

# DSP를 이용한 편로드 유압서보시스템의 $H_\infty$ 최적제어

정 규홍\*

## $H_\infty$ Optimal Control for Single-Rod Hydraulic Servo-System with DSP

GyuHong Jung\*

**Key Words:** Single-Rod Hydraulic Cylinder(편로드 유압실린더),  $H_\infty$  Optimal Control( $H_\infty$  최적제어), Digital Signal Processor(디지털 신호처리기)

### Abstract

Due to the high power to weight ratio and fast response under heavy load, the hydraulic systems are still applied to the development of many industrial facilities such as heavy duty construction vehicles, aerospace/military weapon actuating systems and motion simulators. Unlike the other actuators, single-rod hydraulic cylinder exhibits a lot different dynamic characteristics between the extending and retracting stroke because of the difference in pressure acting areas. In this research, in order to overcome this nonlinear feature,  $H_\infty$  optimal controller was designed and implemented with DSP board that was specifically developed for the experiment. From the experimental result, we could confirm that the overall performance of single-rod hydraulic servo system is similar with the results as we expected in the design stage.

### 1. 서 론

유압서보시스템은 대용량의 부하 구동 시에도 응답특성이 빠르고 액츄에이터의 단위무게 당 출력비가 큰 장점으로 인하여 온도에 따른 점성변화로 성능의 차이가 크고 내재된 비선형특성과 기기의 유지보수가 다소 어렵다는 단점에도 불구하고 건설중장비를 비롯하여 군수용 정밀제어장치, 우주항공산업, 운동재현기 등의 제어응용분야에 적용되고 있다. 특히, 선형 액츄에이터인 편로드 유압실린더(single-rod hydraulic cylinder)는 양로드 유압실린더(double-rod hydraulic cylinder)에 비하여 구조가 간단하고 좁은 공간에서도 설치가능하다는 장점이 있는 반면에 팽창(extending)과 수축(retracting) 행정 시 수압면적의 차이에 의하여 구동속도와 격실 압력에 비선형 특성이 나타나므로 유연한 구동성능을 견지하는 제어기의 설계에 어려움이 따르게 된다.

이와 같은 편로드 유압서보시스템의 단점을 극복하기 위한 방법으로는 편로드 유압실린더가 대칭적인 수압면적의 특성을 갖도록 설계하거나 수압면적의 비대칭성을 보상할 수 있는 비대칭 서보밸브를 적용하는 방안이 연구된 바 있으나 부품자체의 설계변경에 따른 비용의 증가로 인하여 군수용과 같이 엄격한 성능이 요구되지 않는 개발연구에는 적용하기 어려운 실정이며 일반적으로는 비선형특성을 보상할 수 있는 제어알고리즘에 의존하여 서보시스템을 설계한다.

본 연구에서는 운동재현기에 적용되는 편로드 유압서보시스템의 제어성능이 보다 안정적이고 향상된 응답특성을 나타낼 수 있도록 팽창과 수축행정 시의 비선형성을 보상할 수 있는  $H_\infty$  건실제어기를 Kwakernaak의 다항식 접근법(polyynomial approach)을 이용하여 설계하였고 DSP를 이용하여 설계된 제어알고리즘을 구현하였으며 실험을 통하여 성능을 검증하였다.

\* 대전대학교 기계설계공학과

## 2. 유압서보시스템 모델링

Fig. 1 은 편로드 유압실린더와 서보밸브로 구성되는 전기유압식 서보시스템을 나타내며 서보밸브에 의하여 구동되는 편로드 유압실린더의 팽창 및 수축행정은 기초판을 A점에 대하여 회전시키는 운동을 유발시킨다. 이와 같은 페루프 제어시스템의 제어입력은 서보밸브에 인가되는 전압 ( $v_{SV}$ )이며 제어출력은 기초판의 회전각 ( $\theta$ )이다.

