

# 경사면에서의 리블릿 유동에 관한 연구

김진호\* · 김호영\* · 이재현\*\*

## A Study of Rivulet Flow on Inclined Surface

Jin-Ho Kim · Ho-Young Kim · Jae-Heon Lee

**Key Words** : Rivulet(리블릿), Necking(네킹), Retraction(후진), Contact Angle(접촉각),  
Contact Angle Hysteresis(접촉각 히스테리시스), Scaling Analysis(스케일링 해석)

### Abstract

When a liquid is supplied through a nozzle onto a relatively nonwetting inclined solid surface, a narrow rivulet forms. This work provides novel physical insights into the following phenomena in the rivulet flow that have not been well understood to date. Firstly, the fundamental mechanism behind the transition of a linear rivulet to a droplet flow is investigated. The experiments show that the droplet flow emerges due to the necking of a liquid thread near the nozzle. Based on the observation, it is argued that when the retraction velocity of a liquid thread exceeds its axial velocity, the bifurcation of the liquid thread occurs, and this argument is experimentally verified. Secondly, a discussion on the curved motion of a meandering rivulet is given. This study proposes the contact angle hysteresis as a primary origin of the centripetal force that enables the rivulet's curved motion. A simple scaling analysis based on this assumption predicts a radius of curvature which agrees with the experimental observation.

기호설명

$\rho$  : 밀도 [ $\text{kg/m}^3$ ]  
 $\sigma$  : 표면장력 [ $\text{N/m}$ ]

Bor: 경사방향 Bond수

하첨자

$d$  : 튜브의 내경 [mm]

$F$  : 힘 [N]

$A$  : 전진

$g$  : 중력가속도 [ $\text{m/s}^2$ ]

$c$  : 구심력

$h$  : 액체 판의 높이 [mm]

$e$  : 평형

$R$  : 곡률 반지름 [mm]

$f$  : 축방향

$U$  : 속도 [m/s]

$h$  : 접촉각 히스테리시스

We: Weber수

$R$  : 후퇴

$r$  : 후진

그리스 문자

$\alpha$  : 표면의 기울기 [°]

$\theta$  : 접촉각 [°]

### 1. 서론

고체표면을 흘러내리는 액체의 가느다란 물줄기 유동을 리블릿(rivulet)이라 부르며, 기울어진 표면을 흘러내리는 리블릿은 자연 및 공업 현장에서 흔히 발견되는 현상이다. 특히, 지하수의 침

\* 회원, 한국과학기술연구원 열유동제어연구센터

\*\* 회원, 한양대학교 공과대학 기계공학부

출, 원유 채굴, 코팅 과정, 증발 열교환기, 냉각탑의 충전재 및 흡수기 등에서 쉽게 관찰될 수 있다. 액체가 친수성 표면 위에서 운동할 경우에는 리블릿보다는 필름유동이 관찰되는 반면에, 소수성 표면 위에서는 흔히 리블릿이 관찰된다. Kern<sup>(1)</sup>은 실험을 통하여 리블릿의 형상에 따라 리블릿 유동을 네 가지 영역으로 구분하였으며, Schmuki와 Laso<sup>(2)</sup>는 기울어진 표면에서의 리블릿 유동을 연구하여, 리블릿의 형태를 동일한 기울기에서 유량의 증가에 따라, 액적 유동(droplet flow), 선형 리블릿(linear rivulet), 만곡 리블릿(meandering rivulet) 및 왕복 리블릿(oscillating rivulet)의 4가지 영역으로 구분하였다. 그들은 점성계수가 증가함에 따라 각 영역의 천이 유량이 증가한다는 것을, 즉 유동의 불안정성이 증가한다는 것을 밝혔다. 또한, 표면장력이 점성계수와 비슷한 역할을 한다는 것과 낮은 표면장력 하에서는 액적 유동과 왕복 리블릿이 나타나기 힘들며, 선형 리블릿이 주로 나타난다는 것을 보였다. 리블릿이 네 영역으로 구분될 수 있다는 것이 규명되었음에도 불구하고, 각 영역의 천이 기구에 관한 연구는 그리 많지 않다. Davis와 그 연구 그룹<sup>(3-5)</sup> 그리고 Schiaffino와 Sonin<sup>(6)</sup>은 리블릿의 불안정성에 관한 이론적인 연구를 수행하였다. 이들 연구에서는 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이 기구로 Rayleigh 불안정성을 가정하고 있다. Schiaffino와 Sonin<sup>(6)</sup>은 이론적인 과장이 접촉선을 고정된 경우의 미소 액적의 실험결과와 일치한다고 보고하였다. Schmuki와 Laso<sup>(2)</sup>는 선형 리블릿에서 왕복 리블릿으로의 천이 과정을 에너지 최소 방법에 바탕을 둔 불안정성 해석방법으로 규명하였다. 본 연구에서는 이전의 연구에서 찾아보기 힘든, 액적 유동에서 만곡 리블릿으로

