대한기계학회 2001년도 춘계학술대회논문집 E pp. 825~830 KSME 01S657

수직축을 중심으로 회전하는 직관과 정지한 곡관내의 유동 유사성에 관한 연구

이 공 희* · 백 제 현+

Study on the Similarity of Flows in an Orthogonally Rotating Square Duct and a Stationary Curved Square Duct

Gonghee Lee and Jehyun Baek

Key Words: Secondary Flow(2차 유동), Coriolis Force(코리올리력), Centrifugal Force(원심력), Duct Flow(덕트 유동), Fully-Developed Flow(완전 발달 유동)

Abstract

A numerical study on a quantitative analogy of the fully developed flow between in a straight square duct rotating about an axis perpendicular to that of the duct and a stationary curved duct of square cross-section is carried out. In order to clarify the similarity of two turbulent flows, the dimensionless parameters $K_{TR}=Re^{1/4}/\sqrt{Ro}$ and the Rossby number, Ro, in a rotating straight duct flow were used as a set corresponding to $K_{TC}=Re^{1/4}/\sqrt{\lambda}$ and curvature ratio, λ, in a stationary curved duct flow so that they have the same dynamical meaning as $K_{LR}=Re/\sqrt{Ro}$ and $K_{LC}=Re/\sqrt{\lambda}$ of the fully developed laminar flows. For the large values of Ro or λ, it is shown that the flow field satisfies the asymptotic invariance property : there are strong quantitative similarities between the two flows such as flow patterns and friction factors for the same values of K_L and K_T.

1. 서 론

회전 및 정지관에서의 유동 현상은 터빈 블레이드의 냉각 유로, 원심압축기 회전차, 열교환기 및 냉각 장치등과 같이 다양한 공학 응용분야에 관련되어 있기 때문에 예전부터 관심있게 연구가 수행되어 왔다. 이러한 실질적인 관심을 받아온 이유중의 하나가 바로 회전 및 유선 곡률의 영향으로 인한 2차 유동 현상의 발생이다. 먼저 주유동 방향에 수직인 축을 중심으로 회전하는 직관 내부 유동의 경우에 회전에 의한 코리올리력의 영향으로 관 내부에 2차 유동이 형성된다. Speziale[1]는 회전하는 직관에 대한 수치 계산을 통해서 회전각속도가 증가하는 경우, 압력면 부근에서 부가적인 비대칭 형태의 와류가 발생하게 된다는 것을 밝혔다. Iacovides와 Launder[2]는 코리올리력에 의해 유발된 2차 유동이 회전 직관의 압력면과 상, 하부면에서 열전달 계수의 상당한 증가를 가져오는 반면, 흡입면에서는 열전달 계수의 증가를 억제한다는 것을 발견하였다.

다음으로 정지한 곡관 내부 유동의 경우에 곡관 중심의 속도가 빠른 유동은 벽 근처의 속도가 느린 유동에 비해 원심력의 영향을 더욱 크게 받게 되어서 주방향 유동에 수직하면서 서로 반대 방향으로 회전하는 2차 유동이 발생하게 되며, 이로 인해 압력 손실과 열전달율이 상당히 증가

* 회원, 포항공과대학교 대학원 기계공학과
+ 책임저자, 회원, 포항공과대학교 기계공학과
E-mail : jhbaek@postech.ac.kr
TEL : (054)279-2168, FAX : (054)279-3199

하게 된다. 곡관 내부의 층류 유동 해석을 처음으로 이론적인 측면에서 접근한 Dean[3]은 곡관에서 완전 발달된 유동은 주로 Dean수의 영향을 받는다는 것을 알아냈다. 이후로 많은 이론, 실험 및 계산적 접근이 이루어졌는데, Humphrey등[4]은 사각 곡관 내부의 발달하는 난류 유동을 LDA를 이용해서 측정한 결과 곡관의 안쪽벽에서는 볼록한 곡률 형상에 의한 난류 강도의 감소로 인해 유동이 안정되는 반면 바깥쪽벽에서는 오목한 곡률 형상으로 인해 난류 강도가 증가되어 유동의 불안정성이 발생하게 되는 것을 밝혔다. 또한 안쪽벽과 바깥쪽벽에서의 2차 유동에 의한 난류 에너지의 교환으로 인해 상당히 복잡한 평균 유동 및 레이놀즈 응력 분포가 발생하는 것을 보였다.

