

전동차 대차 프레임의 확률론적 구조 건전성 평가

구병춘* · 서정원** · 김남포*** · 김원경****

Probabilistic Estimation of the Structural Integrity of an Electric Car Bogie Frame

Byeongchoon Goo, Jungwon Seo, Nampo Kim, Wongyung Kim

Key Words: Bogie Frame (대차 프레임), Limit State Function (한계 상태 방정식), Miner's Rule (마이너의 법칙), Reliability Index (신뢰성 지수), Structural Integrity (구조 건전성)

Abstract

Bogie frame of the electric car is an important structural member for the support of vehicle loading. In general, more than 25 years' durability is necessary. Much study has been carried out for the prediction of the structural integrity of the bogie frame in experimental and theoretical domains. One of the useful methods is reliability-based approach.

The objective of this paper is to estimate the structural integrity of the bogie frame of an electric car, which is under the running test. We used two approaches. In the first approach probabilistic distribution of S-N curve is used. In the second approach, limit state function is used.

기호설명

$Cov(X_i, X_j)$: X_i 와 X_j 의 공분산

g : 한계상태방정식

N_i : 일정진폭 σ_i 에서의 파손 사이클 수

P_f : 파손이 일어날 확률

β : 신뢰도 지수

μ_G : 평균

σ_G^2 : 분산

피로시험을 통하여 관련규격을 만족하는지 평가하는 방법, 유한요소법 등 수치해석을 이용하는 방법 그리고 최근에는 확률론적인 신뢰성 평가법이 널리 활용되고 있다^(1, 2).

본 연구는 S-N 곡선의 확률분포와 실제의 운행에서 측정된 하중 데이터를 이용한 신뢰성 평가와 등가응력을 사용한 한계상태 방정식으로부터 신뢰성을 평가하는 것이 주 목적이다.

1. 서론

전동차의 대차 프레임은 차체와 함께 하중을 지지하는 역할을 하는 주요 구조체로서 25년 이상의 긴 수명을 요구하고 있다. 이러한 구조체의 건전성 평가는 시험대를 이용한 정하중 시험이나

2. S-N 선도에 의한 평가

2.1 파손확률에 따른 S-N 선도

이 방법은 확률론적 피로수명 평가로서 S-N 선도를 정규분포로 가정하여 파괴확률에 따라서 구하고 마이너의 법칙을 이용하여 수명을 평가하는 것이다. S-N 선도를 구하기 위해서는 같은 하중 조건에서 수많은 시험편에 대하여 시험을 하여야 하나 JSME에서 사용하는 방법에 따라서 S-N을 구하였다. 파손확률에 따른 S-N 선도를 구하기 위해서는 실제 피로 시험 데이터가 있어

* 한국철도기술연구원 선임연구원

** 한국철도기술연구원 주임연구원

*** 한국철도기술연구원 선임연구원

**** 한국철도기술연구원 책임연구원

서 이로부터 곡선적합곡선(50% 선도)과 이에 따른 표준편차를 알아야 한다. 그러나 실제 국내의 경우 시험 데이터가 없기 때문에 JIS의 데이터를 이용하였고, 표준편차를 구하기 위해서는 차체구조물에 사용되었던 SS400 피로시험 데이터를 이용하여 표준편차를 구하였다. 그림 1은 SS400 시험편의 피로시험 데이터이며 표준편차는 0.11 이고 이에 대한 S-N 곡선은 다음과 같이 표현된다.

$$\text{파손확률 } 50\% : \sigma_r = 53.49 N^{-0.0416} \quad (1)$$

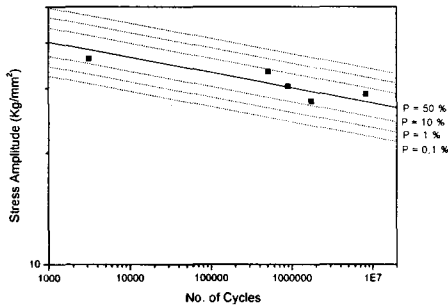


Fig. 1. SS400 S-N 시험 선도

이로부터 부품의 파손확률에 따른 피로선도를 구하면 그림 2와 같으며 이에 대한 S-N 선도는 다음과 같다.

$$\text{파손확률 } 50\% : \sigma_r = 397.36 N^{-0.263} \quad (2)$$

$$\text{파손확률 } 10\% : \sigma_r = 363.73 N^{-0.263} \quad (3)$$

$$\text{파손확률 } 1\% : \sigma_r = 338.29 N^{-0.263} \quad (4)$$

$$\text{파손확률 } 0.1\% : \sigma_r = 320.98 N^{-0.263} \quad (5)$$

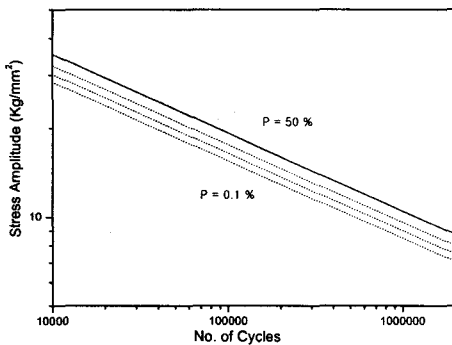


Fig. 2. 부품 S-N 선도 (SS400 용접부)