의 천이 기구와 만곡 리블릿의 운동 기구를 실험과 간단한 스케일링 해석을 통하여 연구하고자 하였다.

## 2. 실험장치 및 실험방법

리블릿 유동의 실험을 위하여 Fig. 1과 같은 실험장치를 고안하였다. 그림에서 공급 탱크(supply tank)내의 액체는 정수력에 의하여 유리튜브를 통과하여 경사진 시험표면으로 공급된다. 실험에서 사용된 유리튜브의 내경,  $d$ 는 4, 5 및 6 mm이고, 경사진 시험 표면의 기울기,  $\alpha$ 는 15°에서 70°까지 변화시켰다. 유동의 형상 이미지는 확대렌즈(Moritex MV-Z07545)가 설치된 CCD카메라(Pulnix TM-200)를 이용하여 획득하였고, 이것은 S-VHS 비디오카세트(Philips VR988)에 저장되었다. 액체의 공급유량은 각각의 튜브 내경에서 공급 탱크의 액체 높이와 유량의 관계를 실험적으로 보정하여 결정하였다. 액체 공급 탱크의 정수력 높이가 실험이 진행하면서 감소하고, 공급유량이 이에 따라 감소한다. 결국, 실험 초기의 왕복 리블릿은 유량이 감소함에 따라 만곡, 선형 리블릿을 거쳐, 액적 유동으로 변화하게 된다. 액체 공급 탱크의 단면적이 튜브 단면적보다 훨씬 크기 때문에, 공급 탱크의 높이 변화에 의한 섭동(perturbation)은 튜브 출구에서의 섭동에 비해 매우 작다.

본 연구에서 사용된 액체는 증류수이고, 리블릿 운동에 대한 고체 적습성의 영향을 평가하기 위한 고체 표면으로는 아크릴(이하 AC), 백크라이크(bakelite, 이하 BL), 폴리카보네이트(polycarbonate, 이하 PC), 파라 필름(para-film, 이하 PF; thermoplastic paraffin), 폴리프로필렌(polypropylene,

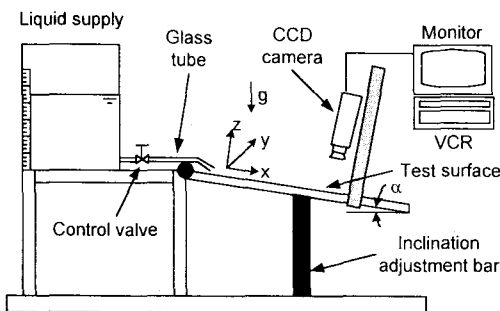


Fig. 1 Schematic of experimental apparatus

Table 1 Equilibrium contact angles of distilled water on various solid surfaces.

Surface	Equilibrium contact angle ( $\theta_e$ )
BL	59.7°
AC	80.8°
PC	87.4°
PP	94.3°
PF	97.4°
Teflon	105.9°

이하 PP) 및 테프론(teflon)이 사용되었다. 표면은 실험 전에 증류수와 에탄올을 이용하여 충분히 불순물을 제거하였다. 고체 표면과 증류수의 평형 접촉각을 Table 1에 나타내었다. 이때 평형 접촉각을 측정하기 위하여 Schiaffino<sup>(7)</sup>의 방법이 사용되었다.