한편 실험 측정상의 어려움으로 상대적으로 이해가 부족했던 회전하는 직관 내부의 유동 발달 특성을 정지한 곡관 유동으로부터 유추하기 위해서 앞서 언급된 수직으로 회전하는 직관과 정지한 곡관에서 볼 수 있는 유동 형태의 유사성에 관한 연구가 주로 원형 단면인 경우에 대해서 단순한 정성적인 접근 방법으로 예전부터 행하여져 왔다. 따라서 본 연구에서는 물리적으로 타당한 무차원 변수 도입과 고차의 정확도를 가진 수치기법을 통해서 두 유동 사이에 강한 정량적인 유사성이 존재한다는 것을 밝히고자 한다.

2. 지배방정식 및 수치해법

2.1 지배방정식

Fig. 1(a), (b)는 y축을 중심으로 일정한 각속도 Ω로 회전하는 직관과 곡률 반경이 R로 표시된 정사각 단면 곡관 유동 해석에 사용된 좌표계를 나타낸다. 각각의 유동에 대한 무차원화된 지배방정식의 유도는 참고 문헌[5],[6]에 자세히 설명되어 있으므로 이를 참조하기 바란다.

2.2 난류 모델

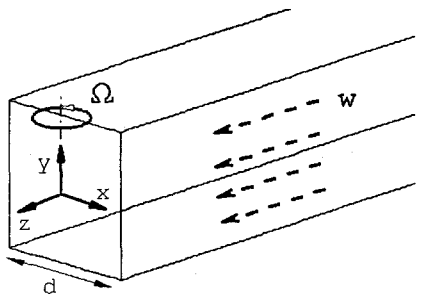
사각 단면 관 내부의 난류 유동은 원형 단면보다 훨씬 더 복잡한 형태를 나타내며, 이에 대한 실험 및 계산이 원형 단면에 비해서 훨씬 적게 수행되었다. 따라서 회전하는 직관 및 정지한 곡관 내부의 난류 유동을 해석하기 위해서 적절한 난류 모델의 도입이 요구된다. 벽함수를 이용한 표준 $k-\varepsilon$ 모델[7]은 회전 및 곡률의 영향이 큰 경우에 이들이 레이놀즈 응력 성분에 미치는 영향을 잘 파악하지 못하는 것으로 밝혀졌다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서 회전 및 곡률의 영향, 난류의 비등방성을 고려한 많은 난류 모델들이 제시되었으나 해의 국부적인 정확성 향상을 가져오는데 그쳤다. 본 연구에서는 벽 근처 유동 및 2차 유동을 정확히 파악하기 위해서 Wilcox[8]에 의해 제안된 저레이놀즈수 $k-\omega$ 모델을 사용하였다. 이 모델은 역압력 구배, 박리, 회전 및 곡률이 존재하는 유동 계산에서 만족할 만한 결과를 제시하였다.[9]

2.3 상사 변수

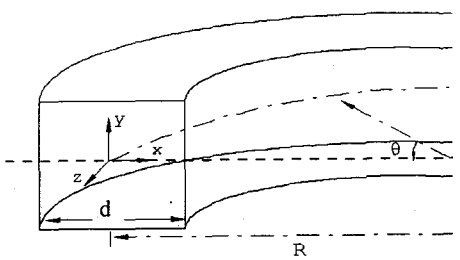
정지한 곡관 내부의 층류 유동은 특성 지배 무차원 변수인 곡률비 λ 및 Dean수 K_{LC}에 의해 표현된다는 것은 잘 알려진 사실이다.

$$\lambda = F_i/F_c = R/d \tag{1}$$

$$K_{LC} = (F_i F_c)^{1/2}/F_{Lv} = Re/\sqrt{\lambda} \tag{2}$$



(a) Rotating straight duct



(b) Stationary curved duct

Fig. 1 Coordinate system for flow analysis

여기서 $F_i \sim \rho w_m^2/d$, $F_c \sim \rho w_m^2/R$ 및 $F_{Lv} \sim \mu w_m/d^2$는 각각 관성력, 원심력 및 층류 유동에서의 점성력을 나타낸다.

