대한기계학회 2001년도 추계학술대회논문집 A pp. 272~277 KSME 01F045

저압 증기 터빈블레이드 강의 P-S-N 선도 평가

김 철 수* · 정 화 영** · 김 정 규†

A Evaluation of $P-S-N$ Curve of Low Pressure Steam Turbine Blade Steel

Chul-Su KIM, Hwa-Young JUNG and Jung-Kyu KIM

Key Words: Correlation Coefficient(상관계수), Coefficient of Skewness (비대칭성 계수), Error-Parameter(오차모수), Log-Normal Distribution(대수정규분포), 2-Prameter Weibull Distribution(2모수 와이블분포), 3-Prameter Weibull Distribution(3모수 와이블분포), Optimization Technique(최적화 기법)

Abstract

In order to evaluate variation of fatigue data of the LP steam turbine blade steel, it is important to estimate $P-S-N$ curves to accurately define the probability distributions. In this study, new procedure is introduced to determine the expression of $P-S-N$ curves. For this purpose, 3-parameter Weibull distribution was found to be most appropriate among assumed distributions when the probability distributions of the fatigue life were examined by the proposed analysis. Furthermore, parameter estimation for $P-S-N$ curves was performed using various optimization to maximize the correlation coefficient. As a result of this, sequential linear programing method is used for estimation of $P-S-N$ curves.

1. 서 론

기계·구조물의 피로강도 및 수명평가의 방법으로는 결정론적인 모델과 확률론적인 모델이 있다. 부품의 피로강도 및 수명은 재료의 불균질성 및 손손상의 변동성 등으로 인하여 결정론적인 모델보다는 확률론적 특성을 고려한 $P-S-N$선도 (probabilistic $S-N$ curve)의 평가가 중요하다. 그러나 확률론적 해석을 위한 피로시험은 다수의 피로수명 자료를 요구하므로 많은 시간과 경제적 비용이 수반되어야 한다. 그러므로 효율적인 해석을 위하여 수개의 적은 피로수명 자료로부터 물리적 현상을 위배하지 않고 보수적인 설계에 적합한 확률론적 모델[1,2]을 얻는 것이 매우 필요하다.

이에 관한 기존의 연구들은 대부분 피로수명자료가 대수정규분포(log-normal distribution)에 따른다는 가정 하에 수행되었다. 예를 들어 Little,[3] 과 Nishijima[4]는 20개 미만의 적은 피로 데이터로부터 정량적으로 $S-N$선도의 추정 방법을 제시하였다. Nakazawa 등[5]은 14개 시험편을 이용한 통계적인 피로시험방법을 소개하고, 이로부터 $P-S-N$선도를 평가하였다. 또한 Ling 등[6]은 적은 피로데이터로부터 3모수 $S-N$선도를 구하고, 최우량추정법(maximum likelihood method)에 의하여 $P-S-N$선도를 평가하였다. 그러나 이상의 연구들은 수개의 피로수명 자료를 이용하여 단순히 대수정규분포에 따른다고 가정함으로서 적합한 확률분포의 선택[1,2]에 따른 합리적인 $P-S-N$선도

* 회원, 한양대학교 대학원
** 비회원, 한양대학교 대학원
† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail: kimj@hanyang.ac.kr
Tel: (02) 2290-0563, FAX: (02) 2291-6707

Table 1 Chemical composition (*wt* %)

Material	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni	V
Test mat.	0.21	0.3	0.42	0.023	0.001	11.77	0.92	0.61	0.27

Table 2 Mechanical properties

Material	Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Elongation (%)	Hardness (HB)	Grain size (No.)
Test mat.	778	993	20.1	304	5~6

를 평가하지 못한 실정이다.

한편 기존의 $P-S-N$선도에서 재료상수 및 모수 추정은 단순한 그래픽 방법[7~8](graphic method)이나 선형회귀법[10], 최우량추정법[6,11,12]등의 해석적인 방법[6,9~12]을 도입하여 평가되었다. 그러나 이들의 방법은 시간 및 경제적인 효율이 떨어지며, 추정된 값과 실제 값 사이의 상관도(correlation)가 낮게 평가될 수 있다.