2.2 수명평가 및 안전계수

표준전동차 주행장치의 수명을 주행거리 3,000,000 Km 라고 하면 수정 Miner의 법칙에 따른 시험구간 2.4Km에 대한 누적피로손상은 $D=n/N=2.4/3000000=8 \times 10^{-7}$ 이다.

따라서 2.4Km의 시험구간에서 각 부위에서 측정된 실동응력 이력으로부터 계산된 피로누적손상이 8×10^{-7} 의 몇 %가 되는 가를 계산하고, 측정된 응력이력에 어느 정도의 응력증분계수를 곱하면 누적손상이 8×10^{-7} 이 되는 가를 계산하여, 피로누적손상을 고려한 안전수명설계(유한수명설계)기준에 의해서 피로손상 안전계수를 구하였다.

안전계수=파손누적피로손상/실제누적피로손상
안전계수는 Miner의 선형누적가설을 적용하여 판단한다. Miner의 가설 또는 Palmgren-Miner의 선형누적가설법칙이라 하는 것은, 피로파괴는 피로하중에 의한 일(work)이 재료가 흡수할 수 있는 일의 총량에 도달했을 때 일어나며, 피로손상은 최대응력이 피로한도 응력보다 큰 경우만 일어난다는 가정 아래 유도된 것으로, 응력 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_3$ 에 대한 일정진폭하중하의 수명을 각각 N_1, N_2, \dots, N_n , 변동하중하의 각 응력에 대한 되풀이수를 n_1, n_2, \dots, n_n 이라 할 때, 피로파괴는 다음 조건을 만족할 때 일어난다는 것이다.

$$\sum_i \frac{n_i}{N_i} = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_n}{N_n} = 1 \quad (6)$$

여기서 n_i/N_i 를 되풀이수 비(cycle ratio)라 하며, 되풀이수 비의 합, $\sum(n_i/N_i)$ 은 누적피로손상(cumulative fatigue damage)을 나타내게 된다.

변동하중하에서의 변동응력 범위 σ_r 와 구조물 부재가 파단에 이르기까지의 하중 반복횟수 N의 관계는 다음의 식과 같이 표현될 수 있다.

$$\sigma_r^m N_i = C \quad (7)$$

여기서, m, C : 재료상수

해석에 사용된 응력 스펙트럼은 대차의 가장 취약부에 부착한 3축 게이지 신호의 스트레인으로부터 계산하였으며 이렇게 얻은 파형은 그림과 같다.

3. 한계상태방정식을 사용한 평가

3.1 신뢰성 지수

정확한 파손확률의 수학적 해석을 위해서는 각각의 확률변수 X_1, X_2, \dots, X_n 로 구성된 결합확률밀도함수(joint probability density function)를 구하여 이를 적분하여야 한다. 그러나 결합확률밀도함수의 유도 및 적분이 난해한 경우가 대부분으로 해석이 용이하지 않다. 결합확률밀도함수가 주어진 경우 파손기준을 적용한 한계상태방정식(limit state function) $g(X)$ 를 수식으로 구성한다. 수식의 구성은 한계상태방정식이 0보다 크면 파손이 발생하지 않으며, 음의 값을 가지면 파손이 발생하도록 한다. 따라서 파손확률의 계산은 다음의 수식과 같이 한계상태방정식이 음의 값을 갖는 범위에 대한 적분을 수행하면 된다.

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) > 0 \quad (\text{safe}) \quad (8)$$

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0 \quad (\text{unsafe}) \quad (9)$$

$$P_f = P\{g(X_1, X_2, \dots, X_n) < 0\} \quad (10)$$

여기서 확률변수 X_i 는 항복강도, 탄성계수, 중성자 조사량 등이 될 수 있으며, 조건을 나타내는 한계상태방정식 $g(X_i)$ 는 파괴역학 및 재료역학의 조건이 될 수 있다. 이러한 수식의 구성 및 적분의 계산이 가능하다면 FORM(First Order Reliability Method), SORM(Second Order Reliability Method)의 적용없이 파손확률의 예측이 가능하다.

