

# FW-H 방정식에서 적분표면의 크기가 유동소음 해석결과에 미치는 영향

유승원\* · 이종수\*\* · 민옥기\*\*

## Size Effect of Integral Surface of FW-H Equations on Prediction of Aeroacoustic Noise

Yoo Seungwon, Lee Jongsoo and Min Oakkey

**Key Words :** Aeroacoustics(공력음향학), FW-H equation(FW-H 방정식), Acoustic Analogy(음향상사), Circular Cylinder(원형실린더)

### Abstract

This paper presents the numerical prediction of sound generated by viscous flow past a circular cylinder. The two dimensional flow field is predicted using FEM based Reynolds-averaged Navier-Stokes solver, and the calculated unsteady fluid field values are utilized by an acoustic code that implements Ffowcs Williams-Hawkings(FW-H) equation. The integration surface used in acoustic analysis is extended from the cylinder surface to permeable surfaces. The 2D based CFD calculations overpredict the acoustic amplitude, however, if adequate correlation length is used, the predicted acoustic amplitude agrees well with experiment. The predictions using extended integral surface in FW-H equation show results that contain the characteristics of quadrupole - volume integration - noise term, and do not vary seriously with the integral surface location.

### 1. 서론

점성유동이 원형실린더 주위를 흘러가면서 발생하는 소음은 여러 가지 공학적 문제(자동차 안테나 소음, 항공기 착륙 기어 소음 등)의 대표적인 경우라고 하겠다. 비록 원형실린더 주변 유동 및 소음에 관해 실험적/수치적으로 많은 실험<sup>(1-3)</sup>이 이루어졌지만 여전히 많은 문제점이 남아 있다.

난류현상은 유체의 유동에서 가장 흔히 볼 수 있는 물리적인 상태이다. 난류는 유체의 일부분에서 발생하는 복잡한 현상이며 유체가 흘러가면서 비정상적인 속도 분포를 만들고, 다른 부분의 유체와 상호영향을 주게 된다. 주변에 고정 경계면이 없는 상태에서도 유체가 흐를 때 소리가 발생

되는 현상은 1952년 Lighthill에 의하여 설명된 바 있다.<sup>(4)</sup> Lighthill에 의하면 공력학적 소음(aeroacoustic noise)은 비정상 유체가 운동할 때 나타나는 변형(stress)에 기인한다고 한다. Curle은 Lighthill의 이론을 확장하여 고체면(solid surface)이 공력소음에 미치는 영향을 고려하였고<sup>(5)</sup>, Ffowcs Williams와 Hawkings는 임의로 움직이는 물체에 의한 소리의 발생원리를 표현하는 Ffowcs Williams-Hawkings 방정식(FW-H equation)을 유도하였다.<sup>(6)</sup> FW-H 방정식은 유체의 연속방정식(continuity equation)과 운동량방정식(Navier-Stokes equation)을 파동 방정식의 형태로 발전시킨 것으로, 각각의 소음항은 소음의 발생 원인별로 독립적으로 표현되기 때문에 유체의 유동으로 인해 발생하는 소음 문제에 있어서는 더욱 유용하다고 할 수 있다. FW-H 방정식을 이용하여 소음예측을 수행할 경우 우선 소음원 주변의 유동장에 대한 전산유체역학적 해석을 수행하고, 그 결과를 이용하여 소음원으로 멀리 떨어진 지점에서의 소음 예측

\* 연세대학교 대학원 기계공학과

\*\* 연세대학교 기계전자 공학부

을 수행하게 되는데, 소음원중 유동장에 대한 체적적분을 필요로 하는 소음향의 경우 적용에 어려움이 따른다. 최근 Francescantonio<sup>(7)</sup>는 FW-H 방정식을 적용함에 있어 고체표면이 아닌 유체영역에 적분면을 잡고 표면적분을 수행하는 것으로 체적적분을 수행하여 얻게 되는 유동의 비선형적 특징을 잘 묘사하는 것을 보인바 있다. 본 연구에서는 원형실린더 주위의 유동해석을 수행하고, 이 해석결과를 이용하여 적분표면을 변화시키면서 소음예측을 수행하여 적분표면의 선정이 소음예측에 어떤 영향을 미치는지 확인하고자 한다.