따라서 본 연구에서는 피로수명자료로부터 적합한 확률론적 분포를 검토하고 이로부터 최적화기법(optimization technique)을 사용하여 $P-S-N$ 선도를 평가하고자 한다.

2. 이론해석 및 실험방법

2.1 재료 및 시험편

본 연구에서 사용된 재료는 12Cr강으로써 실제 저압 증기터빈 블레이드(low pressure steam turbine blade, LP turbine blade)의 마지막단에서 직접 채취한 것이다. 이의 화학성분 및 기계적 성질은 Table 1 및 2와 같다.[13]

Fig. 1은 피로수명을 얻기 위한 회전 굽힘 피로시험편의 형상을 나타낸 것이다. 인장 및 피로시험편의 채취방향은 블레이드의 회전에 따른 원심력에 의한 지름방향으로 변형이 발생하고 증기압에 의한 굽힘력이 작용하므로 길이방향으로 채취하였다.[13]

2.2 피로시험

피로시험은 상온의 대기 중에서 최대굽힘모멘트 30 N·m, 회전수 2870 rpm인 전기모터식 회전굽힘 피로시험기를 사용하였고, 이 때 응력비 R은 -1이다. $P-S-N$선도의 평가를 위한 피로시험 방법

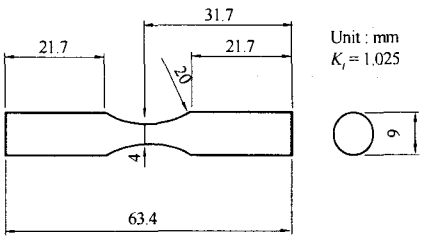

Fig. 1 Configuration of fatigue specimen

은 유한수명영역의 4가지 응력단계에서 총 24개의 피로 시험편을 수행하였다.

2.3 최적화기법을 이용한 모수 평가

가정된 확률분포 중에서 2모수 및 3모수 와이블 분포의 특성 및 $P-S-N$선도의 평가를 위해서는 추정된 값과 실제 값 사이의 상관도가 높은 모수들의 추정이 필요하다.

Fig. 2는 가정된 확률분포의 최적화 기법을 이용한 모수 추정의 정식화 및 연구과정에 관한 흐름도이다. 정식화된 최적화 기법을 사용하기 위하여 사용된 코드는 D.O.T(Design Optimization Tools)[14]이다. 사용된 알고리듬은 수정된 실행가능 방향법(modified method of feasible direction, M.M.F.D), 순차 선형 계획법(sequential linear programing, S.L.P) 그리고 순차 이차 계획법(sequential quadratic programing, S.Q.P)이다.[14]

3. 실험결과 및 고찰

3.1 피로수명의 확률론적 특성

Fig. 3는 R = -1에서 4가지 응력단계에서 수행된 피로시험으로부터 얻어진 $S-N$선도를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 각 응력단계에서 피로수명자료는 변동성을 가지고 있으므로 이에 대한 확률론적 특성을 정확히 결정하는 것이 매우 중요하다.

피로수명의 확률분포에 관한 연구결과[12,15,16]에 따르면, 피로수명분포는 특정한 확률 분포로 가정하여 이의 특성을 평가하는 것이 대부분이다. 그러나 실제로 수개의 피로수명 자료로서는 적합한 확률분포를 가정하는 것은 불충분하므로 다양한 확률분포로부터 합리적인 분포를 선택하는 것이 타당하다.[1,2]