반면 수식의 구성 및 적분이 용이하지 않은 경우 파손확률의 근사값을 얻기 위해 FORM, SORM을 많이 사용하고 있다. 파손확률의 근사값 계산시 Taylor 급수전개를 사용하며, Taylor 급수의 1차항만을 사용하는 경우 FORM, 2차항까지 사용하면 SORM이라 한다. 위의 과정을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$G = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (11)$$

한계상태방정식의 Taylor 급수의 1차항 전개를 사용하면 새로운 확률변수 G 에 대한 평균(μ_G)과 분산(σ_G^2)이 다음과 같이 얻어진다.

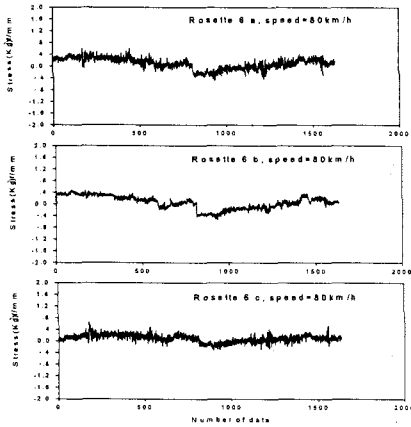


Fig. 3. 대차에서 측정된 응력 파형

그림 3의 파형으로부터 최대 주응력 등가응력으로 환산하였으며 simplified rainflow counting⁽³⁾ 방법을 사용하여 파형의 수와 크기를 계산하였다(그림 4). 이로부터 마이너의 법칙에 의한 평가 결과는 표 1과 같다.

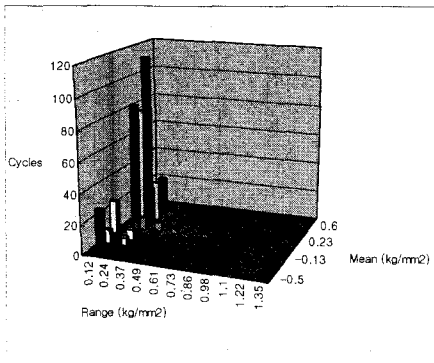


Fig. 4. 응력 범위, 평균, 싸이클 수

Table 1. S-N 모델 평가 결과

파손확률 (%)	S-N 곡선	안전계수
50	$\sigma_r = 397.36 N^{-0.263}$	4.51
10	$\sigma_r = 363.73 N^{-0.263}$	4.13
1	$\sigma_r = 338.29 N^{-0.263}$	3.84
0.1	$\sigma_r = 320.98 N^{-0.263}$	3.64
6.66 E-14	$\sigma_r = 228.66 N^{-0.263}$	2.60

$$\mu_G \approx g(\mu_{x1}, \mu_{x2}, \dots, \mu_{xn}) \quad (12)$$

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{\partial g}{\partial X_j} Cov(X_i, X_j) \quad (13)$$

여기서, $Cov(X_i, X_j)$ 는 X_i 와 X_j 의 공분산이다.

한계상태방정식 $g(X)$ 에 대한 파괴확률은 새로운 확률변수 G 가 0보다 작을 확률이므로 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$P_f = P(G \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_G}{\sigma_G}\right) = \Phi\left(-\frac{\mu_G}{\sigma_G}\right) \quad (14)$$

여기서 한계상태방정식의 표준편차에 대한 평균의 비인 μ_G/σ_G 를 신뢰도 지수(Reliability Index)라 하며 β 로 정의한다. 파괴확률 P_f 와는 다음과 같은 관계가 있다.

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad \text{여기서 } \beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} \quad (15)$$

위에서 설명한 일계이차모멘트법인 FORM에서는 한계상태방정식의 구성방법에 따라 파손확률에 차이가 발생할 수 있음에 유의할 필요가 있다.

3.2 한계상태 방정식

해석에 사용된 S-N 선도는 식(2)와 같이 파손 확률 50% 선도이며 등가응력 계산을 위하여 변형하면 식(16)과 같다. 하중이력에 대한 등가응력은 식(17)으로 계산하였고 계산된 결과는 Table 2와 같이 0.38 kg/mm²이다.

$$NS^m = C \quad (16)$$

여기서 $m=3.8$, $C=7.64 \text{ E}9$

$$\sigma_e = \sqrt[m]{\sum_{i=1}^n f_i \sigma_i^m} \quad (17)$$

여기서 σ_e : Miner의 평균 등가응력

σ_i : 블록 i 의 응력

f_i : 블록 i 에 해당하는 응력의 사이클 수

m = S-N 곡선의 기울기

n_b = 응력 블록의 수

한계상태방정식(Limit state function)은 식(18) 또는 식(19)와 같이 주어지며 식에서 확률변수로는 등가응력(σ_e), 피로파손율(Δ), S-N 선도의 계수(A), 등가응력에 대한 불확실도(k_s)로서 4가

