

# 로켓노즐내부의 공기 열역학적 삭마특성에 관한 연구

서정일\* · 정재현\* · 김영인\* · 김정훈\*\* · 송동주\*\*\* · 배철호\*\*\*

## A Study of Aero-thermodynamic Ablation Characteristics for Rocket Nozzle

J. I. Seo, J. H. Jeong, Y. I. Kim, J. H. Kim, D. J. Song and C. H. Bai

**Key Words :** CSCM Upwind method(CSCM 상류차분법), Material Transport Analysis(물질전달해석), Ablation(삭마), Rocket Nozzle(로켓노즐)

### Abstract

The CSCM Upwind method and Material Transport Analysis (MTA) have been used to predict the thermal response and ablation rate for non-charring material to be used as thermal protection material (TPM) in KSR-III test rocket nozzle. The thermal boundary conditions such as cold wall heat-transfer rate and recovery enthalpy for MTA code are obtained from the upwind Navier-Stokes solution procedure. The heat transfer rate and temperature variations at rocket nozzle wall were studied with shape change of the nozzle surface as time goes by. The surface recession was severely occurred at nozzle throat and this affected nozzle performance such as thrust coefficient substantially.

#### 기호설명

$\xi, \eta$  : general curvilinear coordinates  
 $q$  : conservative variable  
 $\tilde{q}$  : primitive variable  
 $\tilde{\tilde{q}}$  : characteristic variable  
 $M, T$  : transformation matrices  
 $H$  : total enthalpy  
 $T$  : temperature  
 $H_r$  : recovery enthalpy

### 1. 서론

로켓노즐은 고온·고압의 연소가스를 분출하여 추진력을 발생시키는 장치로써 노즐내부의 유동은 고온의 비정상, 압축성, 화학적 반응기체의 유동이다. 로켓 연소시 노즐내부 벽면에서는 유동으로부터 극심한 열전달이 열보호재에 전달되어 유동이 경계면과 물리적 화학적으로 상호작용하여 노즐의 형상이 바뀌는 복잡한 메카니즘을 형성한다.

따라서 경계층 내부의 높은 열전달로부터 노즐을 보호하기 위한 열보호재(Thermal Protection Material) 설계 및 연구는 설계된 노즐형상의 보호와 변형되는 노즐의 성능예측을 위해 매우 중요하다.

열보호재의 형상변화를 해석하기 위해서는 유동장 해석과 열보호재 표면에서의 에너지 및 물질전달 평형방정식을 연계시켜 동시에 해석하여야 한다<sup>(1)</sup>. 그러나 이를 수행하는데에는 유동장해석시 고온효과 등으로 어려우며 열보호재 표면에서의 열·물질전달 방정식과 결합하여 해석하는데에도 열화학적 물성치 부족, 시간 스케일의 차이 등으로 문제가 있다. 따라서 과거 고온 유동에 대한 열보호재의 설계에서는 유동장해석을 단순화된 상관관계식, 근사식 또는 테이블 형태의 자료로서 물질전달 해석에 필요한 공기 열역학적 물성치를 이용하는 방법이 많이 사용되었다<sup>(2)</sup>.

Navier-Stokes 방정식의 대한 비정상유동해석은 반복계산 과정의 생략과 간단한 수식화의 장점이 있으나 Courant-Friedrichs-Lewy(CFL) 조건에 의해 시간간격에 제한을 받는 Runge-Kutta 방법<sup>(3)</sup>과 같은 외재적 시간 진전법과 시간 간격에 대해 제한이 적고 반복적인 계산으로 해의 안정성을 도모할 수

\* 영남대학교 대학원  
 \*\* 한국항공우주연구원  
 \*\*\* 영남대학교 기계공학부

있는 내재적으로 처리하는 방법으로 나눌 수 있다. 특히 내재적 방법에서 가공의 시간을 이용하여 빠른 수렴과 안정적인 해를 얻을 수 있도록 반복계산을 수행하는 국소시간진전법(Local time stepping)<sup>(4)</sup>이 많이 사용되고 있다.

