK and Hyung Jin SUNG

Key Words: Feedback Control (되먹임 제어), Cylinder Wake (원봉 후류), Lift Coefficient (양력 계수), Lock-on (동조)

Abstract

This study presents a feedback control methodology for suppression of the vortex shedding from a circular cylinder in a uniform flow. A rotational oscillation is applied as a controlled forcing and the lift coefficient (C_L) is used as a feedback signal. A feedback control concept is made based on the phase relation between the rotation velocity and C_L at 'lock-on'. The phase between the forcing and the vortex formation is changed 180° from the phase of enhancing the lock-on state. This concept is examined by solving the Van del Pol equation. The results are satisfactory.

기호설명

C_L	양력 계수 (lift coefficient)
S_f	가진 주파수 (forcing frequency)
St_0^*	자연 와홀림 주파수
Re	레이놀즈수 ($\rho U_\infty D / \mu$)
α	되먹임 이득 (feedback gain)

1. 서 론

원봉 후류는 와홀림 현상에 의한 자려 진동 (self-sustained oscillation)의 특성을 가지고 있다. 이로 인한 원봉 후류에서 발생하는 유동 유기 진동/소음 및 열/물질 전달 등의 문제 해결을 위해

서 와홀림 구조의 제어에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다^(1,2). 대부분의 이전 연구의 방향은 와홀림 억제에 초점이 맞춰져 왔다. 이를 위해서 기하학적 형상 변경의 수동적 방법 외에도 원봉의 수직 진동, 회전 진동, 표면에서의 흡입/분사, 음향 가진 등의 가진 방법 등이 많이 이용되어 왔다⁽³⁻¹¹⁾. 문헌 조사에 의하면 이러한 연구는 대부분 일정한 주파수와 크기로 가진한 경우(open loop)에 와홀림 구조 변화를 관찰한 것이다. 대표적으로 알려진 결과는 가진 주파수와 와홀림 주파수의 일치인 lock-on 현상이다. 또한 수치적·실험적 가시화에 의해서 자연 와홀림 주파수 부근의 가진 주파수로 가진한 경우에 원봉의 가진 위상에 대한 와홀림 위상이 대략 180° 정도의 급격한 변화를 한다는 사실이 알려져 있다^(4,7).

위와 같은 open loop의 주기적 가진에 관한 많은 연구가 있으나, 상대적으로 되먹임 제어(feedback control)에 관한 연구는 적다⁽¹²⁻¹⁵⁾. 되먹임 제어는 원봉 후류 유동장의 정보를 측정하여 가진 크기를 결정하는 것으로 크게 두가지로 구분

* 한국과학기술원 기계공학과

** 한국과학기술원 기계공학과

한다. 하나는 유동장의 고정된 한 점에 센서를 고정시키고 시간 지연의 크기를 바꾸는 경우와 나머지는 시간 지연을 고정시키고 센서의 위치를 바꾸는 것이다. Roussopoulos (1993)⁽¹²⁾은 되먹임 제어의 풍동 수행을 수행하여 와홀림 시작 레이놀즈수인 48보다 약 20%가 높은 레이놀즈수까지 와홀림을 억제하였다. Park, Ladd & Hendricks (1994)⁽¹³⁾는 원봉 일부 표면에서의 분사, 흡입을 이용하여 레이놀즈수 60에서 와홀림 억제가 가능하나 레이놀즈수 80에서는 불가능한 사실을 보였다. Huang (1996)⁽¹⁴⁾과 Fujisawa, Kawaji & Ikemoto (2001)⁽¹⁵⁾은 센서의 위치를 고정시키고 되먹임 시간 지연양을 조절하여 최적 조건에서 유동장의 섭동량이 감소하고 항력 등이 감소하는 결과를 보였다. 그러나 이러한 되먹임 제어는 몇 가지의 단점을 가지고 있다. 와홀림 억제를 위한 센서의 위치나 시간 지연양의 조건을 찾기 위해 각각에 대한 실험이 행해져야 한다는 것이다. 또한 이러한 와홀림 억제가 가능한 영역이 좁아지고, 원봉 후류의 반응이 센서 위치에 따라서 매우 민감하다는 것이다. 센서의 위치가 바뀌게 되면 와홀림 억제가 가능하지 않고, 반대로 강화될 수도 있다.