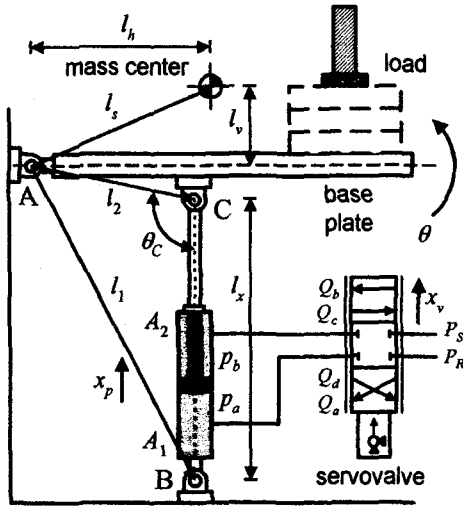


Fig. 1 Single-rod hydraulic servo-system

Fig. 1 의 유압서보시스템에 대하여 유압실린더의 질량과 실린더에 작용하는 마찰력을 무시하여 지배방정식을 세우면 다음과 같다.

- 서보밸브 동특성(servovalve dynamics)

$$T_{SV} \frac{dx_v}{dt} + x_v = K_{SV} i, \quad i = K_a V_{SV} \quad (1)$$

- 유량 방정식(flow equation)

if  $x_v > 0$  (i.e., extending)

$$Q_a = C_d W x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_S - P_a)} \quad (2)$$

$$Q_b = Q_c = 0$$

$$Q_d = C_d W x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_b - P_R)}$$

if  $x_v < 0$  (i.e., retracting)

$$Q_a = Q_c = 0 \quad (3)$$

$$Q_b = -C_d W x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_S - P_b)}$$

$$Q_c = -C_d W x_v \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_a - P_R)}$$

- 연속 방정식(continuity equation)

For chamber A :

$$Q_a - Q_c = A_1 \dot{x}_p + \frac{V_{10} + A_1 x_p}{\beta_e} \frac{dP_a}{dt} \quad (4)$$

For chamber B :

$$Q_b - Q_d = -A_2 \dot{x}_p + \frac{V_{20} - A_2 x_p}{\beta_e} \frac{dP_b}{dt} \quad (5)$$

- 부하 방정식(load equation)

$$J_p \ddot{\theta} = F l_2 \sin \theta_c - M_p g l_s \cos(\theta_s + \theta) \quad (6)$$

Where,  $F$  : cylinder exerting force

$$= (P_a A_1 - P_b A_2)$$

$$\theta_s = \tan^{-1} l_v / l_h$$

## 3. 유압서보시스템의 정특성분석

- 기초판의 회전각에 따른 실린더의 정적부하 정적인 평형상태에서 기초판의 회전각변화에 의하여 편로드 유압실린더에 가해지는 부하는 다음과 같다.

$$F = \frac{M_p g l_s \cos(\theta_s + \theta)}{l_2 \sin \theta_c} \quad (7)$$

- 정상상태에서 각 실린더 격실의 압력

편로드 유압실린더는 수압면적의 차이로 인하여 정상상태 팽창행정 ( $\dot{x}_p > 0$ ) 과 수축행정 ( $\dot{x}_p < 0$ ) 시 발생하는 격실압력이 다음과 같이 다르게 나타난다.

: 팽창행정 시

$$P_{ae} = \frac{P_S + \gamma^2 P_{se}}{1 + \gamma^3}, \quad P_{be} = \frac{\gamma P_S - P_{se}}{1 + \gamma^3}$$

: 수축행정 시

$$P_{ar} = \frac{\gamma^2 (P_S + P_{se})}{1 + \gamma^3}, \quad P_{br} = \frac{\gamma^3 P_S - P_{se}}{1 + \gamma^3}$$

여기서,  $P_{se} = \frac{M_p g l_s \cos(\theta_s + \theta)}{A_2 l_2 \sin \theta_c}$

- 정상상태에서 실린더의 속도비

팽창행정과 수축행정 시의 정상상태 압력을 고려하여 발생하는 실린더의 속도비를 구하면 다음

과 같다.

$$\text{speed ratio} = \frac{|v_e|}{|v_r|} = \sqrt{\frac{\gamma P_s - P_{ge}}{P_s + P_{ge}}} \quad (8)$$

