

# 크리깅 메타모델에 의한 철도차량 현수장치 최적설계

이광기\*, 이태희\*\*, 박찬경\*\*\*

## Optimization of a Train Suspension using Kriging Meta-model

Kwangki Lee, Tae Hee Lee, Chan Kyoung Park

**Key Words :** Railway Dynamics(철도차량동역학), Design and Analysis of Computer Experiments (전산실험계획법), Kriging Meta-model(크리깅 메타모델), Optimization(최적설계)

### Abstract

In recent engineering, the designer has become more and more dependent on the computer simulations such as FEM (Finite Element Method) and BEM (Boundary Element Method). In order to optimize such implicit models more efficiently and reliably, the meta-modeling technique has been developed for solving such a complex problems combined with the DACE (Design and Analysis of Computer Experiments). It is widely used for exploring the engineer's design space and for building meta-models in order to facilitate an effective solution of multi-objective and multi-disciplinary optimization problems. Optimization of a train suspension is performed according to the minimization of forty-six responses that represent ten ride comforts, twelve derailment quotients, twelve unloading ratios, and twelve stabilities by using the Kriging meta-model of a train suspension. After each Kriging meta-model is constructed, multi-objective optimal solutions are achieved by using a nonlinear programming method called SQP (Sequential Quadratic Programming).

### 기호설명

- X: 설계변수
- $\hat{y}$ : 크리깅 메타모델
- $\hat{\beta}$ : 전역모델
- Z: 국소모델
- R: 상관함수
- r: 상관벡터
- $\theta$ : 상관인자

### 1. 서론

철도차량은 크게 차체, 대차 및 휠셀으로 구성 되어있으며 특히 이들을 연결하는 현수장치의 설계는 철도차량의 성능지수를 나타내는 승차감, 탈선계수, 윤중감소, 고속안정성에 중요한 영향을 주

고있다. 현수장치는 차체와 대차를 연결하는 1 차 현수장치와 대차와 휠셀을 연결하는 2 차 현수 장치로 구성되며 이들 현수 장치들은 대부분 탄성 요소 및 댐핑 요소들로 구성된다. 이러한 탄성 요소 및 댐핑 요소들은 철도차량의 안전성과 승차감에 중요한 영향을 미치는 인자들이며, 철도 차량의 초기 설계 단계에서부터 안전성 및 승차감을 동시에 고려하여 설계되어야 한다. 하지만 만족해야 하는 목표 성능지수와 설계변수가 많이 존재하는 철도차량의 현수장치 설계는 초기 설계 단계에서 원하는 성능을 얻기 위한 기준 설계 값의 선정이 어려우며, 특히 여러 가지의 성능을 동시에 만족시키는 설계를 하기 위해서는 무수히 많은 경우에 대한 데이터가 필요하므로 주어진 짧은 설계기간 내에 정확하고 효과적인 현수장치 설계를 하기 위해서는 새로운 설계 방법론의 제시가 필요하며 이에 대한 연구가 이루어져야 한다. 철도차량 현수 장치의 설계와 같이 만족해야 할 설계변수와 성능들이 많이 존재하는 복잡한 문제에는 통합 최적설계의 방법론으로 최근에 공학 분야에서 빠르