한편, 정지한 곡관에서의 주요 무차원 변수 λ 및 K_{LC}에 상응하는 회전하는 직관 내부의 특성 지배 무차원 변수는 원심력 F_c대신에 코리올리력 $F_r \sim \rho \Omega w_m$를 대입함으로써 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Ro = F_i/F_r = w_m/\Omega d \tag{3}$$

$$K_{LR} = (F_i F_r)^{1/2}/F_{Lv} = Re/\sqrt{Ro} \tag{4}$$

난류 유동의 경우에 F_i, F_r 및 F_c는 층류 유동과 동일한 형태를 가지기 때문에 특성 지배 무차원 변수 Ro 및 λ는 그대로 사용될 수 있다. 반면에 점성력은 층류 유동의 F_{Lv}와는 다른 형태를 가지게 된다. 이러한 이유는 난류 유동에서 점성력은 역압력 구배가 존재하지 않는 경우에 벽 전단 응력 τ_w와 동일한 크기를 가지며, 이 경우 Blasius의 공식[10]을 적용하면 벽 전단 응력은 $\tau_w \sim \rho w_m^{7/4} \nu^{1/4} d^{-1/4}$의 근사적인 크기를 가지게 되어서, 결과적으로 점성력은 $F_{Tv} \sim \rho w_m^{7/4} \nu^{1/4} d^{-5/4}$의 형태로 표시되게 된다. 따라서 층류 유동 해석시 사용된 무차원 변수 K_{LR}과 K_{LC}에 대응되는 난류 유동의 특성 지배 무차원 변수 K_{TR}과 K_{TC}는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$K_{TR} = (F_i F_r)^{1/2}/F_{Tv} = Re^{1/4}/\sqrt{Ro} \tag{5}$$

$$K_{TC} = (F_i F_c)^{1/2}/F_{Tv} = Re^{1/4}/\sqrt{\lambda} \tag{6}$$

Ro와 λ가 충분히 큰 값을 가지는 경우(Ro, $\lambda > 8$), K_{LR} & K_{LC}, K_{TR} & K_{TC}는 각각 회전하는 직관과 정지한 곡관내의 완전 발달된 층류 및 난류 유동에서 유일한 지배 변수가 되며, 유동 특성들은 이들 무차원 변수들에 대해 '점근적인 불변특성' (asymptotic invariance property)을 나타내게 된다. 결과적으로 동일한 K_L 및 K_T값에 대해서 두 유동의 유사성이 성립되며, 이러한 사실은 Ito[11]의 실험에 의해서 확인되었다.

2.4 경계조건

유동 형태가 대칭적 구조를 나타내므로 관 단면의 절반 부분만을 계산 영역으로 정하였고, 격자수는 폭방향과 높이 방향으로 각각 35×18(층류 유동), 89×45(난류 유동)를 사용하였다. 특히 벽 근처 난류 유동의 정확한 해석을 위해 인접한 벽에서부터 첫 번째 격자 사이의 무차원 거리 $y^+ < 1$을 유지하였고, $y^+ < 10$ 범위에 대해서 최소한 6개의 격자점을 위치시켰다. 사용된 경계조건으로는 대칭면에서 대칭 조건을, 벽에서는 점착(no-slip) 조건을 적용해서 ω를 제외한 모든 속도 성분 및 난류 운동에너지를 0으로 두었다. 비 소산율 ω의 경우에는 Menter[12]에 의해서 수정 제안된 다음과 같은 조건을 부여하였다.

$$\omega = \frac{800\nu}{(\Delta y_1)^2} \tag{7}$$

여기서 Δy_1는 인접한 벽에서부터 첫 번째 격자 사이의 거리를 나타낸다.

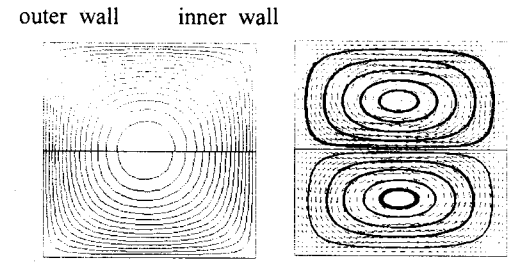
2.5 수치해법

Fractional-step 방법을 사용해서 회전하는 직관 및 정지한 곡관 내부의 완전 발달 유동을 해석하였다. 2차 상류 차분법을 이용하여 대류항을 차분화함으로써 운동 방정식에서 인위적인 소산(artificial dissipation)의 필요성을 제거하였다. 점성항과 압력항은 2차 중앙차분법을 이용해서 차분화하였다. 난류 운동 에너지 k 및 비 소산율 ω 방정식도 운동 방정식과 유사한 방식으로 차분화하였다. 비엇갈림 격자계의 사용을 통하여 경계조건의 부가를 용이하게 하였고, 수렴 가속 기법의 하나인 국부시간단계(local time step) 방법을 사용해서 수렴성을 향상시켰다.