한편, 로켓노즐을 높은 열로부터 보호하기 위해 쓰이는 열보호재의 물질 전달율, 벽면 온도 등의 거동에 대한 연구는 비정상 열전도 방정식을 유한 체적법과 적절한 에너지 평형 경계 조건을 이용하여 해석한 Blackwell<sup>(5)</sup>과 유사 에너지 평형 방정식과 표면용량이 없을때의 냉각벽(cold wall) 열전달 계수를 Blowing 변수등과 상관관계화한 방정식을 사용하여 정상 유동상태에서 실제 Sphere-cone 등의 비행체 벽면에서의 물질 전달율과 벽면 온도를 등을 해석한 Thompson<sup>(6)</sup>등이 있다. 국내에서는 김 등<sup>(7)</sup>이 표면에서의 에너지 평형방정식과 열보호재 내부에서의 열전도 방정식을 유한 차분법을 이용하여 연계시킨 유사 1 차원 열 및 물질전달 해석 (Material Transport Analysis) 방법으로 열보호재의 종류와 열 유입조건에 따른 삭마특성을 연구한 바 있다.

본 연구에서는 Song 등<sup>(8)</sup>에 의해 확장된 CSCM (Conservative Supra Characteristic Method)방법과 국소시간 진전법을 김 등<sup>(7)</sup>의 방법과 시간에 대해 한 시간 단계를 지체시켜 연계함으로써 로켓 노즐의 삭마현상을 연구하였다.

## 2. NUMERICAL METHODS

### 2.1 CSCM Upwind Method

CSCM Upwind 방법에서 비점성 플럭스의 차이는 보존변수와 원시변수 그리고 특성변수간의 상사변환 관계식으로부터 유도된다.

#### 2.1.1 CSCM formulation

2 차원/축대칭 압축성 Navier-Stokes 방정식을 일반 좌표계에서 벡터 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial q}{\partial \tau} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} = \frac{\partial F_v}{\partial \xi} + \frac{\partial G_v}{\partial \eta} \quad (1)$$

여기서  $F$  와  $G$  는 비점성 플럭스,  $F_v$  와  $G_v$  는 점성 플럭스로 밀도와 압력, 속도, 총에너지의 원시변수들의 함수로 나타낼 수 있다.

CSCM Upwind 방법에 있어서 비점성 플럭스는 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \partial_{\xi} F &= \bar{A} \partial_{\xi} q = \overline{MT\Lambda T^{-1} M^{-1}} \partial_{\xi} q \\ &= \overline{MT\Lambda T^{-1}} \partial_{\xi} \tilde{q} = \overline{MA'} \partial_{\xi} \tilde{q} \end{aligned} \quad (2)$$

$$= \overline{MT\Lambda} \partial_{\xi} \tilde{q}$$

여기서,  $q$  는 보존변수,  $\tilde{q}$  는 원시변수,  $\tilde{q}$  는 특성변수를 나타낸다. 행렬  $\bar{M}$  과  $\bar{T}$  는 각각 원시변수를 보존변수로, 특성변수를 원시변수로 변환시켜주는 행렬이며  $\bar{\Lambda}$  행렬은 고유값 대각행렬이다.

식(2)로부터 대각행렬 진리함수  $D^{\pm}$  를 사용하여 플럭스의 차분  $\Delta F^{+}$  와  $\Delta F^{-}$  는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta \hat{F} &= \overline{MTIT^{-1} A'} \Delta \tilde{q} \\ &= \overline{MT} (D^{+} + D^{-}) \bar{T}^{-1} A' \Delta \tilde{q} = \Delta \hat{F}^{+} + \Delta \hat{F}^{-} \end{aligned} \quad (3)$$

$\bar{A}' \Delta \tilde{q} = \tilde{M}^{-1} \Delta q$  의 관계를 이용하여 위의 식은 최종적으로 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\Delta \hat{F}^{\pm} = \overline{MTD^{\pm} T^{-1} M^{-1}} \Delta q = \tilde{A}^{\pm} \Delta q \quad (4)$$

식(4)과 같이 플럭스의 차분을 보존변수  $q$  를 이용하여 표시한다. 위와 같은 변환으로 CSCM 방법을 Roe 의  $U$  특성치를 만족하는 형태로 나타낼 수 있어 충격파의 포착과 경계층내부의 물성치를 Flux Vector Splitting 방법에 비해 정확히 구할 수 있다. 자세한 유도과정은 Lombard 등<sup>(9)</sup>의 논문에서 나와 있다.