## 2. 모델 선정 및 유동장 해석

### 2.1 해석모델

유동해석모델은 그림 1에서 나타내었다. 선정된 원형실린더의 직경은 19mm 이고, 해석영역은 실린더의 중심을 원점으로 하였을 때, X 방향으로 -400mm ~ +1000mm, Y 방향으로 -400mm ~ +400mm 구간을 선정하였다. 격자구성에 사용된 총 노드수는 15980 개이고 요소의 수는 7800 개이다.

### 2.2 유동해석조건

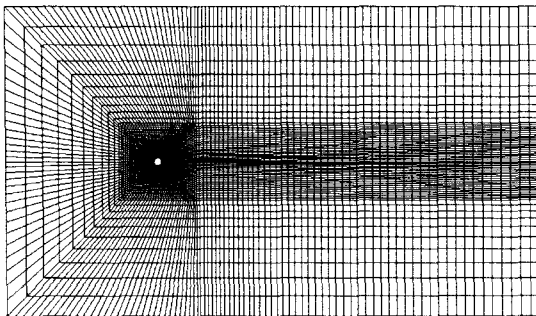


Fig. 1 Computational grid



Fig. 2 Vorticity magnitude contours: CFD result (Re=90,000)

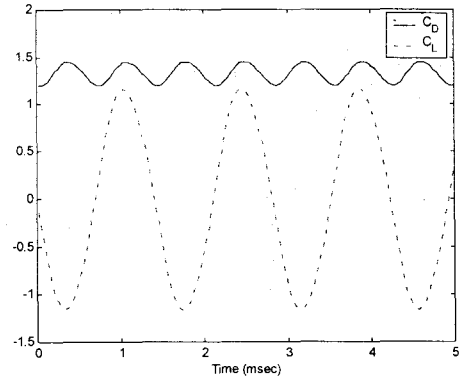


Fig. 3 Predicted  $C_D$  and  $C_L$  time histories for  $M=0.2$  flow past a 2D circular cylinder ( $Re=90,000$ )

유동해석은 유한요소법(FEM)을 적용한 상용소프트웨어인 Spectrum Solver<sup>(8)</sup>를 사용하여 시간평균된 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 도입하였고, 난류모델로는 One equation 모델인 Spalart-Allmaras 모델을 선정하여 해석을 수행했다.

유동의 유입속도는  $M=0.2$  이고 유입속도와 실린더의 직경으로 계산한  $Re$  수는 90,000 이다. 유입부 및 상하의 경계에는 유입속도에 해당하는 속도 경계조건을 부여하였고, 실린더표면에는 no slip 조건에 해당하는 속도 경계조건을 부여하였으며, 출구에는 대기압경계조건을 부여하였다. 시간간격은 나중에 수행할 소음예측시 인간의 최대 가청주파수인 20KHz 까지 분석 가능하도록 0.025msec 로 하여 해석을 수행했다.

### 2.3 유동해석 결과

유동해석 결과 나타난 주기적 vortex shedding의 모습과 실린더에 걸리는 양력 및 항력계수를 Fig. 2와 Fig. 3에 각각 나타내었다. 수치해석을 통해 예측한 평균 항력계수는 1.327 이었고, 이는 Revell<sup>(1)</sup>등이 같은 조건의 실험에서 얻은 평균 항력계수 1.312와 유사한 결과를 나타낸다.

## 3. 소음해석 기법

공력소음예측을 위한 방법으로 전산유체역학을 이용해서 전체유동장을 계산하여 소음예측을 하는 방법과 소음원 근방의 유동해석 결과를 적분기법을 이용하여 원거리에서의 소음예측을 수행하는 방법으로 Kirchhoff 방법과 음향상사(Acoustic Analogy)방법등이 있다.<sup>(9, 10)</sup> 이 중 음향상사 방법은 유체의 연속방정식과 운동량방정식을 이용하여

식을 유도한 것으로 소음의 발생원인 별로 그 특성을 분리할 수 있는 장점이 있다. 본 연구에선 음향상사방법에 기초한 FW-H 방정식을 이용하여 소음예측을 수행하고자 한다.