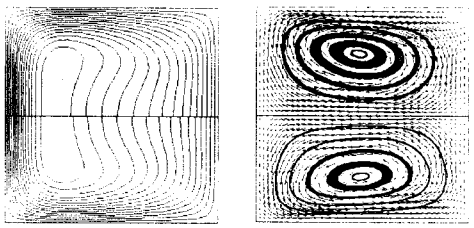
3. 결 과

3.1 일반적인 유동 형태

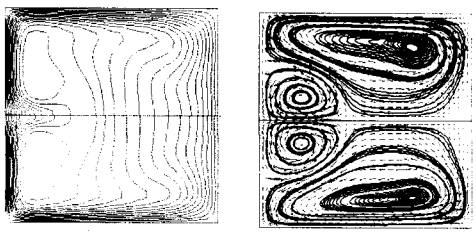
Fig. 2, 3에서 동일한 K_L및 K_T값에 대해 무차원화된 축방향 속도 (w/w_m), 2차 유동 속도



(a) $K_L = 10$

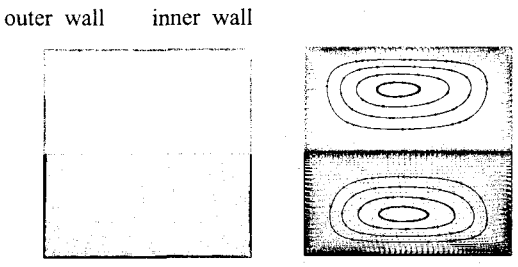


(b) $K_L = 100$

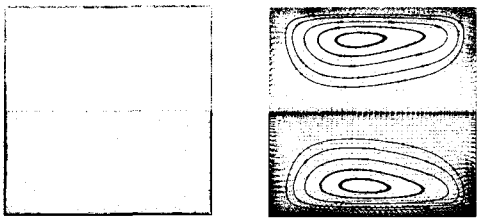


(c) $K_L = 400$

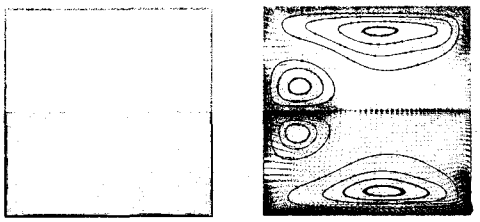
Fig. 2 Axial velocity contours (left), secondary velocity vectors and streamlines (right)



(a) $K_T = 1.52$



(b) $K_T = 2.91$



(c) $K_T = 3.76$

Fig. 3 Axial velocity contours (left), secondary velocity vectors and streamlines (right)

벡터 및 유선을 표시하였다. 상부는 정지한 곡관을, 하부는 회전하는 직관을 나타낸다. 회전하는 직관의 경우, 회전에 의한 코리올리력의 영향으로 직관 중심의 속도가 빠른 유동이 압력면으로 이동하면서 서로 상반된 방향으로 회전하는 2개의 와류가 형성되는 것을 볼 수 있다(Fig. 2, 3(a), (b)). 유동의 불안정성이 발생하는 임계값 이상으로 K_L및 K_T값이 커지는 경우 관성력과 코리올리력 사이의 균형이 깨어지면서 부가적인 2차 유동이 압력면에서 발생하게 되어 결과적으로 4개의 와류 구조를 형성하는 것을 볼 수 있다(Fig. 2, 3(c)).

반면에 정지한 곡관에서는 곡관 중심의 속도가 빠르고, 비점성 특성을 가지는 유동이 벽 근처의 속도가 느린 유동에 비해서 원심력의 영향을 더욱 크게 받게 되어 2차 유동을 형성하게 된다 (Fig. 2, 3(a),(b)). 한편 회전하는 직관 내부의 유동 불안정성과 유사한 형태의 2차 유동이 반경 방향 압력 구배 및 원심력의 불균형으로 인해 곡관의 바깥쪽벽에서 형성되는 것을 볼 수 있다 (Fig. 2, 3(c)). 조사된 K_L및 K_T값들에 대해서 두 유동의 속도 분포가 전체적으로 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

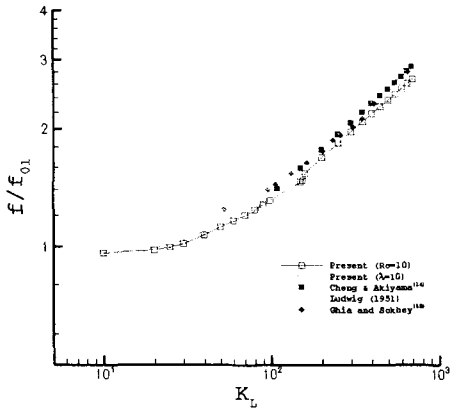
3.2 마찰계수

관 유동 해석시 가장 중요한 것 중의 하나가

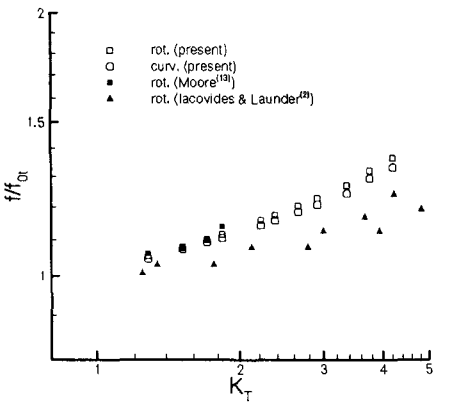
바로 마찰 계수를 정확히 구하는 것이다. Fig. 4는 마찰계수의 비를 나타내며, 여기서 f_{0l} 및 f_{0t}는 각각 정지한 정사각 직관내의 층류 및 난류 유동에서 관 마찰계수이다. K_L 및 K_T값의 변화에 따른 마찰계수의 증가 형태는 기존의 실험[13] 및 계산 결과[2),14),15]와 비교시 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 반면에 Iacovides와 Launder[2]에 의해서 계산된 마찰 계수는 물리적으로 타당하지 않은 불연속적인 증가 형태를 나타내고 있다.

3.3 다른 유동 특징들

무차원 변수 K_L의 '점근적인 불변 특성' 이 실제로 Ro 및 λ의 크기가 클 경우에도 잘 만족하는지 알아보기 위해 Ro 및 λ가 각각 50과 100인 경우에 대해서 계산을 수행하였다.



(a) laminar flow



(b) turbulent flow

Fig. 4 Friction Factor Ratio

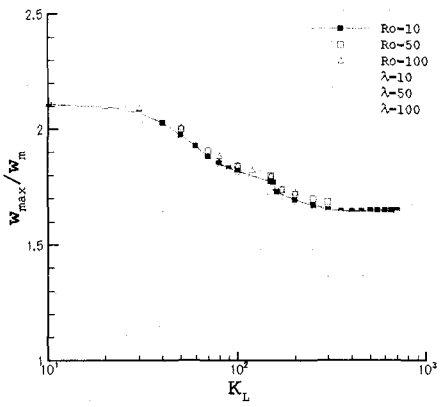


Fig. 5 Variation of the maximum axial velocity ratio with K_L

Fig. 5는 K_L값의 변화에 따른 최대 축방향 속도의 비 ($w_{\max}/w_m$)를 나타내고 있다. 유체의 불안정성이 발생하는 임계값 $K_{LR_{cri}}\approx 154$ 근처에서 불연속성이 존재하는 것을 제외하고는 두 유동의 최대 축방향 속도의 비가 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 또한 최대 축방향 속도값들이 Ro 및 λ 값의 크기 변화에 거의 영향을 받지 않는 것 으로 보이며, 따라서 앞에서 가정한 '점근적인 불변 특성' 이 타당하다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