Fig. 2 는 연구대상 유압제어시스템에서 기초판의 회전각 변위에 따른 정적부하의 변화와 속도비를 나타낸다. 기초판의 회전각이 증가될수록 편로드 유압실린더에 가해지는 정적부하가 감소하므로 음의 계수를 갖는 스프링의 효과와 동일하며 이로부터 제어시스템은 개루프 불안정(open-loop unstable) 함을 알 수 있다. 또한 식 (8) 로부터 편로드 유압실린더에 가해지는 정적부하가 없는 경우에는 항상 팽창행정 시의 속도가 수축행정 시의 속도보다  $\sqrt{\gamma} (>1)$  배만큼 크게 되나 정적부하의 크기가 증가할수록 속도비가 작아지게 되며 Fig. 2 로부터 제어대상 유압시스템은 정적부하로 인하여 수축행정 시의 속도가 팽창행정 시의 속도보다 크게 나타남을 알 수 있다. Fig. 3 은 팽창 및 수축행정의 정상상태에서 각 격실에 발생하는 압력을 나타낸다. 모든 기초판의 회전각 범위 내에서 압력의 차이를 보이므로 실린더의 운동방향이 변화되는 순간에서 급격한 압력점프현상이 발생됨을 예측할 수 있다.

#### 4. 유압서보시스템의 동특성식별

유압제어시스템의 응답특성은 유도된 비선형 미분방정식으로 기술될 수 있으나 적용된 서보밸브와 관련된 데이터, 유압실린더에 작용하는 마찰력 등은 엄밀하게 측정되기 곤란한 변수이며 특히, 온도에 따른 성능변화는 간단한 수학적 모델로 고려되기 어려운 물성치이다. 따라서, 본 연구에서는 선형제어이론을 적용하기 위한 유압서보시스템의 공칭선형모델(nominal linear model)을 실험을 통하여 얻어진 입출력 신호로부터 간략한 시스템식별이론을 적용하여 선정하였다. 엄밀한 시스템의 식별을 위해서는 모든 주파수성분이 포함된 입력신호를 선정하여야 하나 불안정한 개루프특성을 갖으며 매우 큰 부하를 구동하는 편로드 유압시스템에서는 식별을 위하여 이러한 입력신호를 인가하여 입출력 데이터를 획득하는 실험이 다소 위험하므로 비례제어기가 적용된 페루프 제어시스템에 대한 실험결과로부터 시스템의 동특성을 식별하였다.

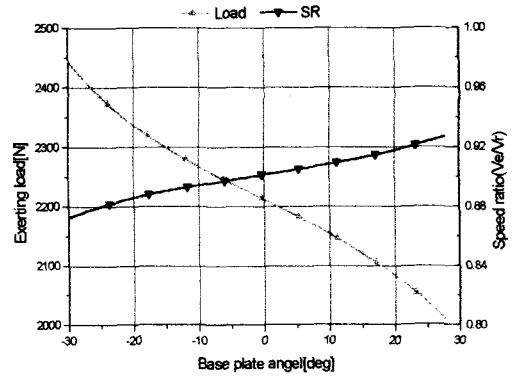


Fig. 2 Load and speed ratio variation

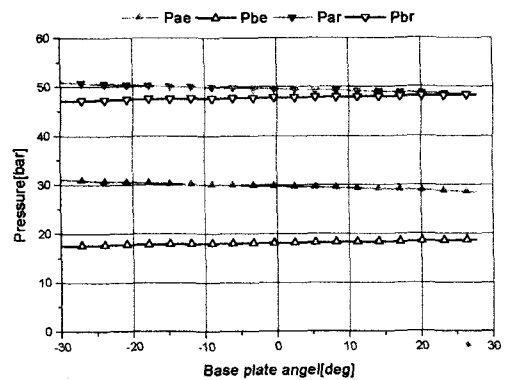


Fig. 3 Steady-state chamber pressure variation

시스템 식별을 위하여 선정된 공칭선형모델의 차수와 형태는 유도된 비선형 미분방정식으로부터 서보밸브의 동특성과 작동유체의 압축성을 무시하여 선형화된 다음과 같은 2차의 전달함수로 가정하였다.

$$H(s) = \frac{K}{(s + \rho_1)(s + \rho_2)} \quad (9)$$

시스템 식별을 위하여 실시된 실험은 실험조건이 식별결과에 미치는 영향을 함께 분석하기 위하여  $\pm 1V, \pm 2V$  의 크기를 갖는 계단파형의 기준입력신호에 대하여 비례제어이득이  $K_p = 0.3, 0.5, 0.7V/V$  인 경우에 대하여 실험을 실시하였으며 식 (9) 와 같이 가정된 선형모델의 시스템 파라미터는 획득된 출력신호와 선형모델과의 오차가 최소화되도록 하는 최소오차 자승법(least square method) 를 이용하였다.