### 3.1 FW-H 방정식

일반화된 함수(Generalized function)를 이용하고 연속방정식과 운동량방정식을 수정하여, Lighthill 이 음향근사식을 구성한 과정을 따라 식을 재 정리하면 다음과 같이 표현되는 FW-H 방정식을 얻을 수 있다.<sup>(9)</sup>

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) p'(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \{ T_{ij} H(f) \} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \{ \rho u_i (u_j - v_j) + P_{ij} \} \frac{\partial f}{\partial x_j} \delta(f) \right] + \frac{\partial}{\partial t} \left[ \{ \rho (u_i - v_i) + \rho_0 v_i \} \frac{\partial f}{\partial x_i} \delta(f) \right] \quad (1)$$

여기서  $\delta(f)$ 는 Dirac delta 함수 이고,  $\rho_0$ 는 초기 밀도를 나타내며,  $c$ 는 음속을 나타낸다.  $p'$ 은 음압을 나타내고,  $u_i$ 는 유체의 속도 성분,  $v_i$ 는 적분표면의 속도성분이며,  $n_i$ 는 표면에 수직인 단위 법선벡터의 성분이다.  $P_{ij}$ 는 상수값  $p_0 \delta_{ij}$ 를 뺀 압축응력텐서(compressive stress tensor)이고,  $T_{ij}$ 는 Lighthill의 응력텐서(stress tensor)로 다음과 같이 표현된다.

$$T_{ij} = \rho u_i u_j - \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + (p - p_0) \delta_{ij} \quad (2)$$

FW-H 방정식의 일반해는 두 개의 표면소음항과 하나의 체적소음항을 포함하여, 다음과 같이 세 개의 항으로 이루어져 있다.

$$p'(x, t) = p'_T(x, t) + p'_L(x, t) + p'_Q(x, t) \quad (3)$$

각각의 항은 물체의 모양과 운동학적 조건에 의존하는 두께소음(thickness noise, monopole:  $p'_T$ )와 물체와 유체의 마찰로 인해 발생하는 하중소음(loading noise, dipole:  $p'_L$ ) 및 유동장에서 나타나는 비선형 파동의 전파, 충격파, 난류동의 현상으로 발생하는 사극자소음(quadrupole noise:  $p'_Q$ )으로 구성된다. 이렇게 각각의 발생 원인별로 독립적으로 표현되기 때문에 소음의 원인을 쉽게 판단할 수

있다. 이 중에서 두께소음과 하중소음은 면적분(surface integration)을 통해 구할 수 있으며, 사극자소음의 경우 체적적분(volume integration)을 필요로 한다. 체적적분은 면적분과 비교해 적용 및 계산 시간의 측면에서 어려움을 가지기 때문에 유동의 비선형성이 큰 비중을 차지하지 않는 문제에 있어서는 종종 비선형적 특성을 나타내는 체적적분항을 고려하지 않은 채 FW-H 방정식을 이용하기도 한다. Francescantonio<sup>(7)</sup>는 FW-H 방정식의 적분표면을 유동장 영역에 위치시킴으로써 표면적분만으로도 유동의 비선형성을 잘 묘사할 수 있음을 보인 바 있다. 하지만 그 표면의 선정에 대해서는 '소음원으로부터 충분히 떨어지게 선정하였다'라고만 언급하였다. 본 연구에서는 적분면의 변화가 소음예측에 어떠한 영향을 주는지 살펴보기로 한다.

### 3.2 FW-H 방정식의 일반해

FW-H 방정식의 일반해를 각 소음항 별로 나누어 나타내면 다음과 같이 표현된다.<sup>(9)</sup>

$$4\pi p'_T(x, t) = \int_{f=0} \left[ \frac{\rho_0 (\dot{U}_n + U_n)}{r(1-M_r)^2} \right]_{ret} dS + \int_{f=0} \left[ \frac{\rho_0 U_n (r\dot{M}_r + c(M_r - M^2))}{r^2(1-M_r)^3} \right]_{ret} dS \quad (4)$$

$$4\pi p'_L(x, t) = \frac{1}{c} \int_{f=0} \left[ \frac{\dot{L}_r}{r(1-M_r)^2} \right]_{ret} dS + \int_{f=0} \left[ \frac{L_r - L_M}{r^2(1-M_r)^2} \right]_{ret} dS + \frac{1}{c} \int_{f=0} \left[ \frac{L_r (r\dot{M}_r + c(M_r - M^2))}{r^2(1-M_r)^3} \right]_{ret} dS \quad (5)$$