\* (주) 태성에스엔이

\*\* 한양대학교 기계공학부

\*\*\* 한국철도기술연구원

게 적용되고 있는 통계적 방법론인 반응표면모델을 적용하는 것이 효과적이다.<sup>[1]</sup>

이광기 등<sup>[2]</sup>은 전역 근사 최적화 기법으로 볼 수 있는 실험계획법에 의한 반응표면모델을 이용한 최적 설계 개념을 도입하여 다구짜 직교배열에 의한 반응표면모델을 구성하여 초기 설계 단계에서의 철도차량 현수장치 최적설계를 수행하여 반응표면모델을 철도차량 현수장치 설계에 효과적으로 적용하였다. 하지만 직교배열을 적용하는 방법은 철도차량에서 발생하는 동력학적인 거동을 정확히 표현할 수가 없으므로 비선형성이 강한 철도차량의 동력학 거동을 정확히 표현할 수 있는 새로운 메타모델링 기법이 요구된다. 다물체 동력학 해석과 같은 CAE (Computer Aided Engineering) 해석을 적용하는 전산해석은 실험에 의한 분석과는 다르게 오차가 없는 결정론적인 모델로 분류할 수 있으므로 전체 오차를 최소화하는 최소자승법을 적용하는 반응표면모델보다는 내삽법을 적용한 크리깅과 같은 메타모델링 기법을 전산실험점에 적용하여 최적설계를 하는 방법이 많이 적용되고 있다. 미국 보잉사의 Booker 등<sup>[3]</sup>은 헬리콥터 로터의 동력학 거동을 최적화하기 위하여 Kriging 메타모델 기법을 적용하였으며 구조설계 및 탄소성 해석까지도 동시에 고려하여 통합설계를 성공적으로 수행하였다. 본 연구에서는 1 차 및 2 차 현수 장치의 현가 요소 중에서 탄성 요소 및 댐핑 요소 29 가지 인자를 설계 변수로 설정하고, 객차에서 측정된 수직 방향 및 횡 방향 승차감의 10 가지, 우측 차륜에서 측정된 탈선계수 12 가지, 좌측 차륜에서 측정된 윤증감소 12 가지, 레일 중심에서 측정된 고속안정성 12 가지의 총 46 가지를 성능 지수로 선정하여 D-optimal 계획법을 적용한 Kriging 메타모델을 구성하여 민감도 해석 및 다중 목적 함수 최적설계를 수행한다.

## 2. 크리깅 메타모델

### 2.1 철도차량 모델링

철도 차량의 동적 거동 해석은 영국 철도 연구소에서 개발된 철도 차량 전용 해석 프로그램인 VAMPIRE 를 이용하여 수행한다.<sup>[4]</sup> 해석을 위한 철도차량 시스템의 편성모델과 좌표계는 다음 Fig. 1 과 같다. 차량시스템 편성모델은 동력차-동력 객차-객차(3 대)-동력 객차로 구성하였으며 대차는 동력차용 동력대차 (PMB, Power Motor Bogie) 2 대, 동력객차용 동력대차 (MTB, Motorized Trailer Bogie) 전후 2 대 및 동력객차와 객차, 객차와 객

차를 연결하는 관절대차 (ATB, Articulated Trailer Bogie) 4 대로 구성되어져 있다. 주행 궤도는 곡선 7000R 과 BR (British Railroad) 불규칙도를 적용하였으며 최고속도는 468 km/h 를 적용하였다.

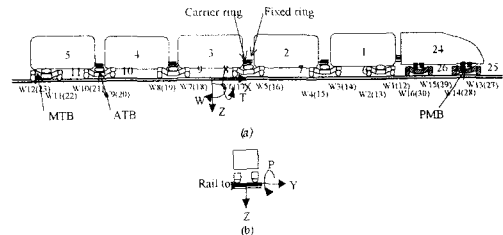


Fig. 1 Train model and axis system

본 연구에서 주로 해석을 수행할 대상은 동력대차 및 관절대차의 1 차 및 2 차 현수장치이며 설계변수로 선정된 총 29 개의 현수장치 요소를 Table 1 에 표시하였다.

Table 1. 29 design variables

No	Bogie	Design variables
X1	Primary Suspension of MTB and ATB	Elastic joint Kx, Kz
X2		Elastic joint Ky
X3		Elastic joint Kt, Kw
X4	Primary suspension of MTB	Elastic joint Kp
X5		Double coil spring Kz
X6		Vertical oil damper Cz
X7	Secondary suspension of MTB	Air spring Kx, Ky
X8		Air spring Kz
X9		Vertical oil damper Cz
X10		Vertical oil damper Cx
X11		Anti yaw oil damper g1
X12		Anti yaw oil damper g2
X13		Anti yaw oil damper g3
X14		Anti yaw oil damper g4
X15	Primary suspension of ATB	Double coil spring Kz
X16		Vertical oil damper Cz
X17	Secondary suspension of ATB	Air spring Kx, Ky
X18		Air spring Kz
X19		Anti yaw oil damper g1
X20		Anti yaw oil damper g2
X21		Anti yaw oil damper g3
X22	Anti yaw oil damper g4	
X23	Fixed and carrier ring	Fixed and carrier ring Kx
X24		Fixed and carrier ring Ky
X25		Fixed and carrier ring Kz
X26		Fixed and carrier ring Kt
X27		Fixed and carrier ring Kw
X28	Secondary suspension of MTB	Anti roll bar Kt
X29	Secondary suspension of ATB	Anti roll bar Kt