지이다. 이러한 확률변수 중 σ_e , Δ , A는 대수 정규 분포로 k_s 는 정규분포로 가정하였으며 이에 대한 데이터는 Table 2에 나타내었다. 이로부터 신뢰성지수 β 를 구하고 또한 파손확률을 구할 수 있다.

$$g1 = \frac{\Delta * A}{k_s^m \sigma_e^m} - N_f \quad (18)$$

또는

$$g1' = \log(\Delta) + \log(A) - m \log(\sigma_e) - m \log(k_s) - \log(N_f) \quad (19)$$

여기서 Δ : 피로손상률(fatigue damage ratio)

A: S-N 곡선의 N축과의 교점

k_s : 피로 응력 불확실도

N_f : 수명 주기 동안 대차에 작용하는 총 하중 사이클의 수

Table 2. 입력 데이터

Random variable	Mean	Standard Deviation	Distribution type
σ_e	0.38	0.2	Log Normal
Δ	1.0	0.4	Log Normal
A	7.64E9	0.11	Log Normal
k_s	1	0.2	Normal
m	3.8		

3.3 해석결과

측정된 응력으로 신뢰성지수 및 파손확률을 구하면 신뢰성지수는 5.08이고 파손확률은 1.87E-5%이다. 등가응력을 조금씩 크게 하여 해석을 수행하면 Table 3과 같으며 여기서 안전계수는 실제 작용응력에 대한 파손이 일어날 때의 비로서 정의된다.

안전계수=파손변동등가응력/실제변동등가응력

Table 3에서 보듯이 실제응력이 2배가 커지면 신뢰성 지수는 2.77이고 파손확률은 0.28%이고 3배가 커지면 신뢰성지수는 1.41이고 파손확률은 7.92%이다. 이것을 그림으로 나타내면 그림 5, 6과 같다. 그림과 같이 신뢰성 지수가 커질수록

파손확률은 낮고, 안전계수 즉 작용응력이 커질 수록 파손확률은 높아진다.

Table 3. 평가 결과

No.	안전 계수	등가응력 (Se)	신뢰성지수	파손확률(%)
1	1	0.38	5.08	1.87E-05
2	1.2	0.456	4.47	3.87E-04
3	1.4	0.532	3.96	3.79E-03
4	1.6	0.608	3.51	2.23E-02
5	1.8	0.684	3.12	9.11E-02
6	2	0.76	2.77	2.84E-01
7	2.2	0.836	2.45	7.20E-01
8	2.4	0.912	2.16	1.55E+00
9	2.6	0.988	1.89	2.94E+00
10	2.8	1.064	1.64	5.04E+00
11	3	1.14	1.41	7.92E+00

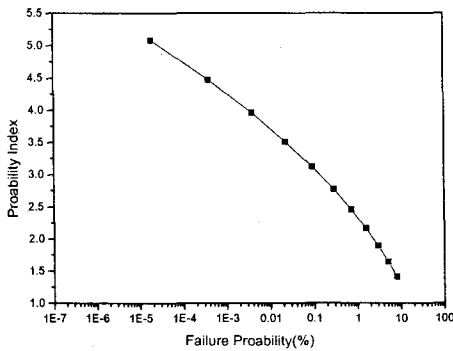


Fig. 5. 파손확률과 신뢰성지수

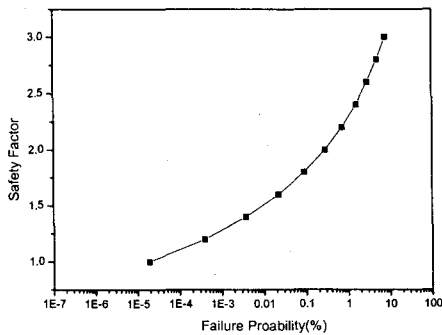


Fig. 6. 파손확률과 안전계수

4. 결론

현재 개발중인 표준전동차 대차 프레임의 구조 건전성 평가 결과 대차의 수명을 주행거리 300백만 km로 할 때 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) S-N 시험 데이터의 확률분포를 이용한 평가에서 파손확률 0.1%일 때 안전계수는 3.64로 안전한 것으로 판단되었다.

2) 한계상태방정식을 이용한 평가에서는 파손확률 0.1 %에서 안전계수가 2.44로 S-N 모델에 서보다 약간 낮으나 역시 안전한 것으로 판단된다.

참고문헌

- (1) 양영순, 서용석, 이재욱, 1999, "구조 신뢰성 공학," 서울대학교 출판부
- (2) 이준성, 2001, "확률론적 파괴역학을 도입한 원전 주요기기의 건전성 평가 연구," 성균관대학교
- (3) Z. Eliahu, T. Vladimir, 1996, "Fatigue Design - Life Expectancy of Machine Parts," A Solomon Press Book