본 연구에서는 가진과 와홀림 위상 관계를 이용한 되먹임 제어 방법을 제안한다. 이전 연구에서 유동장의 섭동량을 이용하는 것에 대신하여 원봉의 양력 계수(C_L)를 이용하였다. C_L 의 변화는 와홀림 위상에 직접적으로 연관되어 있다. 자연 와홀림 주파수의 primary lock-on 지역에서 가진 위상에 따른 양력 계수의 위상차는 약 180°의 크기 영역에 분포한다. 일반적으로 lock-on이 발생하는 경우에 C_L 등과 같은 비정상 섭동량은 자연 와홀림 경우와 비교해서 증가된다. 따라서 와홀림이 강화되는 lock-on 주파수 영역의 중심에서의 위상차와 180°가 다른 위상차를 되먹임 제어를 통하여 강제적 부과함으로써 lock-on 상태와 반대되는, 와홀림이 약화되는 상태를 만들 수 있다. 이러한 개념의 타당성은 대표적인 비선형 방정식인 Van der Pol 식에 먼저 적용함으로써 확인하였다. 원봉 후류에 적용된 결과에서도 만족스런 결과를 보였다.

본 연구의 목적은 가진과 와홀림의 위상 관계를 이용한 원봉 후류의 제어이다. 가진 방법으로 원봉의 회전을 가하였고, 이차원의 원봉 후류를

수치모사하였다. 가진 크기가 너무 크게 되는 경우 비효율적이고 자연 와홀림 상태와는 아주 다른 상태로 천이 될 수 있기에 최대 가능 회전 가진 크기는 자유 유동 속도의 30%로 하였다.

2. 수치 방법

2.1 지배방정식

아래와 같은 무차원화된 비정상 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 수치모사하였다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} u_j u_i = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} u_i \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

수치 모사 방법은 일반 좌표계에서의 부분 단계 변환을 이용하였다⁽¹⁶⁾. 자세한 격자수, 경계 조건 등은 이전의 논문에서 참조할 수 있다⁽⁸⁾.

2.2 경계 조건

일정한 주파수와 크기로 가진한 open loop의 경우 원봉의 회전 속도는 아래와 같이 주어진다.

$$\Omega = \Omega_{\max} \sin(2\pi S_f t) \quad (3)$$

여기서 $t = t^0 U_\infty / D$, $S_f = f^0 D / U_\infty$ 로 무차원화되었다. 식(3)에서 원봉은 0T에서 0.5T까지는 반시계방향 회전을, 0.5T부터 T까지는 시계방향 회전을 하게 된다.

3. 제어 방법의 고안

3.1 lock-on 영역에서의 와홀림 위상 변화

자연 와홀림 주파수 부근의 주파수로 가진을 하여 와홀림 주파수와 가진 주파가 일치되는 lock-on 현상이 일어나게 되면 가진 위상과 양력 계수의 위상차가 고정된다(phase-locked). 이러한 위상차는 가진 주파수와 가진 크기에 따라 결정이 되는데, lock-on이 발생하는 주파수 영역에서 위상차의 변화량이 대략 π 크기가 가진다는 것이 잘 알려져 있다. 본 연구에서는 원봉의 회전 가진을 한 경우에 $Re=120$ 에서의 위상 변화를 관찰하였다. $Re=120$ 에서 자연 와홀림 주파수 $S_{f0}^* = 0.173$ 를 얻었다. 이는 Williamson (1989)⁽¹⁷⁾와 Fey, konig & Eckelmann (1996)⁽¹⁸⁾의 실험 결과와