### 2.1.2 Time accurate solution

시간에 대해 2 차의 정확도를 가진 이중 시간진전법의 내부 반복과정은 다음과 같이 일반적인  $i, j$  번째 내부 점의 유한 차분 방정식으로 기술하면 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\left[ \begin{aligned} &\left( \frac{1}{J\Delta\tau} + \frac{1+\phi}{J\Delta t} \right) + \tilde{A}^{+} \nabla_{\xi} + \tilde{A}^{-} \Delta_{\xi} \\ &+ \tilde{B}^{+} \nabla_{\eta} + \tilde{B}^{-} \Delta_{\eta} \end{aligned} \right] \delta q^{n+1,k} = R^{n+1,k} \quad (5)$$

여기서  $n+1, n$  은 실제 Time level 을 의미하며,  $k+1, k$  는 가공의 시간 Iteration level 을 나타내고 있으며,  $\Delta$  와  $\nabla$  는 전방 및 후방 공간 차분을 나타내며 잔류항  $R^{n+1,k}$  은 다음과 같다.

$$R^{n+1,k} = \frac{\phi \delta q^{n-1}}{J\Delta t} - \frac{(1+\phi)(q^{n+1,k} - q^n)}{J\Delta t} + RHS(q^{n+1,k}) \quad (6)$$

$\phi$  는 시간에 대해 2 차 정확도를 가지도록 1/2 을 사용하였다.

### 2.1.3 Solution procedure and turbulence model

식(5)는 Diagonal Dominance ADI(DDADI)방법을 사용하여  $\xi$  방향과  $\eta$  방향으로 순차적으로 해를 구할 수 있으며 난류 모델로는 Baldwin-Lomax 대

수모델<sup>(10)</sup>을 사용하였다.

### 2.1.4 Boundary conditions

계산에 적용된 경계조건은 다음과 같다.

- Nozzle 입구(연소실 조건):

정체압 : 13.609(atm)

정체온도 : 3389(K)

- 벽면 : 등온, 접촉조건
- 출구 : 1 차 외압
- 축대칭 경계조건

## 2.2 Material Transport Analysis

### 2.2.1 Governing equations

- Species Conservation equation

화학반응하는 고속의 유동장에서 경계층 방정식은 프란틀수와 루이스수가 1 인 경우 식(7)과 같다.

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial s} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial H}{\partial y} \right) \quad (7)$$

여기서  $H$  는 총엔탈피(total enthalpy)이다<sup>(11)</sup>. 식(7)의 해는 식(8)과 같이 무차원 전달계수를 사용하여 열유속으로 나타낼 수 있다<sup>(12)</sup>.

$$q = \rho_e u_e St_h (H_e - H_w) \quad (8)$$

한편 온도차에 의한 물질전달 효과(soret effect)를 무시하고, 확산계수가 모든 성분의 물질에 대해 균일하다고 가정하면, 층류유동인 경우 경계층에서의 화학성분 보존 방정식은 식(9)과 같다.

$$\rho u \frac{\partial m_{(k)}}{\partial s} + \rho v \frac{\partial m_{(k)}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho D \frac{\partial m_{(k)}}{\partial y} \right) \quad (9)$$

식(8)와 유사하게 물질확산 유속을 나타내면 다음과 같다.

$$j_{k_w} = \rho_e u_e St_m (m_{(k)_w} - m_{(k)_e}) \quad (10)$$

- 표면 에너지 평형 방정식

균일확산계수일 때 삭마가 없는 표면(cold wall)에서의 표면에너지 평형방정식(SEB)은 고속물질전달(high mass transfer)이 일어날 때 분출효과(blowing effect)를 고려하여 식(11)와 같이 나타낼 수 있다<sup>(13)</sup>.

$$\begin{aligned} & \rho_e u_e St_h \left\{ H_r - \sum_i m_{ie} h_i^o - h_{sw} \right. \\ & \left. + \frac{St_m}{St_h} \left( \sum_i (m_{ie} - m_{iw}) h_i^o - B' h_w \right) \right\} + \dot{m}'_c h_c \quad (11) \\ & + \dot{m}'_g h_g + \alpha_w q_r - k_c \frac{\partial T}{\partial y} - \sigma \epsilon T_w^4 = 0 \end{aligned}$$

여기서  $H_r$  은 회복엔탈피(recovery enthalpy)이며,  $B'$  은 분출계수(blowing factor)이다.