여기서,  $U_i$ 은 수정된 속도성분이고,  $L_i$ 는 유체에 작용하는 힘의 강도 성분으로 다음과 같이 정의되며

$$U_i = [1 - \frac{\rho}{\rho_0}] v_i + \frac{\rho u_i}{\rho_0} \quad (6)$$

$$L_i = P_{ij} \hat{n}_j + \rho u_i (u_n - v_n) \quad (7)$$

$M$ 은 유동속도를 음속( $c$ )으로 나눈 것이며  $r$ 은 관측자의 위치  $x$ 로부터 소음원의 위치  $y$ 까지의

거리이다. 아래첨자  $r$  과  $n$  은 각각 소음전파방향의 단위벡터와 표면법선방향의 단위벡터와의 내적을 의미한다. 변수의 위에 붙은 dot 는 시간에 대한 미분을 뜻하고, 중괄호에 붙은 *ret* 는 적분이 소음전파의 지연시간을 포함하여 계산된 것을 의미한다.

소음해석에 필요한 입력값은 CFD 해석결과로부터 얻어지는 각 절점에서의 속도, 가속도, 압력값을 이용한다.

#### 4. 소음예측결과

##### 4.1 소음예측값 검증

CFD 결과와 소음예측 코드의 검증을 위해, 이미 수행된 실험<sup>(1)</sup>과 비교하였다. 비교대상은 Fig. 4 에 나타낸 바와 같이 직경(D)이 19mm 이고 길이가 0.5m(26.3D)인 원형실린더이고, 소음관측위치는 freestream 의 방향과 90 도를 이루고 실린더로부터 실린더직경의 128 배 떨어진 위치(2432mm)이다.

소음예측은 CFD 해석과는 달리 3 차원으로 해석되었다. 즉, 2 차원으로 해석된 유동이 span 길이방향으로 균일하게 분포하고 있는 것으로 가정하였고, 실린더의 표면에 적분면을 선정하여 소음해석을 수행하였다. Fig. 5 는 해석결과의 비교를 위해 Cox<sup>(3)</sup>등이 해석한 결과를 나타낸 것이고, Fig. 6 은 본 연구에서 소음예측 후 주파수 분석을 통해 얻은 결과이다. Fig. 6 에서 점선으로 나타낸 것이 Span 의 길이를 26.3D 로 했을 때의 해석결과이다. 예측된 소음의 첫번째 harmonic 은 Strouhal 수가 0.2 부근에서 나타났는데, 이것은 실험과 거의 일치한다. 하지만 실제 실험에서는 첫번째 harmonic 의 크기가 100dB 정도의 크기를 갖는 것으로 측정

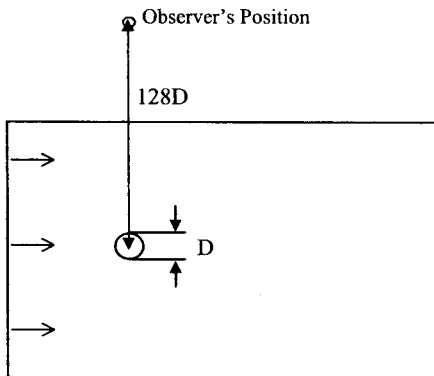


Fig. 4 Observer's position

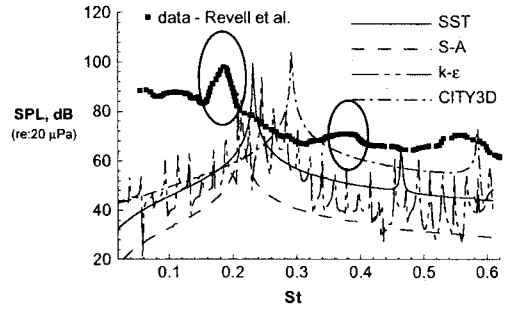


Fig. 5 Comparison of predicted and measured sound pressure level. (Ref. 3)