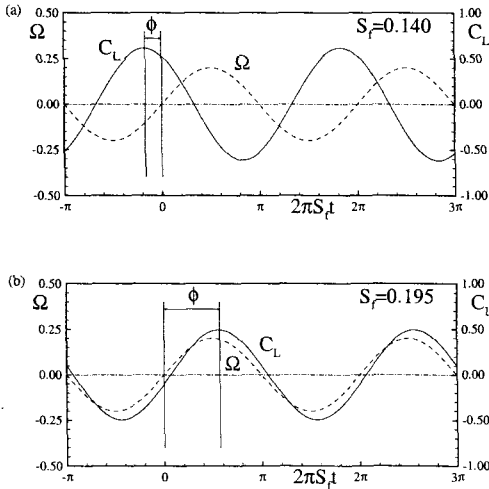


Fig. 1. Temporal evolution of C_L with respect to Ω . (a) $S_f=0.140$, (b) $S_f=0.195$

잘 일치한다. 가진 주파수 간격을 0.005로 하여 최대 회전 속도 $\Omega_{max}=0.20$ 에 대한 lock-on 주파수 영역을 조사하여 가진 주파수 $S_f=0.140$ 에서 $S_f=0.195$ 까지 lock-on이 발생하는 것이 관찰되었다. Fig. 1에서 $S_f=0.140$ 와 $S_f=0.195$ 의 경우에 있어서 가진 속도 Ω 와 양력 계수 C_L 의 시간에 따른 크기 변화를 보이고 양력이 최대가 되는 위상 ϕ 를 표시하였다. 보이는 바와 같이 가진 주파수 ϕ 가 크게 변화하는 것을 볼 수 있다. 즉 $S_f=0.140$ 의 경우에는 Ω 와 C_L 이 거의 반대 위상을 가지고, $S_f=0.195$ 의 경우에는 거의 같은 위상을 가지고 있다. 이러한 위상의 차이는 각 가진 주파수에 따라 와의 생성과 흘림되는 위치가 바뀐다는 것을 의미한다⁽⁶⁾. 각 가진 주파수 S_f 에 따른 ϕ 를 Fig. 2에 보였다. Fig. 2에서 보이는 바와 같이 ϕ 는 대략 -0.2π 와 0.8π 사이에 위치하면서 lock-on 영역에서 대략 π order의 크기 변화를 보이고 있다. Fig. 2에서 보이는 바와 같이 $\phi = \pi$ 의 관계는 미리 결정된 가진 주파수로 가진을 한 경우에 얻을 수 없다는 것을 알 수 있다. 일반적으로 lock-on이 발생하는 경우에 C_L 등과 같은 비정상 섭동량은 가진이 없는 자연 와흘림 경우와 비교해서 증가된다. 따라서 와흘림이 강화되는 lock-on 주파수 영역의 중심에서의 위상차와

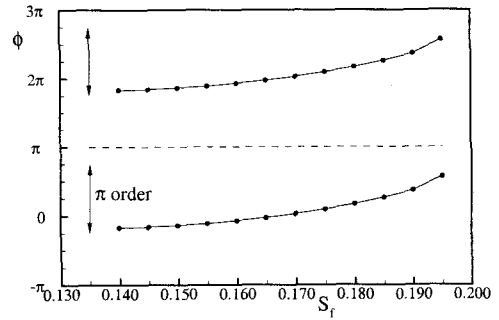


Fig. 2. Distribution of maximum lift phase (ϕ) against S_f

180° 다른 위상차를 되먹임 제어를 통하여 강제적 부과함으로써 lock-on 상태와 반대되는, 와흘림이 약화시키거나 C_L 을 감소시키는 상태를 만들 수 있는 가능성을 추측할 수 있다.