- 내부에너지 방정식

열분해되어 재를 남기는 열보호재(charring material)의 내부 각 격자의 밀도계산은 다음의 Arrhenius 식을 사용한다<sup>(14)</sup>.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -B_i \exp \frac{E_i}{RT} \rho_{v_i} \left( \frac{\rho_i - \rho_{c_i}}{\rho_{v_i}} \right)^{\nu_i} \quad (12)$$

각 계수들은 TGA(thermogravity analysis)로부터 얻어진다. 또한 열분해 가스에 대한 질량보존식을 고려하여 표면이 후퇴함에 따라 움직이는 좌표계에 의한 영향을 고려하여 식(13)를 사용한다<sup>(14)</sup>.

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_x &= \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_i + (h_g - \bar{h}) \frac{\partial \rho}{\partial t} \Big|_y \quad (13) \\ &+ \dot{S} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_i + \dot{m}'_g \frac{\partial h_g}{\partial x} \Big|_i \end{aligned}$$

### 2.2.2 Ablation Modeling

본 연구는 열화학 삭마에 초점을 두고, spallation 과 failing 등의 기계적 삭마, coking 과 같은 char 와 gas 의 재반응, char 의 swell 등은 고려하지 않았다. 또한 계산의 편의와 열 및 물질전달의 물리적 모사의 난해함을 피하기 위해 루이스 수를 1 로 하고, 균일 물질확산계수를 사용하였다. 삭마물질들이 떨어져 나가면서 유입되는 에너지를 막는 분출 효과를 계산에 적용하기 위해 열전달 conductance 를 식 (14)와 같이 수정한다<sup>(7)</sup>.

$$g_h = g_{h_0} \phi_{blow} \quad (14)$$

에너지 방정식을 풀기 위해서 유사 정상 상태의 열경계층 해석결과가 필요하며 이를 위해 사용되는 관계식을 정리하면 다음과 같다<sup>(7)</sup>.

$$\rho_e u_e St_h = \frac{h_{coeff}}{C_p} = g_h \quad (17)$$

$$H_r = H_e - (1-r) \frac{u_e^2}{2} \quad (18)$$

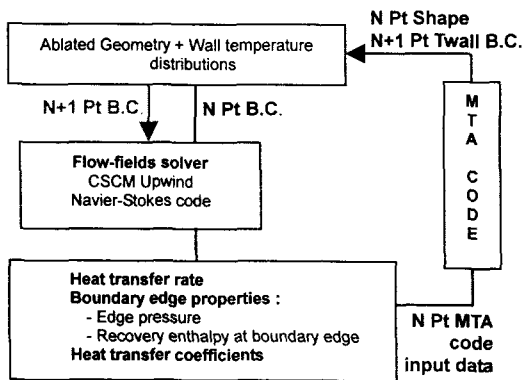
### 2.2.3 Numerical Analysis

1 차원 내부 에너지 방정식의 유한차분식을 구하기 위해서 계산공간을 온도변화, 표면후퇴량에 따라 비균일 격자로 분할하였다. 유한 차분식에서 이동좌표 및 열분해가스에 의한 대류항은 상류차분을, 전도항은 중앙차분을 사용하였다. 이로부터 삼각대각행렬형태의 대수식이 구해지며, 표면에너지 평형식으로부터 구해진 경계조건을 사용하여 TDMA (tri-diagonal matrix algorithm)에 적용하였다. 여기서 내부에너지 방정식의 표면격자에서는, 전도열유속이 표면온도의 함수이므로 표면에너지 평형식(SEB)의 전도항과 결합될 수 있다. SEB 에서

는 미지수인 표면온도의 함수항이 있으므로 비선형방정식이 되어, 방정식을 만족하는 표면온도를 찾을 때까지 Bisection 법으로 반복계산을 한다. 또한 SEB 는 삭마생성물과 온도가 연관된 표면에서의 열탈피, 물질전달 구동력인 농도차 등의 값이 필요하며, 이와 같은 항들은 Aerotherm 사의 화학평형(ACE)<sup>(15)</sup>프로그램을 이용하여 계산한다.