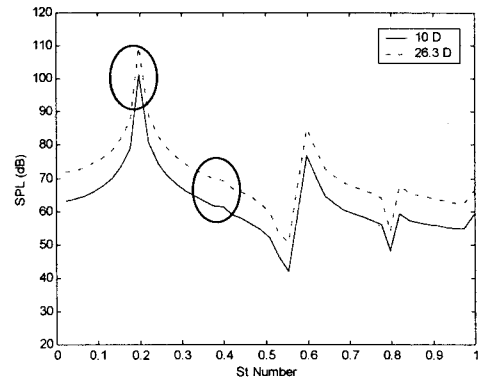


Fig. 6 Predicted sound pressure level for an observer position located 128D away from the cylinder at a 90deg angle to the freestream flow.

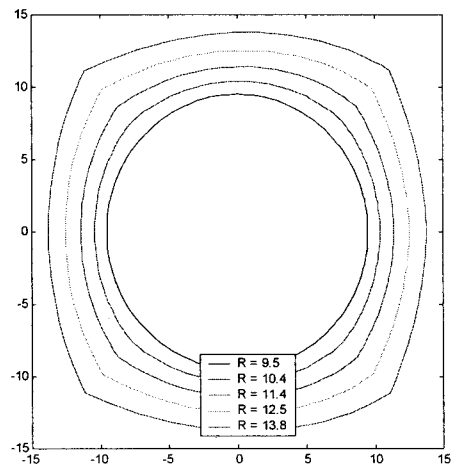


Fig. 7 FW-H integration surfaces are at R=9.5, R=10.4, R=11.4, R=12.5 and R=13.8

되었는데, 수치예측에서는 10dB 정도 과대예측(overpredict)하였다. 이것은 실제의 유동이 3 차원적인 특성을 가지기 때문에 2 차원 유동해석의 결과와 같은 vortex shedding 이 실린더의 span 길이 만큼 균일하지 않기 때문이라고 설명할 수 있다. Brentner<sup>(2)</sup> 등은 이러한 효과를 고려해서 span 의 길이를 10D 정도로 가정하여 해석을 수행할 경우 실험값과 유사한 크기의 소음예측값을 얻을 수 있다고 밝힌 바 있다. 본 연구에서도 2D CFD 해석 결과를 이용하여 소음 예측을 함에 있어, Span 의 길이를 10D 로 가정하여 소음예측을 수행한 결과 Fig. 6 에서 실선으로 나타낸 것과 같이 실험값과 근접한 결과를 얻을 수 있음을 확인했다.

#### 4.2 적분면에 따른 소음예측

FW-H 방정식을 이용하여 소음예측을 함에 있어 사용하게되는 적분면의 위치를 유동장으로 확장하여 소음예측에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보기 위하여 Fig. 7 과 같이 여러 가지 적분면을 선정하여 소음 예측을 수행하였다. R=9.5 인 경우는 실린더(D=19)의 표면이 되고, 나머지 적분면들은 유동장내에 속하는 면이 되겠다. 소음예측은 앞 절에서 설명한 바와 같이 2D CFD 해석결과를 이용하였고, Span 의 길이는 10D 를 사용하였다. 소음측정 위치는 Fig. 4 에 나타낸 바와 같이 유동방향으로부터 90 도의 방향을 갖고, 실린더로부터 128D 떨어진 위치로 선정하였다.

적분면이 실린더로부터 멀어짐에 따라 수행한 소음예측결과를 비교해보기 위해 Fig. 8 ~ Fig. 9 에

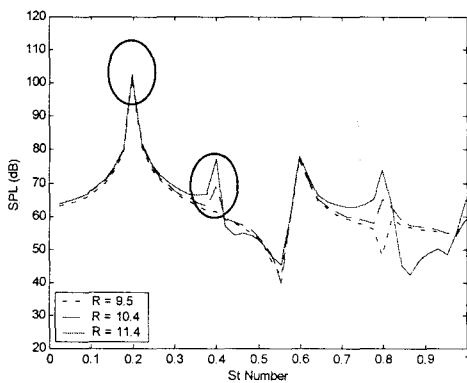


Fig. 8 Predicted sound pressure level using several integration surfaces (R=9.5, R=10.4 and R=11.4).