Fig. 4 는 식별을 위하여 실시된 실험결과를 나타낸다. 팽창행정과 수축행정 시 나타나는 편로

드 유압실린더의 응답특성이 상이하며 실린더에 작용하는 정적부하로 인하여 수축행정시의 응답이 빠르게 된다. Table 1 은 획득된 실험결과를 바탕으로 식별된 파라미터를 나타낸다. 모든 경우에 있어서 정특성 분석에서 예측되었던 불안정한 개루프 전달함수의 특성을 나타내었으나 비례제어를 통하여 획득된 데이터를 기준으로 유압시스템에 대한 개루프 전달함수의 파라미터를 구한 결과는 비례제어이득의 값과 인가되는 기준입력신호의 크기가 따라 식별되는 파라미터의 값이 상이함을 확인하였다. 이러한 식별결과는 시스템의 안전을 고려하여 선정된 계단파형의 기준입력신호가 충분히 내재된 동특성을 가진 시키지 못하거나 작동점에 따라 변화되는 유압시스템의 비선형성에 기인하는 것으로 판단되었다. Fig. 5 는  $K_P = 0.5$  에 대하여 식별된 선형모델에 대하여 다른 비례제어이득을 적용하였을 때 실험결과와의 비교를 나타낸다. 비례제어이득이 같은 경우에는 잘 일치하나 다른 경우에는 예상된 바와 같이 다소의 응답의 차이를 나타내었다.

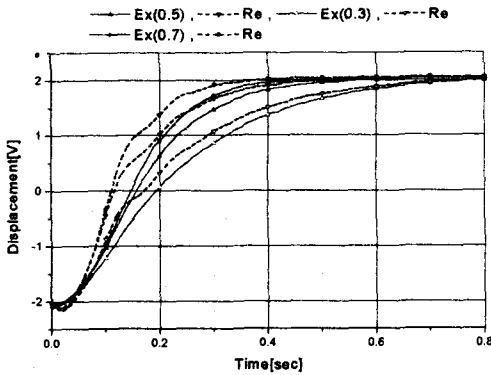


Fig. 4 Experiments for system identification

Table 1 Identified system parameters

$r$	$K_P$	$K, p_1, p_2$		
		extending	retracing	
$\pm 1V$	0.3	409.9, 27.7, -0.251	502.9, 29.3, -0.318	
	0.5	347.2, 27.2, -0.292	410.8, 26.6, -0.367	
	0.7	304.6, 26.4, -0.337	437.6, 29.2, -0.504	
$\pm 2V$	0.3	311.3, 22.2, -0.171	486.7, 30.4, -0.187	
	0.5	221.9, 19.1, -0.158	382.7, 27.4, -0.148	
	0.7		285.5, 23.8, -0.158	

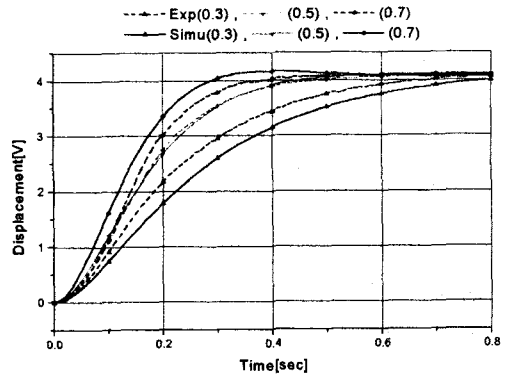


Fig. 5 Nominal model response and experiments

### 5. $H_\infty$ 최적제어기의 설계

$H_\infty$  최적제어는 제어대상 플랜트의 수학적인 모델링 과정에서 나타나는 오차와 플랜트에 작용하는 외란(disturbance) 및 측정신호에 존재하는 잡음(noise)에 대하여 견실한 안정성과 성능을 갖도록 적절하게 선정된 판단함수(criterion)의  $H_\infty$ -norm 이 최소화되도록 제어기를 설계하는 이론이며 수학적인 접근방식에 따라 다양한 설계기법이 존재한다. 본 연구에서는 단일입출력 제어시스템에 대하여 다음 식으로 표현되는 판단함수가 최소화되도록 페루프 제어시스템의 제어기를 설계하는 다항식 접근법을 이용하였다.

$$Z(s) = \sup_{\omega} [ |V(i\omega)S(i\omega)|^2 + |W(i\omega)T(i\omega)|^2 ]$$

여기서,  $S$  와  $T$  는 각각 민감도 함수(sensitivity function) 와 보조 민감도함수(complementary sensitivity function) 을 나타내며  $V, W$  는 각각에 대한 가중함수이다. 요구되는 제어기의 설계목표는 가중함수에 반영되도록 선정하여야 하며 본 연구에서는 다음과 같이 두 가지의 경우에 대하여 가중함수를 선정하여  $H_\infty$  최적제어기를 설계한 후 성능을 검증하였다.