본 연구에서 사용되는 성능지수는 Table 2 와 같이 총 46 가지로 선택하였다. 여기서 승차감 지수 (Ride Comfort)는 ISO 2631 가중합수를 곱한 승객 가속도의 RMS (Root Mean Square) 값을 사용하고, 탈선지수(Derailment Quotient)는 레일과 휠의 접촉면에 작용하는 수직력에 대한 수평력의 비를 사용하며, 운중감소 (Unloading Ratio)는 정적 수직력에 대한 동적 수직력의 비를 사용하고, 안정성 (Stability)은 초기 궤도 불규칙 가진 후에 발생하는 레일 중심에서의 횡방향 변위의 RMS 값을 사용한다.

Table 2. Dynamic performance indices

Index	Responses	Description
Ride Comfort	$y_1 \sim y_5$	Lateral acceleration of trailer
	$y_6 \sim y_{10}$	Vertical acceleration of trailer
Derailment Quotient	$y_{11} \sim y_{22}$	Ratio of lateral and vertical force of right wheel
Unloading Ratio	$y_{23} \sim y_{34}$	Dynamic wheel force of left wheel
Stability	$y_{35} \sim y_{46}$	Lateral displacement of wheel center

## 2.2 전산실험계획

전산실험계획은 해석하고자 하는 시스템의 수치적 모델을 구현한 후에 실험이 아닌 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 데이터를 얻는 과정을 거치게 때문에 반복 해석을 수행하여도 일반적으로 실험에서 발생하는 랜덤오차가 발생하지 않는다. 전산실험에서는 위와 같은 이유 때문에 “space filling”이라는 개념을 일반적으로 사용하고있으며 직교배열 및 Latin Hypercube Sampling 을 많이 적용하고있다. 본 연구에서는 Owen<sup>[5]</sup>이 제시한 랜덤직교배열을 사용하여 실험점들을 생성한 후에 다음 식 (1)을 사용하여 구한다.

$$\text{Maximize } |X^T X| \quad (1)$$

위의 식 (1)은 D-optimal 실험 계획법으로 알려져있으며 주어진 반응 표면 모델의 일반 분산 뿐만 아니라 최대 분산을 최소화 시키는 의미를 가지고 있다.<sup>[1]</sup>

## 2.3 Kriging 메타모델

크리깅(Kriging) 메타모델은 프랑스의 지질수학자인 Georges Matheron 이 1950 년대 남아프리카의 채광학자 D.G. Krige 가 적용했던 경험적인 방법을 수학적으로 정립하면서 사용되기 시작하였다. 이

방법은 많은 과학자들에 의해 여러 다양한 분야에서 적용이 되어왔으며 특히 공학에서 일반적으로 사용되고 있는 크리깅 메타모델은 전산실험계획에 적합하도록 Sacks 등<sup>[6]</sup>에 의해 제안된 모델이다. 전산실험계획에 의해 만들어진 데이터로부터 결정하고자 하는 크리깅 메타모델은 식 (2)와 같이 구성된다.

$$y(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + Z(\mathbf{x}) \quad (2)$$

여기서  $f(\mathbf{x})$ 는 주로 다항함수 (polynomial function)로 표현되며 설계영역에서의 전역모델 (global model)을 표현하며 일반적으로 가장 간단한 형태인 상수항  $\beta$ 를 취한다.  $Z(\mathbf{x})$ 는 크리깅 메타모델이 각 데이터 점들을 보간할 수 있도록 국부적인 변동 (deviation)을 표현해주며  $Z(\mathbf{x})$ 의 공분산 (covariance)은 식 (3)과 같이 주어진다.

$$\text{Cov}[Z(\mathbf{x}'), Z(\mathbf{x}')] = \sigma^2 \mathbf{R}([R(\mathbf{x}'), \mathbf{x}']) \quad (3)$$