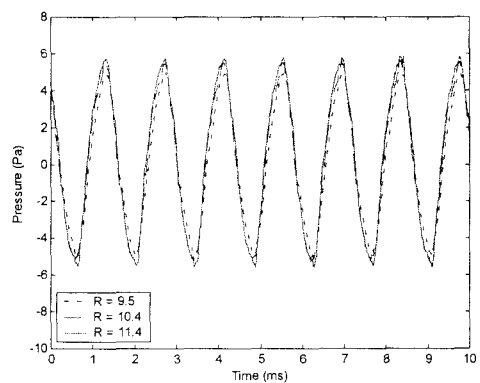


Fig. 10 Acoustic sound pressure computed for various integration surfaces (at R=9.5, R=10.4 and R=11.4) that corresponded in Fig.7

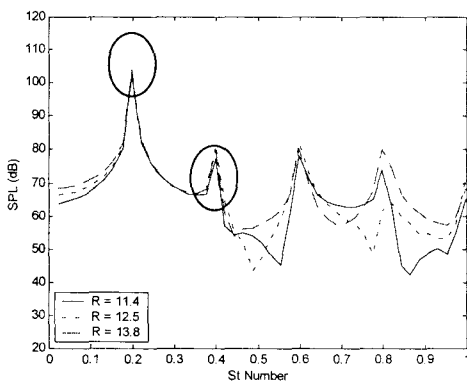


Fig. 9 Predicted sound pressure level using several integration surfaces (at R=11.4, R=12.5 and R=13.8)

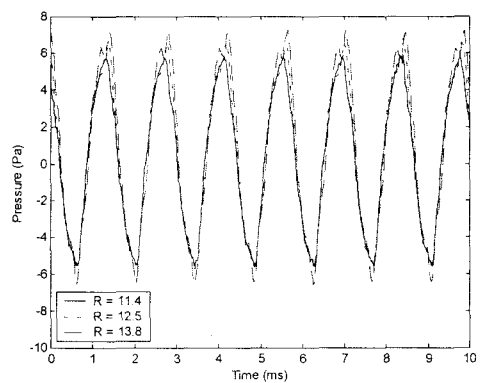


Fig. 11 Acoustic sound pressure computed for various integration surfaces (at R=11.4, R=12.5 and R=13.8) that corresponded in Fig.7

주파수 분석 결과를 나타냈다. Fig. 8 을 살펴보면 적분면이 실린더 표면인 경우 St 수가 0.4 인 부분에서 두드러진 값을 나타내지 않았으나 적분면이 유동장으로 확장되면서 그 부분에서 두드러진 변화가 생기는 것을 확인할 수 있다. 이는 적분면이 실린더의 표면일 경우 상하로 발생하여 떨어져 나가는 vortex shedding 전체의 주기성은 잘 표현하지만 상하에서 번갈아 나타나는 각각의 주기성은 제대로 묘사하지 못하고 있기 때문이라고 판단된다. Fig. 9 의 결과는 적분면의 위치가 변하고 있지만 해석결과는 그다지 큰 변화가 일어나지는 않는 것을 보여준다. 이것은 본 해석 모델에 있어서 유동소음의 비선형성을 나타내는 부분이 실린더 주변 가까운 곳에 분포해 있고, Fig.9에서 나타난 적분면이 그 구간을 포함하고 있기 때문이라고 판단된다. Fig. 10 ~ Fig. 11 에는 각각의 적분면에 따라 나타나는 음압의 변화를 나타냈다. 이 결과는 Brentner<sup>(9)</sup>등이 보인 바와 같이 Kirchhoff 방법을 사용한 경우 적분면의 변화에 따라 음압의 변화가 크게 나타나 적분면 선정에 주의가 필요한 반면 FW-H 방정식을 이용할 경우 적분면의 위치에 비교적 둔감한 변화를 보이는 것을 확인할 수 있다.