3.2 Van der Pol 식에서의 적용

위에서 얻어진 개념의 타당성을 확인하기 위해 대표적인 비선형 방정식인 Van der Pol식에 적용시켜 보았다. Van der Pol식은 자력 진동의 특성을 가지고 있기 때문에 원봉 후류를 모델링 하는데 많이 이용되는 식으로 아래와 같다.

$$\ddot{u} + \omega_0^2 u = \epsilon(\dot{u} - 1/3 \dot{u}^3) + E(t) \quad (4)$$

주기적인 가진을 한 경우인 $E(t) = \epsilon k \cos \Omega t$ 에 대해서 u 는 근사 방법에 의해서 아래와 같이 구해진다.

$$u = a \cos(\Omega t - \gamma) \quad (5)$$

lock-on이 일어나는 경우에 a, γ 의 값은 아래와 같이 결정된다⁽⁹⁾. 여기서 $\sigma = (\Omega - \omega_0)/\epsilon$ 로 정의된다.

$$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{4} \omega_0^2 a^2\right) a = -\frac{k}{2\omega_0} \sin \gamma \quad (6)$$

$$a\sigma = -\frac{k}{2\omega_0} \cos \gamma \quad (7)$$

Fig. 3은 $\epsilon=0.1$, $\omega_0=1.0$, $k^2=2$ 일 때, σ 에 따른 γ 의 분포를 그린 것이다. 위의 식(6-7)과 Fig. 3에 의해서 $\Omega = \omega_0$ 인 $\sigma=0$ 인 경우 $\gamma = \pi/2$ 를 중심으로 π order 변화를 하는 것을 볼 수 있다. 따라서 $\gamma = 3\pi/2$ 가 되도록 되먹임하면 자력 진동을 감소시킬 수 있다고 예상할 수 있다. lock-on

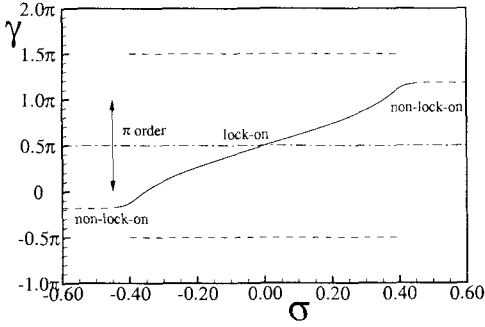


Fig. 3. Distribution of γ on the Van der Pol equation.

이 발생한 경우에 한 주기당 에너지 전달량을 계산해보면 아래와 같다.

$$\int_0^{2\pi/\Omega} E(t) \dot{u} dt = -\epsilon k a \Omega \int_0^{2\pi/\Omega} \cos \Omega t \sin(\Omega t - \gamma) dt = \pi \epsilon k a \sin \gamma \quad (8)$$

위에서 얻어진 식에서 $0 < \gamma < \pi$ 일 때 양의 값을 가지게 된다. 이때 진동기에 에너지가 입력되고 진동 크기가 증가된다. 반대로 $\pi < \gamma < 2\pi$ 일 때 음의 값을 가지게 되어 에너지의 흐름 방향이 반대가 되고 진동 크기가 감소시킬 수 있다. 음의 에너지 흐름이 최대가 되도록 $\gamma = 3\pi/2$ 로 하기 위해서는 $E(t) = -\epsilon a \dot{u}$ 가 되도록 되먹임 하면 된다. 여기서 a 는 되먹임의 이득 (gain)값이다. 이때에 $u = a \cos(\Omega t - 3\pi/2)$ 와 $\dot{u} = -\Omega a \sin(\Omega t - 3\pi/2) = -\Omega a \cos \Omega t$ 가 된다. $\gamma = 3\pi/2$ 이고 $\sigma = 0$ 으로 위의 식에 $k = a\Omega a = a\omega_0 a$ 를 대입하게 되면 a 에 따른 제어 후 정상 상태의 진동 크기 $a = 2\omega_0 \sqrt{1 - \alpha}$ 를 얻게 된다. 그리고 $\alpha > 1$ 인 경우는 $a = 0$ 이 된다. Fig. 4는 α 에 따른 되먹임 제어의 결과를 보인 것이다. α 를 증가시킬수록 a 의 크기를 줄이는 것을 볼 수 있고 $\alpha > 1$ 인 $\alpha = 1.60$ 의 경우에는 $u = \dot{u} = 0$ 인 상태로 수렴시키는 것을 볼 수 있다. 그리고 제어 방법에서 부과했던 $E(t)$ 가 u 보다 $1/2\pi$ 만큼 앞서 오는 것을 확인할 수 있다. 따라서 앞의 식(8)에서 살핀 바와 같이 에너지의 전달 방향을 반대로 해서 진동자의 진동 크기를 줄일 수 있다는 것을 확인하였다.