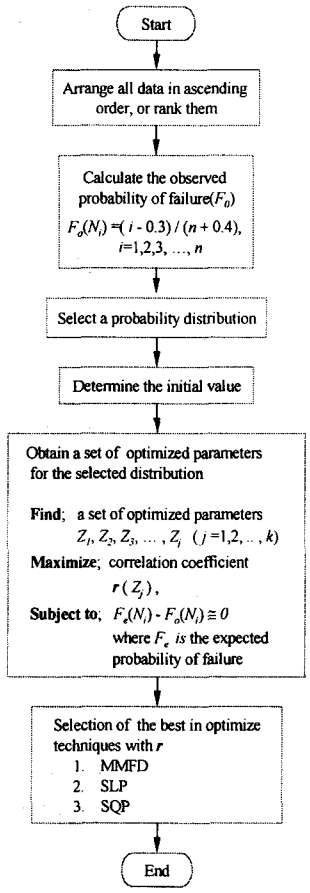

Fig. 2 The flowchart of the optimization technique for parameter estimation

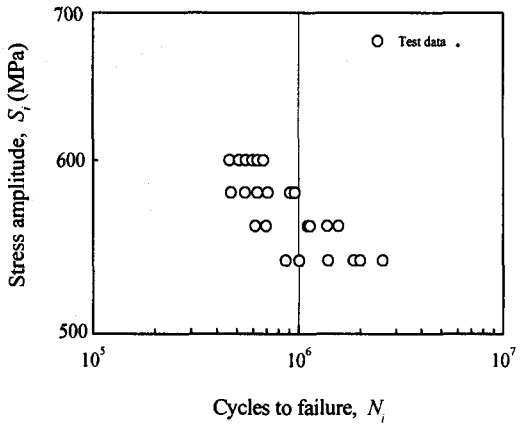

Fig. 3 Results of rotating bending fatigue test for turbine blade steel

Table 3~5은 Fig. 3의 응력과 피로수명과의 관계로부터 각각의 분포들에 대하여 전체 적합효과(total fit effect), 피로 물리적 현상의 일치성(consistency with fatigue physics), 분포끝영역의 적합효과(tail fit effect)의 세가지 사항들을 평가하여 정리한 것이다. 첫 번째로 Table 3에서 전체 적합효과(total fit effects)를 평가하기 위하여 상관계수(the coefficient of correlation, r) 및 임계 상관계수(critical correlation coefficient, r_c)가 평가되었다. 이들은 이전연구[1,2]에 따르면, $r > r_c$ 조건을 만족해야하나 560MPa에서는 대수정규분포가 이를 만족하지 못하며, 그리고 전체적으로 3모수 와이블분포(3-parameter Weibull distribution)의 상관계수값(correlation, r)이 가장 크다. 이는 가정한 분포들

Table 3 The linear correlation coefficients of three distribution and relevant critical values at given significance level α=0.001 for fatigue life data

	3-parameter Weibull, r	2-parameter Weibull, r	Log-normal, r	Critical value, r_c
600 MPa	0.9990	0.9977	09946	0.9636
580 MPa	0.9934	0.9785	0.9946	0.9636
560 MPa	0.9674	0.9694	0.9626*	0.9636
540 MPa	0.9843	0.9799	0.9842	0.9636

(*: violation)

Table 4 The coefficients of skewness for fatigue life data

	3-parameterWeibull	2-parameterWeibull	Log-normal
600 MPa	0.0416	-0.5005*	0.0527
580 MPa	1.1495	-0.0627*	0.1031
560 MPa	0.9806	0.1873	0.1331
540 MPa	0.8794	0.3258	0.1528

(*:violation)

Table 5 The failure probability differences at minimum and sub-minimum lives N_1 and N_2 of the three distribution for fatigue life data

	3모수-Weibull		2모수-Weibull		Log-normal	
Level	d_{f1}	d_{f2}	d_{f1}	d_{f2}	d_{f1}	d_{f2}
600 MPa	0.0003	0.0065	-0.0088	0.0193	0.0146*	0.0032*
580 MPa	0.0003	0.0016	-0.0230	0.0354	-0.0061	0.0215
560 MPa	-0.0179	0.0709	-0.0169	0.0898	0.0051	0.0962
540 MPa	-0.0227	0.0613	-0.0264	0.0719	-0.0100	0.0697

(*:Non-conservative)

중에서 가장 좋은 적합성을 의미한다. 두 번째로 각 분포들의 피로 물리적 현상에서 일치성(the consistency with fatigue physics)을 검토하기 위하여 Table 4에서 비대칭성 상수(the coefficient of skewness)를 평가하였다. 2모수 와이블분포(2-parameter Weibull distribution)는 580MPa 및 600MPa에서 음의 값($g<0$)을 가지며, 대수정규분포는 비대칭성이 0에 근접하므로 이는 비가역적 누적손상(irreversible cumulative damage)[1]에 위배된다. 세 번째로 보수적인 설계를 위하여 Table 5에서 각 분포들의 끝영역(tailed part)에서 실험값과 이론적인 값 사이의 오차모수(error-parameter, d_f)[1]의 차를 평가하였다. 대수정규분포는 600MPa에서 $d_{f1}>d_{f2}$ 이므로 적합성이 위배된다. 이상의 검토로 부터 본 재료의 피로수명에 대한 가장 적합한 확률분포는 3모수 와이블분포임을 알 수 있다. 참고로 Fig. 4는 600MPa에서 누적확률(cumulative probability)를 각각의 누적확률밀도함수로서 나타낸 것이다.