## 5. 결론

Reynolds 수가 90,000 인 원형실린더 주위의 유동으로 인해 발생하는 소음예측을 위하여 먼저 2 차원 유동해석을 수행하였고, 이를 이용하여 공력소음을 예측하였다. 비록 2 차원해석을 수행하여 비교한 것이었지만 적절한 span 길이를 가정하여 해석한다면 실험값과 잘 일치하는 결과를 보임을 확인하였고, FW-H 방정식을 사용함에 있어 적분면의 위치를 변경하면서 소음예측을 수행하여 적분면의 선택이 유동소음 해석결과에 미치는 영향에 대해 살펴보았다

적분면의 위치를 실린더의 표면에서 유동의 흐름이 존재하는 유동장 내로 변경시키면서 소음예측을 수행한 결과, 체적적분을 필요로 하기 때문에 계산상의 어려움을 초래하는 사극자소음(quadrupole noise: volume integration)을 고려하지 않고 표면적분만을 수행하면서도 난류의 효과 등을 포함한 유동소음의 비선형적 특성을 포함한 결과를 나타냄을 확인하였다. 또한 FW-H 방정식의 경우에는 적분면의 위치에 따른 소음예측값이 Kirchhoff 방법을 적용할 때 나타나는 것과 같은 심한 기복이 나타나지 않아 적분면을 선택함에 있어 비교적 수월함을 확인할 수 있다.

## 후 기

본 연구는 두뇌한국 21 사업의 지원으로 이루어진 것이므로, 이에 관계자 여러분들께 감사 드립니다.

## 참고문헌

- (1) Revell, J. D., Prydz, R. A., and Hays, A. P., 1977, "Experimental Study of Airframe Noise vs. Drag Relationship for Circular Cylinders," Lockheed Report 28074, Feb., Final Report for NASA Contract NAS1-14403.
- (2) Brentner, K. S., Cox, J. S., Rumsey, C. L. and Younis, B. A., 1997, "Computation of Sound Generated by Flow Over a Circular Cylinder: An Acoustic Analogy Approach," Second Computational Aeroacoustics Workshop on Benchmark Problems, NASA, pp. 289~296, NASA Conference Publication 3352.
- (3) Cox, J. S., Rumsey, C. L. Brentner, K. S. and Younis, B. A., 1997, "Computation of Vortex Shedding and Radiated Sound for a Circular Cylinder," 4th International Symposium on Fluid-Structure Interactions, Aeroelasticity, Flow-Induced Vibration and Noise, Dallas, Texas, November 16-21, pp. 8, included in the Symposium Proceedings, AD-Vol. 53-1, pp. 447~454.
- (4) Lighthill, M. J., 1952, "On Sound Generated Aerodynamically, I: General Theory," Proceedings of the Royal Society, A, Vol. 221, pp. 564~587.
- (5) Curle, N., 1955, "The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound," Proc. Roy. Soc. A., Vol. 231, pp.505~514.
- (6) Ffowcs Williams, J. E., and Hawkings, D. L., 1969, "Sound Generated by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion," Philosophical Transactions of the Royal Society, Vol. A264, pp. 321~342.
- (7) Di Franciscantonio, P., 1997, "A New Boundary Integral Formulation for the Prediction of Sound Radiation," Journal of Sound and Vibration, Vol. 202, No. 4, pp. 491~509.
- (8) Yoo, S., Lee, J., Min O. and Kim, S., 2000, "Airflow and Sound Induced by Disk Rotation in DVD Drives, Part II: Visualization and Simulation for Noise Prediction," Journal of Information Storage and Processing Systems, Vol. 2, Nos. 1/2, pp. 13~23.
- (9) Brentner, K. S., and Farassat, F., 1998, "Analytical Comparison of the Acoustic Analogy and Kirchhoff Formulation for Moving Surfaces," AIAA Journal, Vol. 36, No. 8, pp. 1379~1386.
- (10) Pilon, A. R., and Lyrintzis, A. S., 1998, "Development of an Improved Kirchhoff Method for Jet Aeroacoustics," AIAA Journal, Vol. 36, No. 5, pp. 783~790.