### 2.3 Coupling Procedure

비정상 유동장 해석으로부터 구한 열유입조건은 MTA 입력으로 적용되며 MTA 해석으로부터 구해지는 새로운 벽면온도는 유동장의 벽면조건으로 제공된다. 본 연구에서는 이를 time lagging 방법으로 연계시켰으며 그 절차는 아래의 도식과 같다.



이상의 방법으로 non-charring 계열의 열보호재인 carbon-carbon 을 열보호재로 선택하여 로켓노즐 내부의 삭마 현상을 예측해 보았다.

## 3. RESULTS AND DISCUSSION

축대칭 노즐의 난류유동을 계산하기 위해서 130×80 의 H 형 격자를 연소실과 노즐에 생성하였다. 열전달율의 정확한 예측을 위하여 벽면에서 조절합수를 사용하여 격자를 조밀하게 구성하였으며 벽면에 대해 격자가 수직하도록 하였다 (Fig.1).

Fig.2 는 노즐벽면에서 형상변화가 일어나기 시작한 온도인 0.26 초이후, 1 초에서 5 초까지의 벽면 열전달율을 나타낸 그림이다. 노즐 목(X=45cm)에서 최고의 열전달율을 나타내고 있으며 목 이후 유동의 팽창에 의하여 열전달율이 감소하는 것을 확인할 수 있다. 그러나 2 초 이후 노즐목에서 열전달율의 불연속면이 발견되었으며 이는 1 차원 열 및 물질전달 해석으로부터 나온 벽면온도조건과 수치해석에서 열전달을 예측의 어려움(격자 중

속성)에 따른 것으로 생각된다.

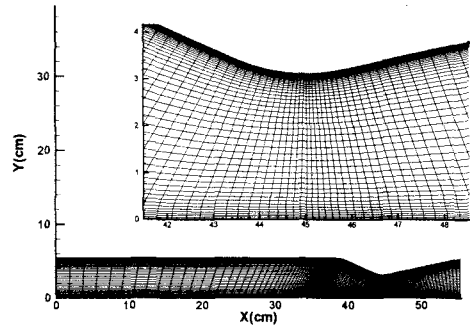


Fig. 1 130 × 80 grid system

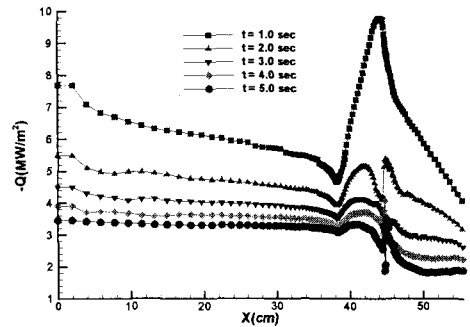


Fig. 2 Heat transfer rate distributions along the nozzle surface from 1.0 sec to 5.0 sec

Fig.3 은 벽면온도의 변화를 시간에 따라 나타낸 그림이다. 5 초에서 노즐목의 경우 약 2500K 까지 온도가 상승하였으며 벽면을 따른 온도 분포는 Fig.2 의 열전달율 분포와 유사함을 알 수 있다.

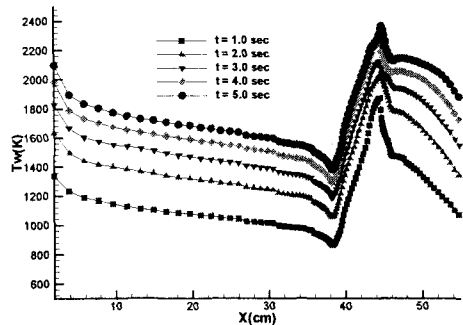


Fig. 3 Wall temperature distributions along the nozzle surface from 1.0 sec to 5.0 sec

Fig.4 는 시간에 따른 노즐 입구(연소실 출구), 노즐 목 및 노즐 출구에서의 형상 변화를 나타낸 그림이다. 5 초 동안의 해석결과를 보면 노즐 목, 출구, 입구순으로 형상 변화가 크게 나타났으며 노즐 목의 경우 약 0.66mm 의 표면후퇴가 예측되었다.