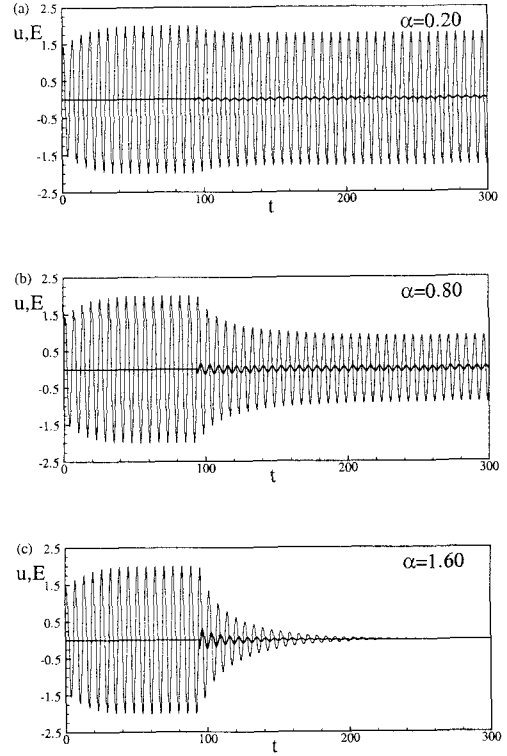


Fig. 4. Control result of the Van der Pol equation.

4. 제어 결과

4.1 제어기의 전달함수

가진을 하게 되면 유동자의 와홀림 주파수 자연와홀림 주파수에서 다른 주파수로 변화하게 된다. 따라서 어느 주파수로 변화하게 될지 미리 예측할 수 없기 때문에 $\phi = \pi$ 의 조건이 만족되면서 되먹임하기 위해서 Ω 와 C_L' 은 같은 위상을 가지도록 해야 한다. 따라서 양력의 값을 한번 미분한 값을 피드백하였다. 한번 미분하더라도 $2\pi S t_0'$ 는 크기는 대략 1정도이므로 값의 크기가 크게 변하지 않는다. 그리고 미분이나 잡음으로 인한 고주파수 성분을 제어하기 위해 로패스 필터를 함께 적용하였다. 따라서 제어기의 전달함수를 쓰면 아래와 같다.

$$\Omega \propto C_L' \quad (9)$$

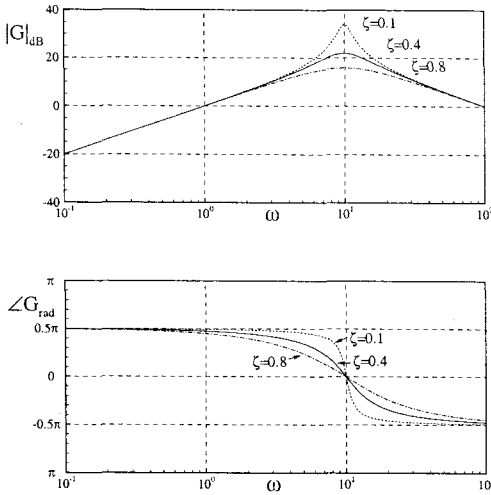


Fig. 5. Bode diagram of transfer function

$$\frac{Q(s)}{C_L(s)} = \frac{\alpha s \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (10)$$

여기서 s 는 미분을 나타내면 α 는 피드백의 gain을 나타낸다. ζ 와 ω_n 는 각각 로패스필터의 감쇠율과 고유주파수이다. Fig. 5는 전달함수의 Bode diagram을 그린 것이다. 로패스필터의 ω_n 은 10으로 하였다. 실제로 $Re=120$ 에서 자연 와홀림 주파수는 $St_0^*=0.173$ 으로 $2\pi St_0^*$ 는 1.087 정도로 로패스필터의 ω_n 의 크기는 이보다 order가 하나가 더 높은 10으로 하였다. ω_n 이 낮아지면 $\omega=1$ 부근에서의 90도 위상 변화율의 오차가 증가하여 제어의 효율이 떨어지고, 너무 높게 되면 피드백 되는 고주파수성분이 너무 커지게 되어 시스템이 불안정해질 수 있다. 따라서 자연 와홀림의 경우보다 order가 하나 정도 높은 10정도가 적당하다고 볼 수 있다. 감쇠율이 커질수록 $\omega=1$ 부근에서의 90° 위상 변화의 오차가 증가하게 된다.

4.2 제어 결과

Fig. 6은 $\zeta=0.4$, $\omega_n=10$ 일 때 gain에 따른 제어 결과를 보인 것이다. 여기서 gain α 는 0.5, 1.5, 2.0, 2.5이다. 양력의 최대값이 0.4정도에서 gain α 을 증가시킬수록 C_L 이 크게 감소한 것을 볼 수 있어 제어가 성공적이라는 것을 알 수 있다. 그리고 피드백 제어기에 설정된 가진 속도와

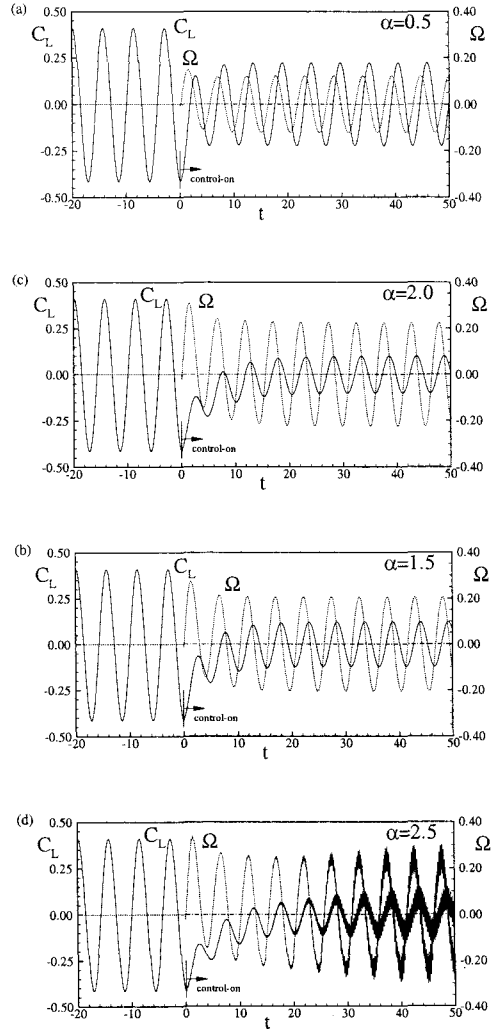


Fig. 6. Control result of a cylinder wake against α

양력 계수의 위상 관계($\phi \cong \pi$)라는 관계를 성립한다는 것을 알 수 있다. 따라서 비교적 간단한 제어를 이용하여 양력계수 크기 변화를 크게 줄일 수 있다는 것을 볼 수 있다. 그러나 gain이 너무 커지게 되면($\alpha=2.5$)가 되면 고주파수성분이 제어를 통과하게 되어 회전 속도나 양력 계수에 고주파수성분이 존재하는 것을 볼 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 이전의 연구에 밝혀진, lock-on

이 발생할 때의 원봉의 와홀림 위상과 가진 위상 사이의 관계를 이용한 제어 방법을 제안하였다. 일반적으로 lock-on이 발생하는 경우에 C_L 등과 같은 비정상 섭동량은 가진이 없는 자연 와홀림 경우와 비교해서 증가된다. 따라서 와홀림이 강화되는 lock-on 주파수 영역의 중심에서의 위상차와 180° 다른 위상차를 되먹임 제어를 통하여 강제적 부과함으로써 lock-on 상태와 반대되는, 와홀림이 약화시키거나 C_L 을 감소시키는 상태를 얻을 수 있었다.

후기

본 연구는 과학기술부 국가지정연구실 사업의 지원을 받아 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Griffin, O. M. & Hall, M. S., 1991, "Review -vortex Shedding lock-on and flow control in bluff body Wakes", Trans. ASME I: J. Fluids Engng, 113, pp. 526.
- (2) Rockwell, D., 1998, "Vortex-body interactions", Ann. Rev. Fluid Mech., 30, pp. 199.
- (3) Kwon, K. & Choi, H., 1996, "Control of laminar vortex shedding behind a circular cylinder using splitter plates", Phys. Fluids, 8, pp. 479.
- (4) Ongoren, O. & Rockwell, D., 1988, "Flow Structure from an oscillating cylinder Part 1. Mechanisms of phase shift and recovery in the near wake", J. Fluid Mech. 191, pp.197.
- (5) Filler, J. R., Marston, P. L. & Mih, W. C., 1991, "Response of the shear layers separating from a circular cylinder to small-amplitude rotational oscillations", J. Fluid Mech. 231, pp.481.
- (6) Baek, S.-J. & Sung, H. J., 1998, "Numerical simulation of the flow behind a rotary oscillating circular cylinder", Phys. Fluids, 10, pp.869.
- (7) Baek, S.-J. & Sung, H. J., 2000, "Quasi-periodicity in the wake of rotationally

- oscillating cylinder", J. Fluid Mech., 408, pp.275.
- (8) Baek, S.-J., Lee, S. B. & Sung, H. J., 2001, "Response of a circular cylinder wake to superharmonic excitation", J. Fluid Mech., in press.
- (9) Williams, D. R., Mansy, H. & Amato, C., 1992 "The response and symmetry properties of a circular cylinder wake subjected to localized surface excitation", J. Fluid Mech. 234, pp. 71.
- (10) Blevins, R. D., 1985, The effect of sound on vortex shedding from cylinders, J. Fluid Mech. 161, pp .217.
- (11) Stansby, P. K., 1976, The locking-on of vortex shedding due to the cross-stream vibration of circular cylinders in uniform and shear flows, J. Fluid Mech., 74, pp. 641.
- (12) Roussopoulos, K., Feedback control of vortex shedding at low Reynolds numbers, J. Fluid Mech. 248 (1993), pp. 267.
- (13) Park, D. S., Ladd, D. M. & Hendricks, E. W., 1994, Feedback control of von Karman vortex shedding behind a circular cylinder at low Reynolds numbers, Phys. Fluids, 6, pp. 2390.
- (14) Huang, X. Y., 1996, feedback control of vortex shedding from a circular cylinder, Exp. Fluids, 20, pp. 218.
- (15) Fujisawa, N., Kawaji, Yl & Ikeomoto, K., 2001, Feedback control of vortex shedding from a circular cylinder by rotational oscillations, J. Fluid Struc., 15, pp. 23.
- (16) Choi, H., Moin, P. & Kim, J., 1993, Direct numerical simulation of turbulent flow over riblets, J. Fluid Mech., 255, pp. 503.
- (17) Williamson, C. H. K., 1989, Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers, J. Fluid Mech., 206, pp. 579.
- (18) Fey, U., Konig, M. & Eckelmann, H., 1998, A new Strouhal-Reynolds-number relationship for the circular cylinder in the range $47 < Re < 2 \times 10^5$, Phys. Fluids, 10, pp. 1547.
- (19) Nayfeh, A. H. & Mook, D. T., 1979, Nonlinear Oscillations, John Wiley & Sons