### 3. 실험결과 및 토의

#### 3.1 선형 리플릿에서 액적 유동으로의 천이

앞에서 언급한 바와 같이, 선형 리플릿에서 액적 유동으로의 천이를 규명하기 위한 해석적 연구<sup>(2,4,5)</sup>는 Rayleigh 불안정성<sup>(8)</sup>과 연관된 액체 제트의 절단에 기초하고 있다. 고체 표면 위에서 유동은 접촉선의 움직임 때문에 복잡해짐에도 불구하고, Rayleigh 불안정성의 기본 틀은 액체의 절단이 긴 파장의 섭동과 연관되어 있고, 유동은 절단면의 끊어짐을 야기하는 섭동을 증폭시킨다는 것이다. 이와 비슷한 연구로 공기 중에서 액체 제트의 절단에 관한 연구<sup>(9)</sup>와 용융 줄기의 불안정성에 관한 연구<sup>(6)</sup> 등이 있다. 그렇지만, 이러한 이론들은 본 연구에서와 같이 기울어진 표면에 액체가 공급되는 경우, 유량이 감소할 때 액적 유동이 발생하는 원인에 관한 충분한 설명으로는 부족하다.

본 연구의 실험결과에 따르면, 액적 유동의 존

재는 하류에서의 선형 리플릿의 절단보다는 튜브 출구에서의 유동 형태에 영향을 크게 받는다. 액적 유동이 발생하는 시점에서, 튜브 출구 영역에서의 유동 형태의 사진을 Fig. 2에 보였다. 정상 상태의 액적 유동영역에서는 Fig. 2(d)-(f)의 과정이 반복된다. 즉, 액체는 튜브 출구에서 전면 접촉선과 상류의 브리지 저항을 이길 수 있을 만큼 충분히 큰 액적으로 성장하여, 상류의 브리지에서 절단이 일어나 액적은 중력에 의하여 하류로 유동하게 된다. 본 실험에서는 선형 리플릿이 Fig. 2(a)-(c)와 같이 한번 절단되면, 액적 유동이 형성되고, 이 액적 유동은 다시 선형 리플릿으로 돌아가지 않는다. 이것은 선형 리플릿에서 액적 유동으로의 천이가 튜브 출구 근처에서의 네킹(necking)과 밀접한 관련이 있다는 것을 보여준다.

Figure 2의 관찰을 바탕으로, 액체의 절단은 액체의 목 후진 속도가 리플릿의 축방향 속도보다 클 때 발생한다고 가정한다. Taylor<sup>(10)</sup>는 두께,  $h$ 의 얇은 액체 막에 구멍이 생성된 경우, 표면장력에 의한 구멍의 후진 속도,  $U_r$ 이 다음과 같음을 보였다.

$$U_r = \left( \frac{2\sigma}{\rho h} \right)^{1/2} \quad (1)$$

여기서,  $\sigma$  및  $\rho$ 는 각각 액체의 표면장력 및 밀도이다. 식 (1)은 점성이 없다고 가정했기 때문에,

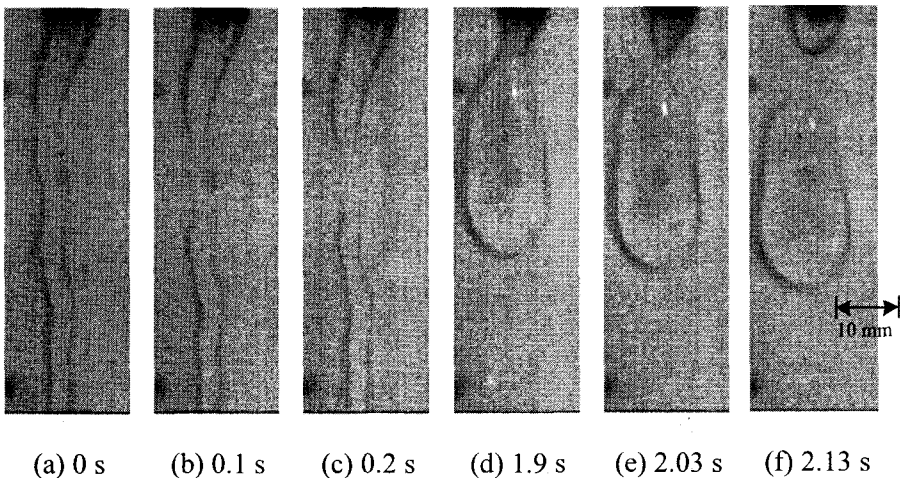
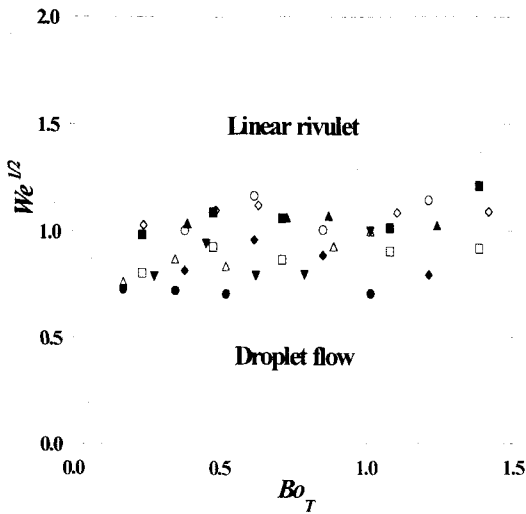