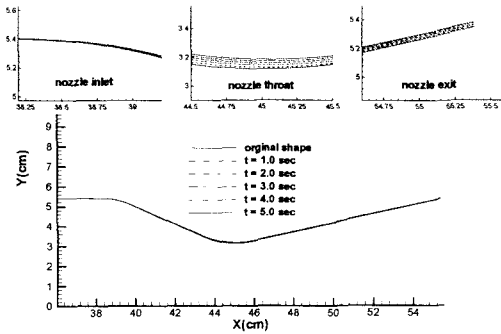


Fig. 4 Surface shape change at each time

Fig.5 의 경우 노즐 입구, 목, 출구의 특정위치에서 시간에 따른 형상변화율을 본 수치해석 결과와 Silica-Phenolic 열보호재에 대해 수행된 실험결과와 비교한 그림이다. 열보호재의 차이에도 불구하고 노즐목에서 예측값은 비교적 유사하였다. 출구부분에서는 실험의 경우 거의 삭마가 발생하지 않았으나 수치해석의 결과는 실험값에 비해 크게 예측하는 경향을 보이는데 이는 유동장 해석에 사용된 비열비와 실제 비열비와의 차이가 가장 큰 영향을 준 것으로 예측된다(Table 1).

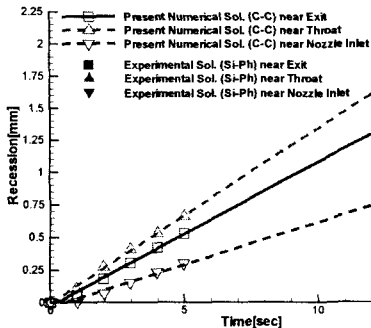


Fig. 5 Surface recession comparison between Numerical Solution(TPM:C-C) and Experimental data(TPM:Si-Ph)

즉, 실제 실험에서는 비열비가 유동의 급격한 팽창에 따라 노즐 출구에서 1.16 에서 1.2 정도로 측정 되었으나 본 연구에서는 1.1352 로 고정하여 사용하였고 그 차이가 노즐 출구에서 가장 크게 작용하기 때문이다. 삭마해석에서 유동장의 비열비가 작은 경우,  $\gamma=1.4$  인 경우와 열전달 계수의 차이에도 불구하고 경계층에서의 회복 엔탈피가 크게 되어 비열비가 큰 경우에 비해 삭마현상을 촉진 시키는 것으로 이전 연구로부터 예측된 바 있다. 따라서 보다 실제와 가까운 해석을 위해서는 반드시 비열비를 고려해야 하며 이는 유동해석을 열적 평형기체로 하여야 함을 의미한다.

Table 1. Specific heat ratio difference between present and experiment

	chamber	Nozzle throat	Nozzle exit
Experiment	1.1352	1.1338	1.1666~1.2158
Present	1.1352	1.1352	1.1352

Fig. 6 은 시간에 따른 열 경계층에서의 회복 엔탈피, 온도 및 경계층의 두께의 변화를 나타낸 그림이다. 경계층에서의 온도는 시간이 지남에 따른(벽면 온도 증가) 영향을 거의 받지 않음을 알 수 있고 경계층의 두께는 작아지고 있다. 반면 회복 엔탈피는 증가되는 경향을 보였다. 결국 벽면 온도가 증가하면 열경계층의 크기가 줄어들고 열전달율은 감소하나 회복 엔탈피는 증가 하게 된다.

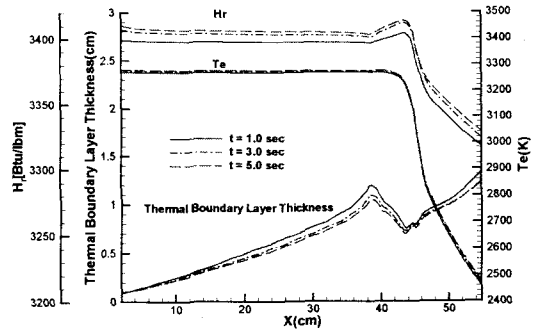


Fig. 6 Thermal boundary layer edge properties comparison at 1, 3 and 5 sec

#### 4. 결론

Upwind Navier-Stokes 방법과 유사 일차원 열 및 물질전달 해석(MTA)방법을 연계하여 로켓 노즐의 시간에 따른 삭마현상을 연구 하였다. 열 보호재로는 carbon-carbon 을 사용하였으며 5 초 동안의 해석결과 노즐목, 출구, 입구 순으로 삭마량이 크게 예측 되었으며 이에 따른 면적 변화율을 살펴 보았다(Table 2). 실험과의 개략적 비교를 통하여 볼 때, 보다 실제적인 예측을 위하여 반드시 비열비의 변화를 고려해야 함을 알 수 있었다. 한편 벽면온도 증가에 따라 열경계층 크기의 감소, 열전달율의 감소, 경계층 edge 에서 회복 엔탈피가 증가됨을 알 수 있었다