여기서  $\mathbf{R}$ 은 상관행렬 (correlation matrix)이며  $\mathbf{R}(\mathbf{x}', \mathbf{x}')$ 는 표본 데이터 내 임의의 두 점  $\mathbf{x}'$  와  $\mathbf{x}'$  사이의 상관함수 (correlation function)를 의미한다. 상관함수  $\mathbf{R}$ 은 설계자에 의해서 결정되는데 Sacks, Owen 등에 의해 여러 가지 함수가 소개되고 있다. 본 연구에서는 가우스 상관함수 (gaussian correlation function)를 선택하여 크리깅 메타모델을 구성하였다.

$$R(\mathbf{x}', \mathbf{x}') = \exp\left[-\sum_{k=1}^{n_s} \theta_k |\mathbf{x}'_k - \mathbf{x}'_k|^2\right] \quad (4)$$

여기서  $n_s$ 는 설계변수 갯수가 되고  $\theta_k$ 는 모델을 적합시키는데 사용되는 상관인자 (correlation parameter)가 된다. 이러한 상관관계를 통하여 크리깅모델  $\hat{y}$  와 실제모델  $y(\mathbf{x})$ 의 차이인 MSE (Mean Square Error)를 최소화하는  $\hat{y}$ 를 식 (5)와 같이 결정할 수 있다.

$$\hat{y} = \hat{\beta} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\beta}) \quad (5)$$

여기서  $y$ 는  $n_s$ 개의 표본데이터 응답 값을 가지는 열벡터 (column vector)이고  $\mathbf{f}$ 는 각 원소가 1의 값을 가지는 열벡터(column vector)이다.  $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ 는 임의의 좌표  $\mathbf{x}$ 와 표본 데이터사이의 상관벡터 (correlation vector)이다.

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = [R(\mathbf{x}, \mathbf{x}^1), R(\mathbf{x}, \mathbf{x}^2), \dots, R(\mathbf{x}, \mathbf{x}^{n_s})]^T \quad (6)$$

(5)식에서 전역모델(global model)  $\hat{\beta}$ 는 식 (7)과 같다.

$$\hat{\beta} = (\mathbf{f}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f})^{-1} \mathbf{f}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y} \quad (7)$$

또한,  $\hat{\beta}$ 와  $y$  사이의 분산,  $\hat{\sigma}^2$ 은 다음 식 (8)과 같다.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(y - \hat{\beta}f)^T R^{-1} (y - \hat{\beta}f)}{n_s} \quad (8)$$

식 (4)의  $\theta_k$  는 MLE (Maximum Likelihood Estimator)과정을 통하여 결정되게 되는데 식 (9)를 최대화(maximization)하는  $\theta_k$  를 구하는 과정이다.

$$\max_{\theta \in R^k} (-1/2)[(n_s \ln \hat{\sigma}^2) + \ln |R|] \quad (9)$$

subject to  $0 \leq \theta \leq \infty$

본 연구에서는 랜덤직교배열에 의해 생성된 5 수준의 설계변수에 대하여 D-optimal 실험계획법을 적용하였다.<sup>17)</sup> 즉 주어진 5 수준의 랜덤직교표준에서 원하는 전산실험점을 D-optimal 실험계획법을 사용하여 선택하는 방법이다. 본 연구에서는 총 66 회의 전산실험점을 선택하였으며 이 실험점에 대한 VAMPIRE 해석은 Phoenix Integration 사에서 개발된 통합 설계 프로그램인 ModelCenter 를 사용하여 자동적으로 수행을 하였다.<sup>18)</sup> 다음 Fig. 2 는 66 회의 전산실험점을 ModelCenter 를 사용하여 자동적으로 수행하는 과정을 보여준다.