Fig. 2 Transition of linear rivulet to droplet flow on teflon surface. The tube inner diameter is 5 mm, the inclination 15°, the mass flow rate 2 g/s.



**Fig. 3** The critical Weber number versus the tangential Bond number. (○:  $d = 4$  mm, on teflon; ∙:  $d = 5$  mm, on teflon; ◊:  $d = 6$  mm, on teflon; △:  $d = 4$  mm, on BL; ●:  $d = 5$  mm, on PC; ■:  $d = 5$  mm, on PP; ◆:  $d = 5$  mm, on AC; ▲:  $d = 5$  mm, on PF; ▼:  $d = 4$  mm, on PF)

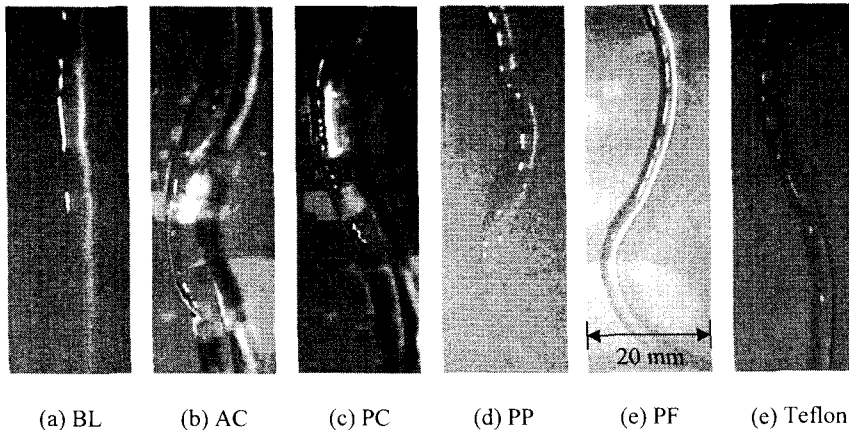
액체 막이 매우 얇거나 가늘 경우에는 잘 맞지 않는다. 그렇지만 본 연구에서 식(1)을 이용하여 리블릿의 후진 속도의 대략적인 스케일을 구했으므로, 리블릿의 후진 속도에 대한 축방향 속도의

상대크기가 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이를 결정하는데 중요한 역할을 한다는 가정에는 무리가 없다.

리블릿의 후진 속도,  $U_r$ 와 축방향 속도,  $U_f$ 의 비는 Weber수,  $We = \rho U_f^2 d / \sigma$ 로 단순히 스케일될 수 있다.

$$\frac{U_f}{U_r} \sim We^{1/2} \quad (2)$$

본 실험결과로부터 경사방향 Bond수,  $Bo_T = \rho g d^2 \sin \alpha / \sigma$ 의 변화에 따라 Weber수의 변화를 Fig. 3에 나타내었다. 그림에서 각 점은 각 튜브 내경, 각 표면 및 표면 기울기에서의 선형 리블릿에서 액적 유동의 천이점을 나타낸다. 실험조건에 변화에도 불구하고, 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이점은  $We^{1/2} \sim 1$  근처에 분포되어 있다. 이것은 후진 속도와 축방향 속도의 비,  $U_f/U_r$ 이 선형 리블릿에서 액적 유동으로의 천이를 결정한다는 것을 의미한다. 요약해 보면, 선형 리블릿은 축방향 속도가 후진 속도보다 큰 유량조건에서 보여지며, 후진 속도가 축방향 속도보다 커지면, 리블릿에 절단이 발생하여 액적 유동으로 천이된다.