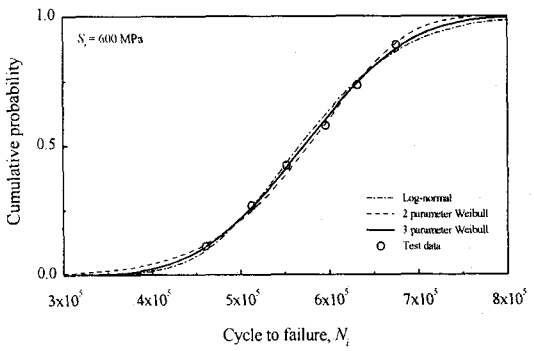

Fig. 4 Comparison of cumulative density functions at S_i=600MPa

3.2 3모수 와이블분포 $P-S-N$선도

기존의 $P-S-N$선도의 연구들은 단순히 대수정규분포에 국한되어 평가되었다.[6,12,15,16] 그러나 본 연구에 사용된 재료의 피로수명에 대한 적합한 확률분포는 3모수 와이블분포이므로 이에 따른 $P-S-N$선도의 평가가 필요하다.

Fig. 5는 와이블분포에 따른 $P-S-N$선도의 평가를 위한 연구흐름을 나타낸 것이다. 먼저 각각의 응력단계에서 피로수명의 메디안(median), N_m 으로부터 식 (2)와 같은 P=50%에서 $S-N$선도를 구한다.

$$S = AN_m{}^B \tag{2}$$

여기서 A, B는 재료상수이다.

$P-S-N$선도의 추정에서 각각의 응력단계에서 서로 다른 변동성이 존재하므로 이를 함께 고려할 수 있는 확률변수가 필요하다. 이의 확률변수는 식 (3)과 같이 대수좌표계의 피로수명과 메디안 값의 차 $\Delta\log N$이다.

$$\Delta\log N_i = \log N_i - \log N_m \quad (i = 1,2,\ldots,n) \tag{3}$$

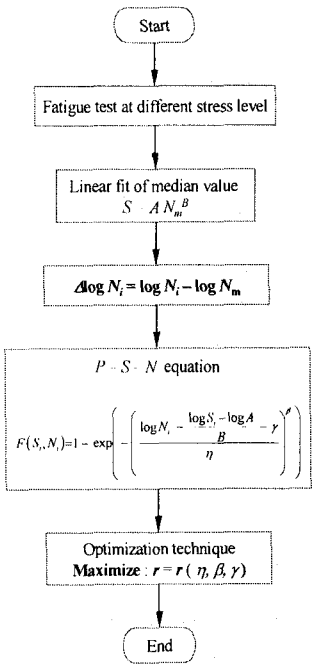

Fig. 5 The flowchart of the optimization technique for parameter estimation of 3-parameter Weibull $P-S-N$ curves

여기서 $\log N_i$과 $\log N_m$은 각각의 응력단계에서 피로수명과 이의 메디안값이다.