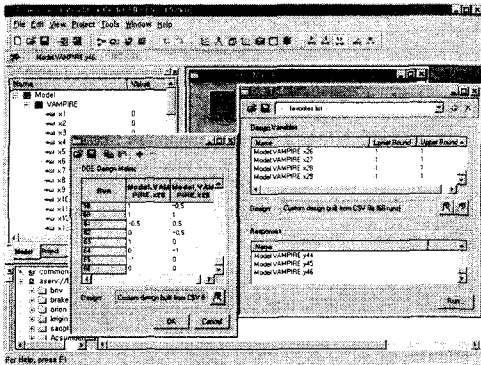


Fig. 2 D-optimal simulations in ModelCenter

### 3. 현수장치 최적설계

#### 3.1 다중목적함수 최적설계

다중 목적 함수 최적화는 다음 식 (10)과 같이 표현할 수 있으며 여기서  $n$  은 목적함수의 갯수이고, 범함수  $P$  는 선호 함수로서 여러 개의 목적 함수를 하나의 등가 함수로 변환하는 함수이다. 여기서  $f_i$  는  $i$  번째 목적 함수를 나타낸다.

$$\text{Min } P\{f_i(b)\}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (10)$$

다중 목적 함수 최적화 방법 중에는 가중치 방법, 거리 방법, 최대-최소 방법 등 여러 가지 방법이 있으나 본 연구에서는 각 목적함수와의 최소값을 만족하는 경우를 1 로 하고 최대치를 만족하는

경우를 0 으로 정규화하여 최적설계를 수행하였다. 철도차량 현수장치 최적설계의 경우에는 모든 응답함수를 최소화하는 경우이므로 식 (11)과 같이 정규화된 46 가지의 응답함수들의 곱을 최대화하는 것으로 수식화하였다.

$$\text{Max} \left[ \prod_{i=1}^{46} \left( \frac{f_i^{\text{max}} - f_i(x)}{f_i^{\text{max}} - f_i^{\text{min}}} \right)^{\frac{1}{46}} \right] \quad (11)$$

여기서 46 가지 응답함수의 제한조건은 모든 응답함수가 평균값  $(f_i^{\text{max}} + f_i^{\text{min}})/2$  보다는 나빠지지 않도록 식 (12)와 같이 설정하였다.

$$g_i(x) > 0.5, \quad i=1,\dots,46 \quad (12)$$

최적설계 알고리즘은 SQP (Sequential Quadratic Programming)<sup>9)</sup>를 적용하여 수행하였으며 식 (11)과 (12)의 다중목적함수 정식화는 ModelCenter 의 Script Component 를 사용하여 Fig. 3 과 같이 작성하였다.

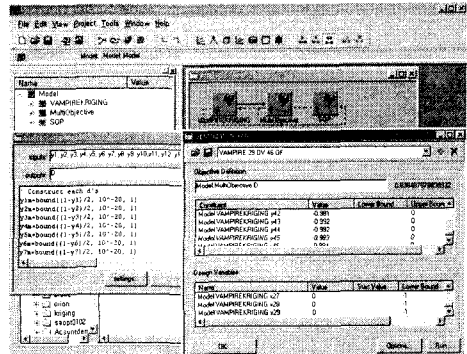


Fig. 3 Multi-objective optimization in ModelCenter

#### 3.2 크리깅 메타모델에 의한 최적설계

66 회의 전산실험계획을 통하여 계산된 철도차량 현수장치 크리깅 메타모델에 현재 설계 값을 초기치로 하여 SQP 알고리즘을 적용한 결과 Fig. 4 와 같이 총 10 회의 반복을 통하여 최적 해를 구하였다.

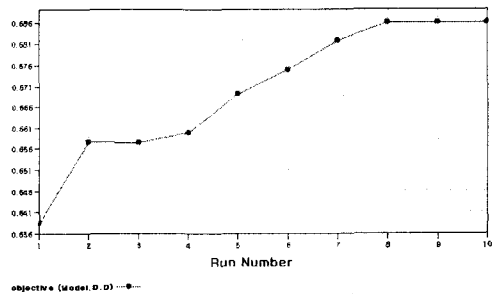
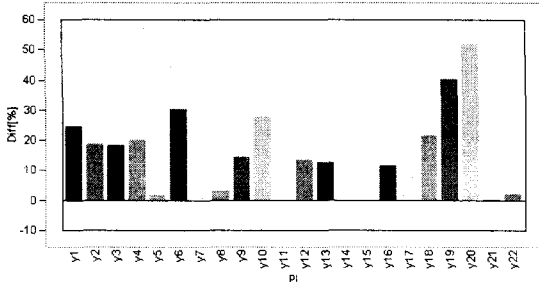