**Fig. 4** Images of the meandering rivulets on various solid surfaces. All the images were obtained for  $d = 5$  mm and  $\alpha = 15^\circ$ . Note that the rivulet on the BL surfaces is almost linear, which was observed to meander in our experiments due to the high wettability of BL.

### 3.2 만곡 리블릿의 운동학

공급 유량이 다소 클 때 발생하는 만곡 리블릿의 운동학에 관한 연구를 위한 실험을 수행하여, 여러 표면에서 선형 리블릿과 만곡 리블릿의 사진을 Fig. 4에 보였다. 선형 리블릿과 만곡 리블릿은 리블릿의 궤적으로 쉽게 구분될 수 있고, 이는 Fig. 4에서 보여지고 있다. 덧붙여, 만곡 리블릿의 불안정성이 충분히 클 때 나타나는 왕복 리블릿은 리블릿 유동 중 가장 운동성이 큰 유동이다. 그러므로, 만곡 리블릿의 파형 형성을 연구하는 것은 왕복 리블릿에서 만곡 리블릿으로, 또는 만곡 리블릿에서 왕복 리블릿으로의 천이 기구를 이해하는데 중요한 요소이다. 본 연구에서는 만곡 리블릿의 실험에서 얻은 물리적 현상을 스케일링 해석으로 규명하고자 하였다.

만곡 리블릿은  $y$ 방향(Fig.1 참조)의 접촉선의 섭동에 의하여 발생하는 것은 확실하다. 그렇지만, 구심력이 없다면, 이미 곡선 운동을 하고 있는 만곡 리블릿도 선형 리블릿이 될 것이다. 그러므로 만곡 리블릿은 반드시 리블릿의 곡선 운동을 가능하게 하는 구심력이 존재해야만 한다. 구심력은 한가지 이상의 기구에 의하여 기인될 수 있다. Chandrasekhar<sup>(11)</sup>의 해석에 따르면, 공기 중의 액체 제트는 비축대칭의 섭동에 항상 안정하다고 알려져 있으며, 휘어진 액체 제트는 다시 선형으로 되돌아와야 한다. 그러므로, 리블릿이 고체 표면과 접촉된 경우 만곡(비축대칭 섭동)은 접촉에 의하여 발생하고 증폭된다는 것을 알 수 있다. 이러한 이유로, 접촉각 히스테리시스를 구심력을 발생시키는 주요 인자로 고려한다. 접촉각 히스테리시스는 접촉선의 운동을 방해하는 역할을 한다. 후퇴접촉각(receding contact angle),  $\theta_R$ 은 전진 접촉각(advancing contact angle),  $\theta_A$ 보다 항상 작기 때문에, 접촉각 히스테리시스에 의해 발생하는 모세력의 방향은 구심력과 같다. 접촉각 히스테리시스와 접촉각 히스테리시스와 연관된 모세력은 Dussan V.<sup>(12)</sup>와 Dussan V. & Chow<sup>(13)</sup>의 논문에 자세히 언급되어 있다.

만곡 리블릿의 곡률 반지름,  $R$ 을 예측하기 위하여, 간단한 스케일링 해석을 도입한다. 리블릿의 단위 길이당 구심력  $F_c$ 는 다음과 같이 스케일될 수 있다.

$$F_c \sim \frac{\rho d^2 U_f^2}{R} \quad (3)$$

단위 길이당 접촉각 히스테리시스에 의한 힘,  $F_h \sim \sigma(\cos \theta_R - \cos \theta_A)$ 와 단위 길이당 구심력,  $F_c$ 가 같은 스케일을 갖는다고 하면, 곡률 반지름,  $R$ 은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$R \sim \frac{\rho d^2 U_f^2}{\sigma(\cos \theta_R - \cos \theta_A)} \quad (4)$$

Figure 4에 보여진 PF 표면 위의 리블릿의 여러 가지 조건과 각 물성치를 식(4)에 대입해 보면 즉,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $U_f = 0.1 \text{ m/s}$  그리고  $(\cos \theta_R - \cos \theta_A) = 0.1823$ <sup>(14)</sup> 등을 식 (4)에 대입하면,  $R \sim 19 \text{ mm}$ 가 된다. 해석방법의 단순함에 비하여, 이 값은 가상의 원이 리블릿 궤적을 따라 그려질 때의 실험결과와 상당히 잘 일치한다.

### 4. 결론

선형 리블릿에서 액적 유동의 천이 기구와 만곡 리블릿의 운동 기구에 관한 연구를 실험과 스케일링 해석의 방법으로 수행하였다. 결과에 따르면, 선형 리블릿에서 액적 유동의 천이 기구는 리블릿의 축방향 속도와 절단 속도의 비인 We수의 제곱근에 의하여 결정된다. 즉, 액체 절단의 후진속도가 리블릿의 축방향 속도보다 큰 경우, 리블릿 절단이 발생하며, 여러 가지 실험조건에도 불구하고, 항상 일정한 값을 갖는  $We^{1/2}$ 가 이러한 사실을 증명한다. 만곡 리블릿의 운동에서, 접촉선 근처의 접촉각 히스테리시스가 구심력으로 작용하고 이것이 만곡 리블릿의 유동 기구임을 가정하였다. 이 가정을 기초로 한 간단한 스케일링 해석으로 구한 리블릿의 곡률 반지름은 실험에서 관찰된 곡률 반지름과 잘 일치함을 볼 수 있다. 이것으로 만곡 리블릿의 운동 기구는 접촉각 히스테리시스가 주요한 인자임을 알 수 있다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 특정연구개발사업 중 국가지정연구실사업으로 지원되어 수행되었습니다.

### 참고문헌

- (1) Kern, J. 1969, "Zur Hydrodynamik der Rinnsale"(in Germany), *Verfahrenstechnik*, Vol. 3, pp. 425~430.
- (2) Schmuki, P. and Laso, M., 1990, "On the Stability of Rivulet Flow", *J. Fluid Mech.*, Vol. 215, pp. 125~143.
- (3) Davis, S. H. 1980, "Moving Contact Lines and Rivulet Instabilities, Part. I. The Static Rivulet", *J. Fluid Mech.*, Vol. 98, pp. 225~242.
- (4) Weiland, R. H. and Davis, S. H., 1981, "Moving Contact Lines and Rivulet Instabilities. Part 2. Long Waves on Flat Rivulet", *J. Fluid Mech.*, Vol. 107, pp. 261~280.
- (5) Young, G. W. and Davis, S. H., 1987, "Rivulet Instabilities", *J. Fluid Mech.*, Vol. 176, pp. 1~31.
- (6) Schiaffino, S. and Sonin, A. A., 1997, "Formation and Stability of Liquid and Molten Beads on a Solid Surface", *J. Fluid Mech.*, Vol. 343, pp. 95~110.
- (7) Schiaffino, S., 1996, *The Fundamentals of Molten Microdrop Deposition and Solidification*, Ph. D. Thesis, Dept. Mech. Eng., MIT, Cambridge, MA.
- (8) Lord Rayleigh, 1878, "On the Stability of Jets", *Proc. Lond. Math. Soc.*, Vol. 10, pp. 4~13.
- (9) Drazin, P. G. and Reid, W. H., 1981, *Hydrodynamic Stability*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, England.
- (10) Taylor, G. I., 1959, "The Dynamics of Thin Sheets of Fluid. III. Disintegration of Fluid Sheet", *Proc. R. Soc. London*, Vol. 253, pp. 313~321.
- (11) Chandrasekhar, S. 1961, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Oxford Univ. Press, Oxford, England.
- (12) Dussan V., E. B., 1979, "On the Spreading of Liquids on Solid Surfaces: Static and Dynamic Contact Lines", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 11, pp. 371~400.
- (13) Dussan V., E. B. and Chow, R. T.-P., 1983, "On the Ability of Drops or Bubbles to Stick to Non-Horizontal Surfaces of Solids", *J. Fluid Mech.*, Vol. 137, pp. 1~29.
- (14) Kim, H.-Y., Lee, H. J. and Kang, B. H., 2000, "Motion of Liquid Drops on an Inclined Solid Surface", *Proceeding of the ASME Heat Transfer Division*, Vol. 366-2, pp. 221~228.