**Table 2** Nozzle area increase ratio at each time

	Nozzle area increase ratio to original shape(%)				
	1sec	2sec	3sec	4sec	5sec
exit(5319.7mm <sup>2</sup> )	0.43	1.17	1.86	2.52	3.16
throat(3058.2mm <sup>2</sup> )	0.82	1.87	2.65	3.44	4.40
inlet(7253.3mm <sup>2</sup> )	0.07	0.53	0.96	1.37	1.73

#### 후 기

본 연구는 한국항공우주연구원 KSR-III 로켓사업의 지원으로 수행 되었으며 이에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Paul J. Conti, Robert W. MacCormack, Liam S. Groener, Jack M. Fryer, 1992, "Practical Navier-Stokes Computation of Axisymmetric Reentry Flowfields with Coupled Ablation and Shape Change", AIAA 92-0752
- (2) Hender, D. R., 1970, "A Miniature Version of the JA70 Aerodynamic Heating Computer Program, H800 (MINIVER)," NASA, COSMIC.
- (3) C. E. Philip, Jorgenson and Rodrick V. Chima, June 1989, "Explicit Runge-Kutta Method for Unsteady Rotor/Stator Interaction," J. AIAA, Vol. 27, No. 6.
- (4) L. B. Simpson and D. L. Whitfield, April 1992, "Flux-Difference Split Algorithm for Unsteady Thin-

- Layer Navier-Stokes Solutions," J. AIAA , Vol. 30, No. 4.
- (5) Blackwell, B.F., 1988, "Numerical Prediction of One-Dimensional Ablation Using a Finite Control Volume Procedure with Exponential Differencing," Numerical Heat Transfer, Vol. 14, pp. 17-34.
- (6) Tompson, R.A., 1983, "Viscous Shock-Layer Flow over Multiconic Reentry Vehicles," MS Thesis, Virginia Tech, Va.
- (7) 김정훈, 권창오, 서정일, 배철호, 송동주, 1999, "열보호재료의 열 및 물질전달 현상에 관한 수치해석적 연구," 대한기계학회논문집 B 권, 제 23 권, 제 9 호, pp. 1201 ~ 1212.
- (8) Song, D. J., Kim, S. D., Kwon, C. O., and Seo, J. I., 1998, "A Computational Off-Design Performance Analysis of Centrifugal Compressor Diffusers," CFD Journal, vol.6 no.4, pp.549-560.
- (9) C. K. Lombard, J. Bardina, E. Venkatapathy and J. Olinger, 1983, "Multi-Dimensional Formulation of CSCM -An Upwind Flux Difference Eigenvector Split Method for the Compressible Navier-Stokes Equations," AIAA-83-1859cp.
- (10) B. S. Baldwin and H. Lomax, 1978, "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA Paper No. 78-257.
- (11) Rohsenow, W.M. and Hartnett, J.P. eds, 1973, Handbook of Heat Transfer, McGraw Hill, New York, Section 16, 19.
- (12) Lees, L., 1958, "Convective Heat Transfer with Mass Addition and Chemical Reactions," Third AGARD Combustion and Propulsion Colloquium.
- (13) Kendall, R.M., Rindal, R.A. and Bartlett, E.P., 1965, "Thermochemical Ablation," AIAA Paper 65-642.
- (14) Moyer, C.B. and Rindal, R.A., 1968, "An Analysis of the Coupled Chemically Reacting Boundary Layer and Charring Ablator, Part II," NASA CR-1061.
- (15) Powars, C.A. and Kendall, R.M., 1969, "Aerotherm Chemical Equilibrium (ACE) Computer Program User's Manual," Aerotherm Corp.