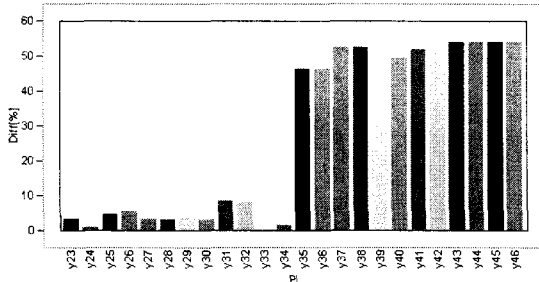
Fig. 4 Result from sequential quadratic programming

철도차량 현수장치에 의한 46 개 성능지수들은 현수장치 설계자의 편의를 위하여 모두 [-1 1]로 정규화를 하였다. Fig. 5 는 주어진 제한조건 식 (12)에 대한 최적 해의 향상된 성능 값을 식 (13)을 사용하여 정규화한 값으로 표현하였다.

$$\left( \frac{g_i(x) - f_i(x)}{2} \right) \times 100 \quad (13)$$



(a) Ride comforts and derailment quotient

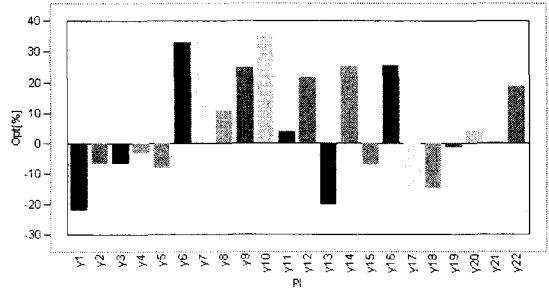


(b) Unloading ratio and stability

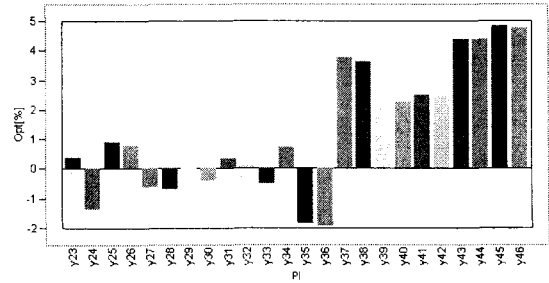
Fig. 5 Performance improvement with respect to Constraints

Fig. 5 (b)의 결과를 통하여 운중감소 (y23 ~ y34)와 안정성 (y35 ~ y46)에 관련된 성능지수들은 일정한 경향을 보여주고 있으나 Fig. 5 (a)의 승차감과 탈선지수 (y1 ~ y10)과 탈선지수 (y11 ~ y22)에 관련된 성능지수들은 차체 및 차륜에 따라 많은 편차를 보여주는 것을 알 수 있다. Fig. 5 (a)에서 y11, y14, y15의 값은 다른 탈선지수의 값에 비하여 상대적으로 나쁜 값을 보여주기 때문에 최적설계를 수행할 때에 가중치를 높여서 설계를 수행해야 한다는 것을 보여준다. 특히 안정성은 거의 모두 값이 최소값을 가지고 있으므로 오히려 안정성 성능은 낮추어주고 승차감, 탈선지수 및 운중감소 성능은 향상시켜주는 설계도 요구된다. Fig. 6 은 초기설계 값에 대한 최적 해의 성능변화를 보여주며 식 (14)를 사용하여 정규화한 값으로 표현하였다.

$$\left( \frac{f_{init}(x) - f_{opt}(x)}{2} \right) \times 100 \quad (14)$$



(a) Ride comforts and derailment quotient



(b) Unloading ratio and stability

Fig. 6 Comparison between initial and optimal solutions

Fig. 6 (b)의 결과를 통하여 운중감소와 안정성의 성능변화는 +5% ~ -2% 범위로서 초기설계 값에 대한 최적 해의 성능변화가 거의 없다는 것을 알 수 있다. 반대로 Fig. 6 (a)의 결과를 통하여 승차감과 탈선지수의 성능변화는 ± 30% 범위로서 초기설계 값에 대한 최적 해의 성능변화가 크다는 것을 알 수 있다. 따라서 현재 철도차량 현수장치의 설계 영역은 운중감소와 안정성 성능에 대하여 안전하게 설계가 되어있기 때문에 운중감소와 안정성의 성능을 향상시키기보다는 승차감과 탈선지수의 성능을 향상시키는 방향으로 설계가 진행되어야 한다는 결론을 얻을 수 있다.