식 (2)로부터 식 (3)은 식 (4)와 같이 표현된다.

$$\Delta\log N_i = \log N_i - \frac{\log S_i - \log A}{B} \tag{4}$$

피로수명은 각각의 응력단계에서 3모수 와이블

분포에 따르므로 이의 추정되는 누적밀도함수 (expected C.D.F, $F_e(\Delta \log N_i)$는 식 (5)와 같다.

$$F_e(\Delta \log N_i) = 1 - \mathrm{EXP}\left[-\left(\frac{\Delta \log N_i - \gamma}{\eta}\right)^{\beta}\right] \quad (5)$$

여기서 η, β 그리고 γ는 각각 크기모수(scale parameter), 형상모수(shape parameter) 그리고 위치모수(location parameter)이다. 이로부터 식 (4)와 식 (5)로부터 3모수 와이블 $P-S-N$선도는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_e(S_i, N_i) = 1 - \mathrm{EXP}\left[-\left(\frac{\log N_i - \dfrac{\log S_i - \log A}{B} - \gamma}{\eta}\right)^{\beta}\right] \quad (6)$$

3.3 최적화기법을 이용한 3모수 와이블분포 $P-S-N$ 선도의 평가

실험값과 상관성이 가장 높은 3모수 와이블 $P-S-N$선도를 추정하기 위하여 η, β 및 γ는 Fig. 2의 절차에 따라 다양한 최적화기법을 이용하여 평가되었다. 이때의 정식화는 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{Find;} && \eta, \beta, \gamma \\ &\text{Maximize;} && r(\eta, \beta, \gamma) \\ &\text{Subject to;} && F_e(N_i) - F_o(N_i) \cong 0, \\ & && 1 - \beta < 0, \\ & && \eta > 0, \ \gamma \le \Delta \log N_i \end{aligned} \quad (7)$$

Fig. 6은 Fig. 2의 절차에 따라 다양한 최적화기법을 사용하여 얻어진 $\Delta \log N_i$에 대한 누적밀도함수를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 M.M.F.D법 및 S.Q.P법 보다 S.L.P법에 의하여 추정된 누적밀도함수가 시험결과에 가장 잘 일치함을 알 수 있다. 이는 각각의 방법에 의하여 얻어진 상관계수 값들을 정리한 Table 6에서 정량적으로 확인된다. 따라서 식 (6)에서 모수들의 추정시 S.L.P법에 의하여 평가하는 것이 타당하다.

한편, 본 연구에서 제안된 3모수 와이블 $P-S-N$선도의 유효성을 검증하기 위하여 Weibull이 제안한 기존의 방법[8]과 비교하였다. Fig. 7은 Weibull 방법[8]과 S.L.P법에 의한 식 (6)의 3모수 와이블 $P-S-N$선도를 비교한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 P=1% 및 P=50%에서는 두가지 방법에서 크게 차이가 없지만 P=99%에서 기존의 Weibull 방법은 실험값과 매우 벗어남을 보인다. 이의 원인은 단순한 그래픽방법에 의하여 모수가 추정됨으로서 각각 응력단계의 피로수명의 변동성을 정확히 평가되지 않았기 때문이라고 사료된다. 그러나 본 연구에서 제안된 (6)의 $P-S-N$선도는 기존의 Weibull 방법[8]과 달리 피로수명자료의

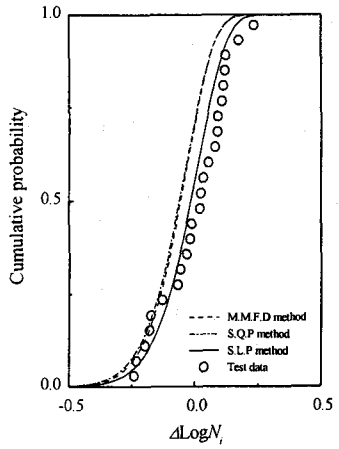

Fig. 6 Comparison of cumulative density functions of $\Delta \log N$ with the optimization techniques

Table 6 A comparison of correlation coefficient obtained by M.M.F.D, S.L.P and S.Q.P methods

	M.M.F.D	S.L.P	S.Q.P
Correlation coefficient	0.9770	0.9810	0.9787

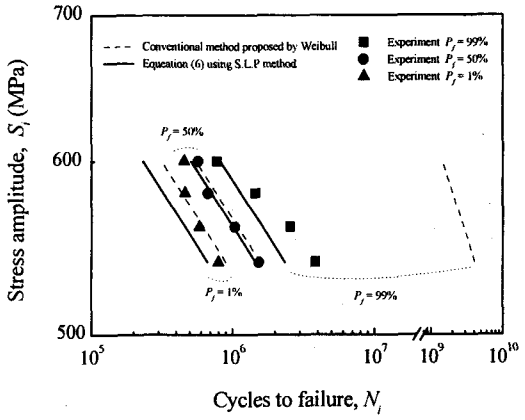

Fig. 7 Comparison of 3-parameter Weibull $P-S-N$ curves obtained by the two method and test results

센소링 과정(censoring process)[8]을 거치지 않으므로 매우 효율적으로 평가될 수 있다. 결론적으로 각각의 응력단계에서 피로수명의 자료들은 본 연구에서 제안한 식 (6)의 3모수 와이블 $P-S-N$선도로서 평가되는 것이 합리적이다.

4. 결 론

본 연구에서는 저압 증기터빈 최종단 블레이드에서 채취된 시험편으로부터 회전굽힘 피로시험을 수행하고, 피로수명자료로부터 적합한 확률론적 분포를 검토하였다. 이로부터 최적화기법(optimization technique)을 사용하여 $P-S-N$선도를 제안하였다. 얻어진 결론은 다음과 같다.

1. 각각의 응력단계에서 피로수명자료로부터 확률론적 특성(correlation coefficient, fatigue physics, tail fit effect)을 평가한 결과, 가장 적합한 분포는 3모수 와이블분포임을 알 수 있었다.

2. 각 응력단계의 피로수명의 변동성을 고려하기 위하여 3모수 와이블 $P-S-N$선도의 평가식이 제안되었으며, 이의 식은 다음과 같다.

$$F_e(S_i, N_i) = 1 - \mathrm{EXP}\left[-\left(\frac{\log N_i - \frac{\log S_i - \log A}{B} - \gamma}{\eta}\right)^{\beta}\right]$$

3. 제안된 3모수 와이블 $P-S-N$선도의 평가식에서 세가지 모수들은 다양한 최적화기법을 이용하여 평가되었으며, 이중에서 S.L.P법에 의하여 평가하는 것이 가장 타당하다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참고문헌

(1) Y.-X. Zhao, Q. Gao, J.-N. Wang, 2000, *Reliability Engineering and System Safety,* Vol. 12, pp.1～7.

(2) Y.-X. Zhao, Q. Gao, X.-F. Sun, 1998, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures,* Vol.27, pp.781～790.

(3) R.E. Little, 1977, *Probabilistic Aspect of Fatigue ASTM STP 511,* pp.29～42.

(4) S. Nishijma, 1987, *Statistical Research on Fatigue and Fracture, The Soc. Mater. SCi.,* pp.1～15.

(5) Nakazawa. F, Kodama, S., 1987, *Statistical S-N Testing Method with 14 Specimens, JSME Standard Method for Determination of S-N Curves, Statistical Research on Fatigue and Fracture*, Elsevier Science, New York, pp.59～69.

(6) Jing Ling, Jow Pan, 1997, *Int. J. Fatigue,* Vol.19, pp.415～419.

(7) Kececioglu, D. B., *Reliability and Life Testing Handbook*, Vol 1, PTR Prentice. pp.395～408.

(8) W. Weibull, 1961, *Fatigue Testing and Analysis of Results*, Pergamon Press. New York, pp.174～183.

(9) W. Weibull, "Static Strength and Fatigue Properties of Threaded Bolts," 1955, FFA Rep. 59

(10) Li, Yong-Ming, 1994, A General Linear - Regression Analysis Applied to the Weibull Distribution, *IEEE Trans. Reliability,* R-43, pp.255～263.

(11) Rockette, H., Antle, C. E., Klimko, L. A., *J. Am. Statist. Assoc*, Vol. 69 pp.246～249.

(12) "Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life(*S-N*) and Strain-Life (ε-*N*) Fatigue Data," ASTM, Standard E 739-91,

(13) 김철수, 정화영, 김정규, 2001, 대한기계학회 춘계학술대회논문집 A, pp.262～267.

(14) Vanderplaats Research & Development, 1999, DOT-*Design Optimization Tools*, VR&D, Inc.

(15) John R. *et al.* 1996, *Metals Handbook Ninth Edition Vol.8 Mechanical Testing,* American Society for Metals, pp. 701～706.

(16) Japan Society of Mechanical Engineers, 1994, *S-N Test Method*, JSME S 002, pp. 8～16.