주유동에 수직한 축을 중심으로 회전하는 정사각 단면의 직관과 정지한 곡관에서의 완전 발달된 층류 및 난류 유동의 정량적인 유사성을 밝히기 위해 물리적으로 타당한 상사변수와 고차의 정확도를 가진 수치 해법을 이용하여 계산한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 층류 유동의 경우, 회전하는 직관에서의 무차원 변수 K_{LR}과 Rossby수 Ro는 정지한 곡관내의 Dean수 K_{LC}와 곡률비 λ에 각각 대응하는 반면에 난류 유동인 경우, 회전하는 직관에서의 무차원 변수 K_{TR}과 Rossby수 Ro는 정지한 곡관 유동의 K_{TC}와 곡률비 λ에 각각 대응한다는 사실이 확인되었다. 여기서 K_{TR}과 K_{TC}는 층류 유

동의 무차원 변수 K_{LR} 및 K_{LC}와 동일한 물리적 의미를 가진다.

(2) Ro와 λ가 충분히 큰 값을 가지는 경우 (Ro, $\lambda > 8$), K_{LR}과 K_{LC}는 각각 회전하는 직관과 정지한 곡관내의 층류 유동에서, K_{TR}과 K_{TC}는 난류 유동에서 유일한 지배변수가 되며, 유동 특성들은 이들 무차원 변수들에 대해 '점근적인 불변 특성'을 나타내게 된다. 결과적으로 동일한 K_L 및 K_T값에 대해서 두 유동의 정량적인 유사성이 성립하는 것을 확인하였다.

(3) 주유동의 형태 및 마찰계수는 폭넓은 K_L 및 K_T값의 범위안에서 서로 잘 일치하는 경향을 나타내었다.

후 기

본 연구는 BK21 지원 사업으로 수행되었습니다.

참고문헌

(1) Speziale, C. G., 1983, "Numerical Study of Viscous Flow in Rotating Rectangular Ducts," *J. Fluid Mech.*, Vol. 122, pp. 251~271

(2) Iacovides, H. and Launder, B. E., 1991, "Parametric and Numerical Study of Fully Developed Flow and Heat Transfer in Rotating Rectangular Ducts," *J. Turbomachinery*, Vol. 113, pp. 331~338

(3) Dean, W. R., 1927, "Note on the Motion of Fluid in a Curved Pipe," *Phil. Mag.*, Vol. 4, pp. 208~223

(4) Humphrey, J. A. C., Whitelaw, J. H. and Yee, G., 1981, "Turbulent Flow in a Square Duct with Strong Curvature," *J. Fluid Mech.*, Vol. 103, pp. 443~463

(5) Lee, G. H. and Baek, J. H., 2001, "Similarity Comparison of Laminar Flows in an Orthogonally Rotating Square Duct and a Stationary Curved Square Duct," accepted to *Int. J. Rotating Machinery*

(6) Lee, G. H. and Baek, J. H., 2000, "Numerical Study on the Similarity of the Fully Developed Turbulent Flows between in Orthogonally Rotating Square Ducts and Stationary Curved Square Duct s," submitted to *Int. J. Num. Methods Heat & Fluid Flow*

(7) Launder, B. E. and Spalding, D. B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows," *Comp. Methods Applied Mech. Eng.*, Vol. 3, pp. 269~289

(8) Wilcox, D. C., 1994, "Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model," *AIAA J.*, Vol. 32, pp. 247~255

(9) Stephens, M. A. and Shih, T. I-P., 1999, "Flow and Heat Transfer in a Smooth U-Duct with and without Rotation," *J. Prop. & Power*, Vol. 15, pp. 272~279

(10) Schlichtig, H., 1979, *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill, pp. 600

(11) Ito H., 1959, "Friction Factors for Turbulent Flow in Curved Pipes," *J. Basic Eng.*, Vol. 81, pp. 123~134

(12) Menter, F. R., 1993, "Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flow s," *AIAA-93-2906*

(13) Moore, J., 1967, "Effects of Coriolis on Turbulent Flow in Rotating Rectangular Channel s," MIT Gas Turbine Lab. Report, No. 89

(14) Cheng, K. C. and Akiyama, M., 1970, "Laminar Forced Convection Heat Transfer in Curved Rectangular Channels," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 13, pp. 471~490

(15) Ghia, K. N. and Sokhey, J. S., 1977, "Laminar Incompressible Viscous Flow in Curved Ducts of Regular Cross-Sections," *J. Fluids Eng.*, Vol. 99, pp. 640~648