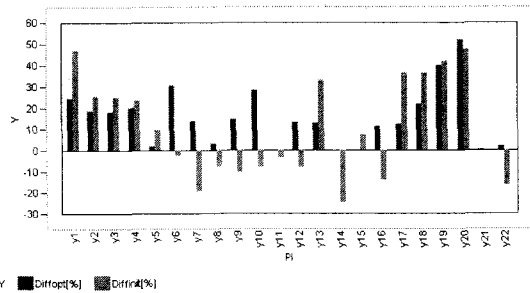


Fig. 7 Initial and optimal solutions of ride comforts and derailment quotient

특히 승차감과 탈선지수의 성능에 관련된 Fig. 5

(a)와 Fig. 6 (a)의 결과를 사용하면 Fig. 7의 결과를 얻을 수 있으며 최적설계에 의한 최적 해의 값들이 초기설계 값과 비교하여 주어진 성능지수들의 제한조건을 모두 만족시키면서도 좋은 성능 향상을 보이는 것을 알 수 있다. 따라서 주어진 46 개의 성능지수를 모두 제한조건으로 고려하기보다는 승차감과 탈선지수에 관련된 22 개의 성능지수만을 제한조건으로 고려하여 설계하는 것이 타당하다는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

29 가지 설계변수를 갖고있는 철도차량 현수장치 최적설계에 D-optmal 실험계획법을 적용하여 크리깅 메타모델을 구성한 후에 46 가지 성능지수를 고려한 다중목적함수 최적 설계를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) D-optmal 실험계획법과 크리깅 메타모델을 사용하여 복잡한 철도차량 현수장치의 동력학적 거동을 66 회의 해석을 통하여 구성할 수 있었다.
- 2) 철도차량의 모든 성능지수를 크리깅 메타모델을 사용하여 이미 구성하였기 때문에 목적함수 및 제한조건을 변경시키면서 다중목적함수 최적화를 수행하는 과정에서 많은 시간과 노력을 줄일 수 있다.
- 3) 현재 주어진 철도차량 현수장치의 설계영역에서는 주어진 46 개의 성능지수를 모두 제한조건으로 고려하기보다는 승차감과 탈선지수에 관련된 22 개의 성능지수만을 제한조건으로 고려하여 설계하는 것이 타당하다.

따라서 많은 설계변수와 성능지수를 고려해야 하는 철도차량 현수장치와 같은 복잡한 다중목적 함수 문제에 D-optmal 실험계획법에 의한 크리깅 메타모델을 적용하면 좋은 최적 해를 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다.

#### 후 기

본 연구는 G7 고속전철 기술개발사업의 일환으로 수행되었으며, 지원해주신 관계기관에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Myers, Montgomery, 1995, Response Surface Methodology - Process and Product Optimization Using Designed Experiments, John Wiley & Sons, New York
- (2) 이광기, 박찬경, 이태희, 1999, "다구찌 직교배

- 열의 반응표면모델에 의한 철도차량 현수장치 최적설계", 한국자동차공학회 춘계학술대회
- (3) Booker, A. J., 1996, "Case Studies in Design and Analysis of Computer Experiments," Proceeding of the Section on Physical and Engineering Sciences, American Stochastic Association
- (4) BRR, 2000, VAMPIRE User's manual
- (5) Owen A., 1994, "Lattice Sampling Revisited: Monte Carlo Variance of Means over Randomized Orthogonal Arrays," The Annals of Statistics, 22, 930-945
- (6) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchel, T. J., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," Statistical Science, 4, 409-435
- (7) SAS Institute Inc., 1995, JMP v3.1 User's Guide
- (8) Phoenix Integration Inc., 2001, ModelCenter v3.0 User's Guide"
- (9) Arora, J.S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill