

기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열에 대한 가중함수법의 적용

허성필* · 양원호** · 정기현*** · 현철승***

Application of Weight Function Method to Elliptical Arc Through Cracks at Mechanical Fastener Holes

Sung-Pil Heo, Won-Ho Yang, Ki-Hyun Chung and Cheol-Seung Hyun

Key Words: Weight Function Method(가중함수법), Elliptical Arc Through Crack(타원호형 관통균열), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Mechanical Fastener Hole(기계적 체결홀)

Abstract

Cracks at mechanical fastener holes usually nucleate as elliptical corner cracks at the faying surface of the mechanical joints and grow as elliptical arc through cracks after penetrating the opposite surface. In this study mode I, II and III stress intensity factors at two surface points of elliptical arc through cracks at mechanical fastener holes are analyzed by applying weight function method. The weight function method for two dimensional mixed-mode problem is extended to three dimensional one and it is verified.

1. 서론

볼트나 리벳, 핀 등에 의한 기계적 체결은 체결 강도나 해체 등의 측면에서 우수한 접합 방법이지만, 체결부에서의 응력집중 및 볼트부에 의한 접촉압력 등으로 인해 체결홀로부터 균열이 발생하여 파단에 이르는 경우가 많다. 따라서 이러한 기계적 체결부(mechanical joint)에 대한 파괴역학적 안전성 평가를 위하여 체결홀에 존재하는 임의 형상의 균열에 대한 정확한 응력확대계수(stress intensity factor; SIF)의 해석이 필요하다.

Fawaz^(1,2)는 체결부 시편에 대한 파단면 조사를 통하여 기계적 체결홀에서의 균열은 주로 접합면에서 타원형 모서리균열의 형태로 발생하고, 점

차 두께를 관통하여 타원호형 관통균열(elliptical arc through crack)의 형태로 성장함을 보고하였다.

타원형 균열에 대한 응력확대계수는 3차원 유한요소해석을 통해 신뢰성 있는 값을 구할 수 있으나, 여러 하중조건 및 균열형상에 대한 해를 얻고자 하는 경우에는 모델 구성 및 해석에 많은 시간을 요하게 된다. 가중함수법(weight function method)은 균열 및 균열체(cracked body) 형상에 대한 가중함수와 균열을 포함하지 않은 동일 형상의 구조물에 대한 응력장을 이용하여 효율적으로 응력확대계수를 구할 수 있는 방법이다.

가중함수법의 적용에 관해서는 주로 2차원 균열 및 3차원 타원형 균열의 모드 I 문제에 관하여 많은 연구들이 수행되어 왔으며,^(3,4) Fett 등⁽⁵⁾은 일반적인 2차원 혼합모드 문제에 적용할 수 있는 가중함수법을 제안하였다.

기계적 체결부 균열에 대한 파괴역학적 해석은 주로 관통균열을 대상으로 2차원 해석 모델에 대하여 수행되었다.^(6,7) 3차원 해석 모델에 관해서는 균열 발생의 초기에 해당하는 타원형 모서리균열

* 회원, 성균관대학교 대학원 기계공학과
 ** 회원, 성균관대학교 기계공학부
 *** 회원, 성균관대학교 대학원 기계설계학과

에 대해 Lin과 Smith⁽⁸⁾가 유한요소해석에 의하여, 저자 등⁽⁹⁾이 가중함수법을 적용하여 응력확대계수를 해석한 바 있다. 두께를 관통한 직후에 해당하는 타원호형 관통균열에 대해서는 Fawaz^(1,2)가 유한요소해석에 의해 응력확대계수를 해석하였으나, 접촉부와 균열을 동시에 포함하게 되는 어려움으로 인해 볼트부를 해석에서 고려하지 못하였고, 대칭 균열의 모드 I 문제만을 다루었다.

본 연구에서는 기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열에 대해 가중함수법을 적용하여 혼합모드 응력확대계수를 해석하였다. 2차원 혼합모드 문제에 대한 가중함수법을 3차원으로 확장하여 타원호형 관통균열의 양 표면점에서의 응력확대계수를 해석하고 그 타당성을 검증하였다.

2. 가중함수법

2.1 가중함수법에 의한 혼합모드 응력확대계수

가중함수법은 Fig. 1과 같이 균열을 포함한 구조물에서와 동일한 외력조건에 대하여 균열이 없는 모델의 응력장 $\sigma(x)$ 를 구하고, 식 (1)과 같이 이 응력장과 주어진 균열체 형상에 적합한 가중함수 $h(x, a)$ 와의 곱을 전체 균열길이에 대해 적분하여 응력확대계수를 구하는 방법이다.

$$K = \int_0^a h(x, a) \sigma(x) dx \quad (1)$$

기하학적 대칭성이 존재하지 않는 일반적인 혼합모드 문제에서는 균열면상에 작용하는 수직응력에 대해서도 모드 I, 모드 II 응력확대계수가 모두 나타나며, 전단응력에 대해서도 마찬가지로이다. 구조물에 일반적인 하중이 작용하면 균열면상에는 수직응력과 전단응력이 모두 나타나며, 모드 I, 모드 II 응력확대계수는 이들을 중첩하여 각각 식 (2), (3)과 같이 표현된다.⁽⁵⁾

$$K_I = \int_0^a \{h_I^{(0)}(x, a) \sigma(x) + h_I^{(1)}(x, a) \tau(x)\} dx \quad (2)$$

$$K_{II} = \int_0^a \{h_{II}^{(0)}(x, a) \sigma(x) + h_{II}^{(1)}(x, a) \tau(x)\} dx \quad (3)$$

2.2 타원형 균열에 대한 가중함수법

Fig. 2와 같은 타원형 균열에 대한 가중함수법의 적용에서는 식 (1)에 포함된 응력장과 가중함수가 모두 x, z 의 함수로 표현되며, 따라서 식 (4)와 같이 균열면에 대한 면적적분을 통해 타원형

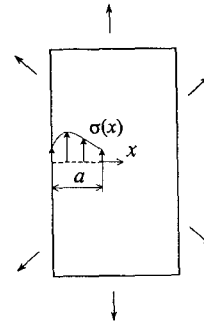


Fig. 1 Weight function method for two-dimensional crack

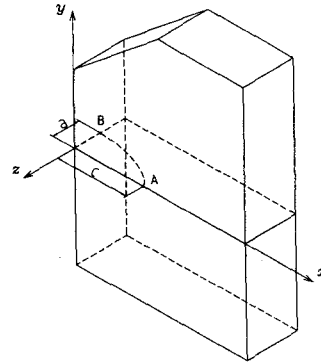


Fig. 2 Weight function method for an elliptical crack

경계를 따른 각 균열선단에서의 응력확대계수를 구하게 된다.

$$K(\phi) = \iint_S h(x, z, a, c; \phi) \sigma(x, z) dS \quad (4)$$

타원형 균열에서는 대부분의 경우에 표면점(surface point)이나 최심점(deepest point)에서 최대 응력확대계수가 나타나며, 정확도와 적용성 측면에서 기존의 대부분의 연구들도 두 선단에서의 응력확대계수에 초점을 맞추고 있다. 3차원 타원형 균열에 대한 가중함수법의 적용에서는 식 (4)에서와 같이 2차원 응력장 및 x, z 의 함수로 표현되는 가중함수를 고려하여 면적적분을 수행해야 하나, 많은 경우에 균열이 없는 모델에서의 응력장을 1차원으로 근사화할 수 있으며, 이 때에는 선적분만으로 응력확대계수를 구할 수 있게 된다. Fig. 2에서 응력장이 두께 방향으로 일정하고, x 방향을 따라서만 변화한다고 가정하면 표면점 A와 최심점 B에서의 응력확대계수를 각각 식 (5), (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$K_{(A)} = \int_0^c h_{(A)}(x, a, c) \sigma(x) dx \quad (5)$$

$$K_{(B)} = \int_0^c h_{(B)}(x, a, c) \sigma(x) dx \quad (6)$$

3. 타원호형 관통균열의 응력확대계수

3.1 가중함수법의 적용

Fig. 3과 같이 일축 인장력을 받고 있는 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열은 혼합모드 상태에 놓이며, 따라서 식 (2), (3)과 같은 2차원 혼합모드 문제에 대한 가중함수법을 3차원으로 확장하여 모드 I, 모드 II, 모드 III 응력확대계수를 표현한다.

타원호형 관통균열의 선단 A에서는 Fig. 3의 좌표축을 기준으로 전단응력 τ_{xy} 가 모드 II, τ_{yz} 가 모드 III에 해당되며, 각 모드의 응력확대계수는 식 (7)~(9)로 표현된다.

이 식들에 포함된 $\sigma_y(x)$, $\tau_{xy}(x)$, $\tau_{yz}(x)$ 는 균열면이 될 위치에서의 수직응력과 전단응력 분포를 나타내며, 균열이 없는 모델에 대한 응력해석으로부터 얻게 된다. 식 (7)~(9)는 Fett 등⁽⁵⁾에 의해 제시된 2차원 혼합모드 문제에 대한 가중함수법을 3차원으로 확장한 형태이다.

타원호형 관통균열의 선단 B에 대한 가중함수는 $x=c_2$ 에서의 특이성을 포함해야 하며, 전체 균열면 대한 적분을 수행하여야 하므로 함수의 정의역은 $[0, c_1]$ 이어야 한다. 이 두 조건이 만족

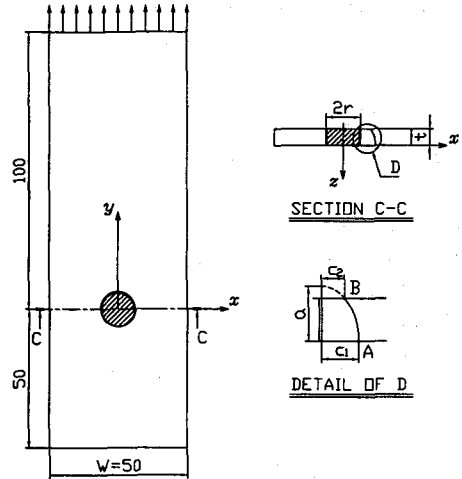


Fig. 3 Configuration of an elliptical arc through crack at mechanical fastener holes

되도록 선단 B에 대한 가중함수는 $[0, c_2]$, $[c_2, c_1]$ 의 두 구간으로 나누어 설정하였다. 따라서 식 (7)~(9)와 같은 응력확대계수 계산을 위한 적분식도 선단 A의 경우와 달리 두 구간으로 나뉘어지게 된다. 또한 선단 B에서의 모드 II와 모드 III 성분을 구별하기 위하여 선단 B에 수직 및 접선 방향인 x' , z' 좌표축을 설정하면 선단 B에서는 τ_{xy} 가 모드 II, τ_{yz} 가 모드 III에 해당된다. 선단 B에 대한 각 모드의 응력확대계수는 적분 구간을 $[0, c_2]$, $[c_2, c_1]$ 으로 나누어 식 (10)~(12)와 같이 표현할 수 있다.

$$K_{I(A)} = \int_0^{c_1} \{h_{I(A)}^{(\sigma_y)}(x, c_1) \sigma_y(x) + h_{I(A)}^{(\tau_{xy})}(x, c_1) \tau_{xy}(x) + h_{I(A)}^{(\tau_{yz})}(x, c_1) \tau_{yz}(x)\} dx \quad (7)$$

$$K_{II(A)} = \int_0^{c_1} \{h_{II(A)}^{(\sigma_y)}(x, c_1) \sigma_y(x) + h_{II(A)}^{(\tau_{xy})}(x, c_1) \tau_{xy}(x) + h_{II(A)}^{(\tau_{yz})}(x, c_1) \tau_{yz}(x)\} dx \quad (8)$$

$$K_{III(A)} = \int_0^{c_1} \{h_{III(A)}^{(\sigma_y)}(x, c_1) \sigma_y(x) + h_{III(A)}^{(\tau_{xy})}(x, c_1) \tau_{xy}(x) + h_{III(A)}^{(\tau_{yz})}(x, c_1) \tau_{yz}(x)\} dx \quad (9)$$

$$K_{I(B)} = \int_0^{c_2} \{h_{I(B),1}^{(\sigma_y)}(x, c_2) \sigma_y(x) + h_{I(B),1}^{(\tau_{xy})}(x, c_2) \tau_{xy}(x) + h_{I(B),1}^{(\tau_{yz})}(x, c_2) \tau_{yz}(x)\} dx \\ + \int_{c_2}^{c_1} \{h_{I(B),2}^{(\sigma_y)}(x, c_2) \sigma_y(x) + h_{I(B),2}^{(\tau_{xy})}(x, c_2) \tau_{xy}(x) + h_{I(B),2}^{(\tau_{yz})}(x, c_2) \tau_{yz}(x)\} dx \quad (10)$$

$$K_{II(B)} = \int_0^{c_2} \{h_{II(B),1}^{(\sigma_y)}(x, c_2) \sigma_y(x) + h_{II(B),1}^{(\tau_{xy})}(x, c_2) \tau_{xy}(x) + h_{II(B),1}^{(\tau_{yz})}(x, c_2) \tau_{yz}(x)\} dx \\ + \int_{c_2}^{c_1} \{h_{II(B),2}^{(\sigma_y)}(x, c_2) \sigma_y(x) + h_{II(B),2}^{(\tau_{xy})}(x, c_2) \tau_{xy}(x) + h_{II(B),2}^{(\tau_{yz})}(x, c_2) \tau_{yz}(x)\} dx \quad (11)$$

$$K_{III(B)} = \int_0^{c_2} \{h_{III(B),1}^{(\sigma_y)}(x, c_2) \sigma_y(x) + h_{III(B),1}^{(\tau_{xy})}(x, c_2) \tau_{xy}(x) + h_{III(B),1}^{(\tau_{yz})}(x, c_2) \tau_{yz}(x)\} dx \\ + \int_{c_2}^{c_1} \{h_{III(B),2}^{(\sigma_y)}(x, c_2) \sigma_y(x) + h_{III(B),2}^{(\tau_{xy})}(x, c_2) \tau_{xy}(x) + h_{III(B),2}^{(\tau_{yz})}(x, c_2) \tau_{yz}(x)\} dx \quad (12)$$

3.2 가중함수의 결정

기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열에 가중함수법을 적용하기 위하여 먼저 균열이 없는 모델에 대한 응력해석을 수행하였다. Fig. 4는 해석에 사용된 유한요소망을 나타낸 것으로 대칭성을 고려하여 1/4만을 모델링하였고, 볼트부는 강체요소(rigid element)를 사용하여 표현하였으며, 홀 주위는 접촉조건이 만족되도록 상세하게 요소망을 구성하였다. 사용된 재료는 탄성계수가 68.95GPa, 푸아송의 비가 0.25인 알루미늄이며, 유한요소해석은 상용 프로그램인 ABAQUS를 이용하였다.

Fig. 5는 작용하중에 수직인 면에서 반지름 방향을 따른 수직응력의 분포를 나타낸 것으로 평판의 표면에서와 중심에서의 결과를 함께 나타내었다. 그림에서 평판의 표면에서와 중심에서의 응력 차이가 크지 않고, x방향을 따른 변화가 동일한 형태임을 볼 수 있으며, 이는 전단응력의 경우에도 마찬가지이다. 따라서 본 연구에서는 균열이 없는 모델의 응력장을 두께 방향으로 일정한 1차원 응력장으로 가정하여 3.1절의 절차를 따라 가중함수법을 적용하였다.

타원호형 관통균열의 선단 A에서의 모드 I, 모드 II, 모드 III 응력확대계수를 구하기 위해서는 식 (7)~(9)에 포함된 9개의 가중함수를 결정해야 한다. 선단 A에 대한 가중함수들은 $x=c_1$ 에서의 특이성을 고려하여 $1-x/c_1$ 항의 급수형태로 설정하며, 이 중 $h_{1(A)}^{(\sigma)}$ 는 4개의 항으로 구성하면 식 (13)으로 표현된다.

$$h_{1(A)}^{(\sigma)} = \sqrt{\frac{2}{\pi c_1}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-x/c_1}} + D_{1(A),1}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_1}\right)^{1/2} + D_{1(A),2}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_1}\right)^{3/2} + D_{1(A),3}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_1}\right)^{5/2} \right\} \quad (13)$$

가중함수에 포함된 미정계수들을 결정하기 위하여 유한요소해석을 통해 균열면상에 작용하는 기준하중에 대한 응력확대계수를 미리 구해놓고, 이 하중조건에 대하여 가중함수법을 적용하였다. σ_y 에 대하여 식 (14)와 같은 형태의 기준하중을 설정하였고, 전단응력에 대해서도 같은 형태로 설정하였다.

$$\sigma_y(x) = \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{c_1}\right)^n \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (14)$$

식 (13)에 포함된 3개의 미정계수를 구하기 위하여 식 (14)에서 n 이 0, 1, 2에 해당하는 3개의

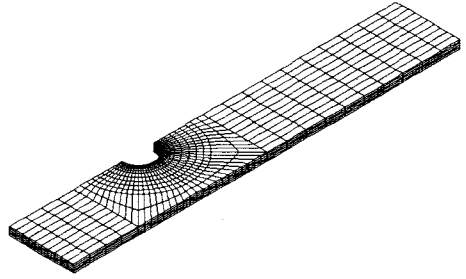


Fig. 4 Finite element mesh for an uncracked plate with a mechanical joint

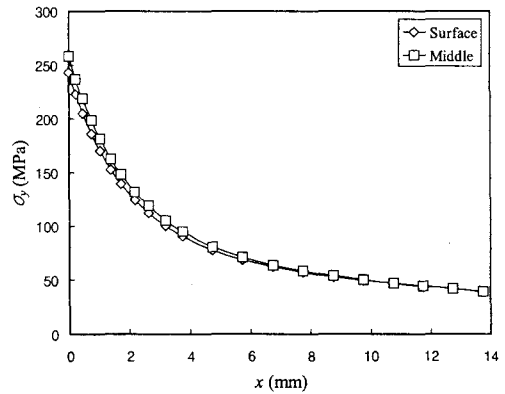


Fig. 5 Normal stress distribution for an uncracked plate with a mechanical joint

기준하중을 고려하고 이들에 대하여 식 (15)~(17)과 같이 가중함수법을 적용한다.

$$\int_0^{c_1} h_{1(A)}^{(\sigma_y)}(x, c_1) \sigma_0 dx = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F_{1(A),1}^{(\sigma_y)} \quad (15)$$

$$\int_0^{c_1} h_{1(A)}^{(\sigma_y)}(x, c_1) \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{c_1}\right) dx = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F_{1(A),2}^{(\sigma_y)} \quad (16)$$

$$\int_0^{c_1} h_{1(A)}^{(\sigma_y)}(x, c_1) \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{c_1}\right)^2 dx = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F_{1(A),3}^{(\sigma_y)} \quad (17)$$

위 식에서 $F_{1(A),1}^{(\sigma)}$, $F_{1(A),2}^{(\sigma)}$, $F_{1(A),3}^{(\sigma)}$ 는 세 기준하중에 대한 무차원 응력확대계수로, 균열면상에 각각의 $\sigma_y(x)$ 를 가하여 유한요소해석을 통해 얻을 수 있다. 이들 적분을 수행하여 정리하면 3개의 연립방정식이 세워지며 이를 풀면 가중함수 $h_{1(A)}^{(\sigma)}$ 에 포함된 3개의 미정계수를 구할 수 있게 된다.

타원호형 관통균열의 선단 B에서의 모드 I, 모드 II, 모드 III 응력확대계수를 구하기 위해서는 식 (10)~(12)에 포함된 가중함수들을 결정해야

한다. 선단 B에 대한 각 가중함수는 3.1절에 언급한 바와 같이 $[0, c_2]$, $[c_2, c_1]$ 의 두 구간으로 나누고, $x=c_2$ 에서의 특이성을 고려하여 설정하며, 이 중 $h_{1(B)}^{(\sigma)}$ 는 두 구간에 대하여 각각 식 (18), (19)로 표현된다.

$$h_{1(B),1}^{(\sigma)} = \sqrt{\frac{2}{\pi c_2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-x/c_2}} + D_{1(B),1}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_2}\right)^{1/2} \right. \\ \left. + D_{1(B),2}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_2}\right)^{3/2} + D_{1(B),3}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_2}\right)^{5/2} \right\} \quad (18)$$

$$h_{1(B),2}^{(\sigma)} = \sqrt{\frac{2}{\pi c_2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{x/c_2-1}} + D_{1(B),4}^{(\sigma)} \left(\frac{x}{c_2} - 1\right)^{1/2} \right. \\ \left. + D_{1(B),5}^{(\sigma)} \left(\frac{x}{c_2} - 1\right)^{3/2} + D_{1(B),6}^{(\sigma)} \left(\frac{x}{c_2} - 1\right)^{5/2} \right\} \quad (19)$$

두 식에 포함된 미정계수는 하나의 함수에 포함되어 있는 계수임을 나타내기 위해 일련의 번호를 하첨자로 붙여 표현하였다.

선단 B에 대해서는 식 (18), (19)에 포함된 6개의 미정계수를 결정해야 한다. 이에 식 (14)에서 n 이 0~5에 해당하는 6개의 기준하중을 고려하였고, 이들에 대해 식 (15)~(17)과 유사하게 가중함수법을 적용하여 정리하면 6개의 연립방정식을 세울 수 있고 이를 풀면 $h_{1(B)}^{(\sigma)}$ 에 포함된 총 6개의 미정계수를 구할 수 있다.

3.3 가중함수법의 검증

타원호형 관통균열에 대한 유한요소해석의 타당성을 검토하기 위하여 접촉부는 포함되지 않은 상태에서 체결홀에 대칭으로 존재하는 타원호형 관통균열에 대하여 응력확대계수를 해석하고 이를 Fawaz⁽²⁾의 결과와 비교하였다. Fig. 6은 해석에 사용된 유한요소망을 나타낸 것으로 그림에서와 같이 균열 주위를 부분 타원 형상에 적합한 비직교망(nonorthogonal mesh)으로 구성하고, 가상 균열닫힘법(virtual crack closure technique)⁽¹⁰⁾을 적용하여 응력확대계수를 구하였다.

Fig. 7은 균열형상 a/c_1 이 2.0인 경우에 대한 응력확대계수 해석 결과를 두께 방향을 따라 나타낸 것이다. 그림에서 본 해석 결과가 Fawaz⁽²⁾의 결과와 전반적으로 잘 일치함을 볼 수 있다. 또한 저자 등⁽⁹⁾은 2차원 접촉부와 3차원 관통균열을 포함한 유한요소해석의 타당성을 입증한 바 있다. 따라서 본 모델에 대한 유한요소망의 구성과 응력확대계수 계산의 타당성이 검증되었다고 할 수 있겠다.

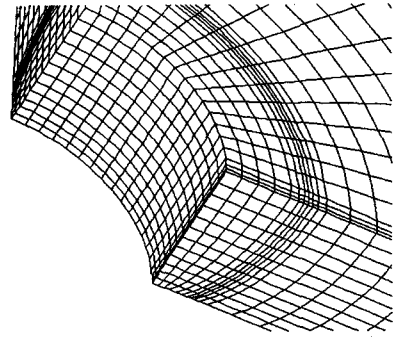


Fig. 6 Finite element mesh for symmetric elliptical arc through cracks at a fastener hole

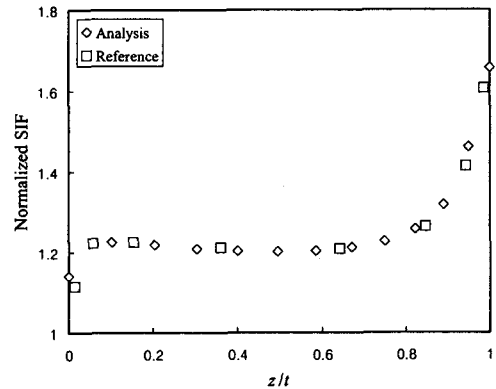


Fig. 7 Stress intensity factors for symmetric elliptical arc through cracks at a fastener hole

각 가중함수에 포함된 미정계수들을 결정하기 위해서는 균열면상에 작용하는 식 (14)와 같은 형태의 기준하중에 대해 유한요소해석을 수행하고 이로부터 응력확대계수를 구해야 한다. Table 1은 $a/t=1.2$ 인 타원호형 관통균열의 선단 A에서의 기준응력확대계수를 구한 결과를 나타낸다.

본 연구에서는 3.2절에서 언급한 바와 같이 선단 A에 대한 가중함수들은 3개씩의, 선단 B에 대한 가중함수들은 6개씩의 미정계수를 포함하는 함수로 설정하였다. 이를 결정하기 위하여 선단 A와 선단 B에 대해서 각각 3개씩과 6개씩의 기준응력확대계수를 해석하였고 표에는 값의 경향을 확인하기 위하여 2개씩의 기준응력확대계수만을 나타내었다.

표에서 전단응력과 모드 I과의 커플링 효과를 나타내는 $F_{1(A)}^{(\sigma)}$ 항과, 수직응력과 모드 II 및 모드

Table 1 Reference stress intensity factors at the tip A of elliptical arc through cracks

a/c_1	1.2	1.5	1.8
$F_{I(A),1}^{(\sigma)}$	1.205	0.9963	0.8660
$F_{I(A),2}^{(\sigma)}$	0.4160	0.3436	0.2996
$F_{I(A),1}^{(\tau)}$	2.42E-3	2.21E-3	4.74E-5
$F_{I(A),2}^{(\tau)}$	5.51E-4	4.23E-5	6.99E-4
$F_{II(A),1}^{(\sigma)}$	9.93E-4	2.35E-3	2.25E-3
$F_{II(A),2}^{(\sigma)}$	1.38E-4	6.17E-4	2.47E-4
$F_{II(A),1}^{(\tau)}$	1.363	1.133	0.9832
$F_{II(A),2}^{(\tau)}$	0.5463	0.4544	0.3946
$F_{III(A),1}^{(\sigma)}$	-1.19E-3	-4.48E-5	-6.52E-5
$F_{III(A),2}^{(\sigma)}$	-3.75E-5	-2.89E-5	-2.99E-5
$F_{III(A),1}^{(\tau)}$	-0.4162	-0.3553	-0.3116
$F_{III(A),2}^{(\tau)}$	-0.2011	-0.1757	-0.1568

III와의 커플링 효과를 나타내는 $F_{II(A)}^{(\sigma)}$, $F_{III(A)}^{(\sigma)}$ 항들은 거의 0에 가까운 값을 나타냄을 볼 수 있으며, 이는 선단 B에 대한 기준응력확대계수도 마찬가지이다. Fett 등⁽⁵⁾의 연구에서와 같은 계면 근방의 균열이나 기하학적 비대칭성이 심한 문제의 경우에는 이러한 값들도 고려되어야 하겠으나, 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열에서는 이 값들을 계수에 포함하는 가중함수들은 응력확대계수 계산에서 고려하지 않아도 될 것이다.

Table 2는 서로 다른 균열형상과 간극조건에 대하여 본 가중함수법을 적용하여 구한 선단 A와 선단 B에서의 모드 I, 모드 II, 모드 III 응력확대계수를 실제의 유한요소해석에 의한 결과와 함께 나타낸 것이다. 표에서 Crack I은 균열형상이 $a/t=1.2$, $a/c_1=1.5$ 이고 간극의 크기가 홀 지름의 5%인 경우이고, Crack II는 $a/t=1.5$, $a/c_1=0.9$ 이고 간극의 크기가 1%인 경우이다. 그리고, WFM은 가중함수법에 의한 결과를 나타내는데, 이는 기준하중에 대한 유한요소해석 결과를 바탕으로 가중함수의 계수를 결정하고, 균열이 없는 모델에 대한 응력해석을 통해 얻은 균열면상의 수직 응력과 선단응력을 적절한 x 의 다항식으로 곡선 적합(curve fitting)한 후 식 (7)~(12)와 같이 이들의 곱을 적분하여 계산한 결과이다. 표에서 FEM은 타당성 검증의 기준이 되는 값으로 타원호형 관통균열과 접촉부를 포함한 3차원 유한요소해석

Table 2 Stress intensity factors for elliptical arc through cracks at mechanical fastener holes by weight function method and finite element method

Position	Mode	Crack I		Crack II	
		WFM	FEM	WFM	FEM
Tip A	$F_{I(A)}$	2.291	2.228	2.309	2.262
	$F_{II(A)}$	0.4231	0.4251	0.4113	0.3904
	$F_{III(A)}$	-0.1291	-0.1314	-0.1226	-0.1222
Tip B	$F_{I(B)}$	3.712	3.656	3.423	3.457
	$F_{II(B)}$	0.3727	0.3868	0.4932	0.4701
	$F_{III(B)}$	-0.3863	-0.3535	-0.4096	-0.4022

을 수행하고 이로부터 응력확대계수를 구한 결과를 나타낸다.

표에서 선단 A와 선단 B에서의 모드 I, 모드 II, 모드 III 응력확대계수 6개의 성분을 모두 고려할 때, 균열형상 및 간극의 크기에 상관없이 가중함수법에 의한 결과가 유한요소해석에 의한 결과와 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다. 그러나 특정의 균열형상에서 선단 B의 모드 III 응력확대계수에 최대 10%정도의 다소 큰 오차가 나타난다. 본 가중함수법에서는 4개의 항으로 구성된 가중함수를 사용하였는데, 만약 항의 수를 증가시키면 이러한 특정 항의 오차도 줄일 수 있을 것으로 생각된다. 또한 균열이 없는 모델에 대한 응력장을 엄밀하게 2차원으로 고려하여 면적적분을 수행하는 가중함수법을 적용하게 된다면 정확도를 더욱 향상시킬 수 있을 것으로 기대된다.

Table 2에서 모드 I 응력확대계수의 경우는 본 연구의 가중함수법에 의한 결과가 최대 3% 내외로 유한요소해석 결과와 잘 일치한다. 그리고 본 연구의 대상인 기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열에 대한 유한요소해석은 3차원 균열과 2차원 접촉부를 포함한 해석이어서 가중함수법의 적용에 필요한 균열 없는 모델에 대한 응력해석에 비해 대단히 많은 해석시간이 소요된다. 따라서 표에 나타난 정도의 오차 범위 내에서 가중함수법에 의한 혼합모드 응력확대계수 해석은 하중조건 및 간극조건을 달리하는 등의 여러 하중조건에 대한 해석에서 충분한 적용성을 갖는다고 할 수 있을 것이다.

4. 결 론

가중함수법을 적용하여 기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열의 양 표면점에서의 혼합모드 응력확대계수를 해석하고 그 타당성을 입증하였다. 2차원 혼합모드 문제에 대한 가중함수법을 3차원으로 확장하였고, 선단 B에 대해서는 특이성과 정의역의 조건을 모두 만족시키기 위하여 가중함수를 두 구간으로 나누어 설정하였다.

본 가중함수법을 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열에 적용하게 되면 여러 하중조건에 대한 해석에서 매우 효율적으로 응력확대계수를 구할 수 있으며 특히 모드 I에 대해서는 매우 신뢰성 있는 결과를 얻을 수 있다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Fawaz, S. A., 1998, "Application of the Virtual Crack Closure Technique to Calculate Stress Intensity Factors for Through Cracks with an Elliptical Crack Front," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 59, No. 3, pp. 327~342.
- (2) Fawaz, S. A., 1999, "Stress Intensity Factor Solutions for Part-Elliptical Through Cracks," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 63, pp. 209~226.
- (3) Glinka, G. and Shen, G., 1991, "Universal Features of Weight Functions for Cracks in Mode I," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 40, No. 6, pp. 1135~1146.
- (4) Wang, X. and Lambert, S. B., 1997, "Stress Intensity Factors and Weight Functions for High Aspect Ratio Semi-Elliptical Surface Cracks in Finite-thickness Plates," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 57, No. 1, pp. 13~24.
- (5) Fett, T., Munz, D. and Tilscher, M., 1997, "Weight Functions for Sub-Interface Cracks," *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 34, No. 3, pp. 393~400.
- (6) Cartwright, D. J. and Parker, A. P., 1982, "Opening Mode Stress Intensity Factor for Cracks in Pin-Loads Joints," *Int. J. of Fracture*, Vol. 18, No. 1, pp. 65~78.
- (7) Ju, S. H., 1997, "Stress Intensity Factors for Cracks in Bolted Joints," *Int. J. of Fracture*, Vol. 84, pp. 129~141.
- (8) Lin, X. B. and Smith, R. A., 1999, "Stress Intensity Factors for Corner Cracks Emanating from Fastener Holes under Tension," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 62, pp. 535~553.
- (9) 허성필, 양원호, 김철, 2001, "가중함수법에 의한 기계적 체결부에 존재하는 타원형 모서리균열의 혼합모드 응력확대계수," 대한기계학회논문집 A권, 제25권, 제4호, pp. 703~713.
- (10) Shivakumar, K. N, Tan., P. W. and Newman Jr., J. C., 1988, "A Virtual Crack-Closure Technique for Calculating Stress Intensity Factors for Cracked Three Dimensional Bodies," *Int. J. of Fracture*, Vol. 36, pp. R43~R50.