: 가중함수 및 제어기의 전달함수

case I ( $\tau_1 = 1, \tau_2 = 0.05$ )

$$V(s) V^*(s) = \frac{1 + (\tau_1 s)^2}{(\tau_1 s)^2}, \quad W(s) = (1 + \tau_2 s)^2$$

$$G(s) = \frac{s + p_1}{K} \frac{\zeta_0 + \zeta_1 s}{(\tau_1 s)(\theta_0 + \theta_1 s)}$$

case II ( $\tau_1 = 0.5, \tau_2 = 0.05$ )

$$V(s) V^*(s) = \frac{1 + (\tau_1 s)^4}{(\tau_1 s)^4}, \quad W(s) = (1 + \tau_2 s)^2$$

$$G(s) = \frac{s + \beta_1}{K} \frac{\xi_0 + \xi_1 s + \xi_2 s^2}{(\tau_1 s)^2 (\theta_0 + \theta_1 s)}$$

여기서,  $G(s)$  는 설계된  $H_\infty$  제어기의 전달 함수를 나타내며  $\xi_i, \theta_i$  는 설계과정에서 나타나는 비선형 연립방정식의 해이다. 제어대상 플랜트의 공칭선형모델은 가장 응답성이 느린 식별모델을 적용하였다. 플랜트는 Type 0 이므로 패루프 제어시스템은 case I 의 경우에 type I, case II 의 경우에는 type II 로 변화하게 되어 각각 계단 입력과 경사입력의 기준신호에 대하여 정상상태에서 오차가 발생하지 않게 된다. Fig. 6 과 Fig. 7 은 설계된  $H_\infty$  제어기와 비례제어이득이 0.8 인 경우에 대한 응답특성을 비교한 결과이다.

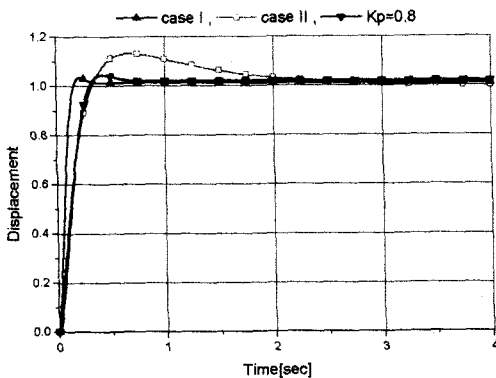


Fig. 6 Step response of each controller

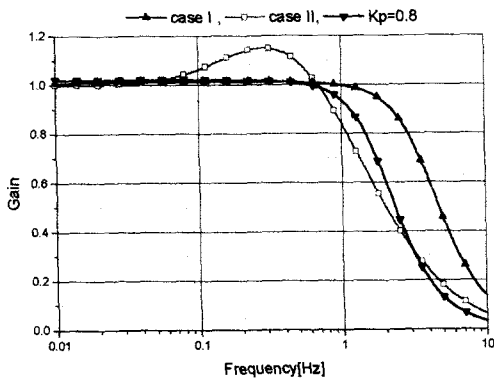


Fig. 7 Frequency response of each controller

## 6. 성능분석실험 및 결과

연속시간영역에서 설계된 제어기의 전달함수는 이산화(discretization) 를 통하여 부동소수점 연산이 가능한 TI社 의 TMS320C31 DSP 에 구현하였다. 사용된 DSP 는 40bit 분해능의 부동소수점 연산이 가능하나 2차 이상의 제어기 전달함수를 IIR(infinite impulse response) 필터로 구현하는 경우에는 반올림 오차(truncation error) 가 발생할 수 있으므로 병렬로 구성되는 1차의 전달함수를 이용하여 IIR 필터로 구현하였다. Fig. 8 은 case I 의  $H_\infty$  제어기에 대하여 이산화된 전달함수의 블록선도를 나타낸다. IIR 필터로 구성되는 제어기의 연산에 소요되는 시간은 수  $\mu s$  이며 A/D 변환과 부가적인 알고리즘의 연산시간을 고려하여  $H_\infty$  제어기의 샘플링 시간은 4KHz(250  $\mu s$ ) 으로 선정하였다.

실험결과와 획득은 DSP 내부의 직렬통신포트를 이용하여 10 ms 주기로 전송되며 PC 에서는 HP-VEE 를 이용하여 수신된 데이터를 파일로 저장하도록 설계하였다. Photo 1 은 본 연구의 실험을 위하여 제작된 DSP 제어기를 나타내며 세부적인 사양은 다음과 같다.

- 1) TMS320C31 40MHz
- 2) 32K word 의 메모리  
: 4개의 AS7C256(32Kx8bit) 으로 구성
- 3) AD7874 A/D converter  
: 12bit 분해능, 4채널, 29KHz/4CH 변환속도
- 4) AD7247A D/A converter(x2)  
: 12bit 분해능, 2채널
- 5) 8251 USART: 직렬통신(38,400baudrate)
- 6) 93C46 EEPROM  
: 1Kbit(64 word), 제어기 변수저장
- 7) 16x4 LCD: 내부정보 표시
- 8) current driver  
: Push-pull circuit with TIP31C, TIP32C

Fig. 9 와 Fig. 10 은 각각 계단 및 경사의 기준 입력신호에 대한 응답을 나타내며 Fig. 11 은 정현파 입력신호를 통하여 확인된 주파수응답이다. 식별된 시스템을 대상으로 예측된 결과와 잘 일치함을 알 수 있으며 특히,  $H_\infty$  제어기 case II 의 경우에는 경사입력에 대해서도 정상상태 오차를 나타내지 않으므로 설계목적에 부합함을 확인하였다.

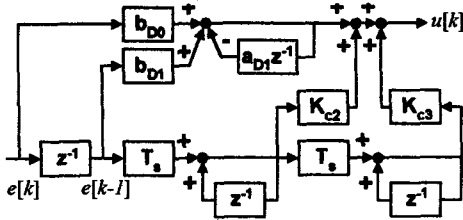


Fig. 8 block diagram of discretized controller

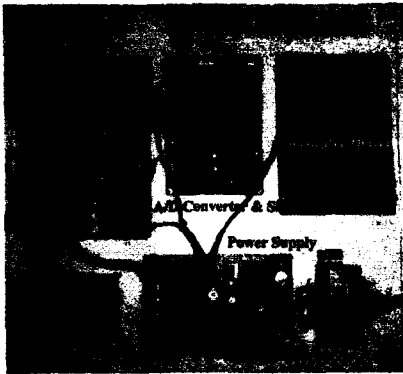


Photo 1 DSP controller

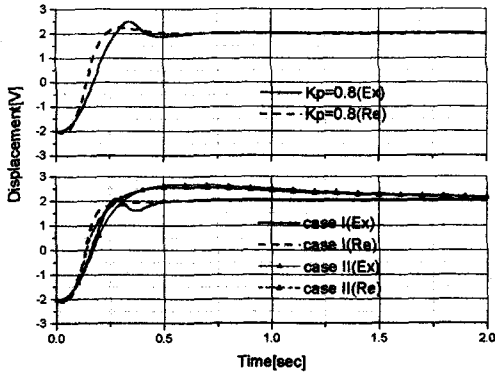


Fig. 9 Step response(experimental results)

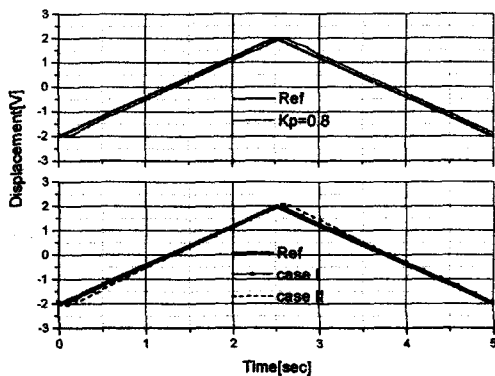


Fig. 10 Ramp response(experimental results)

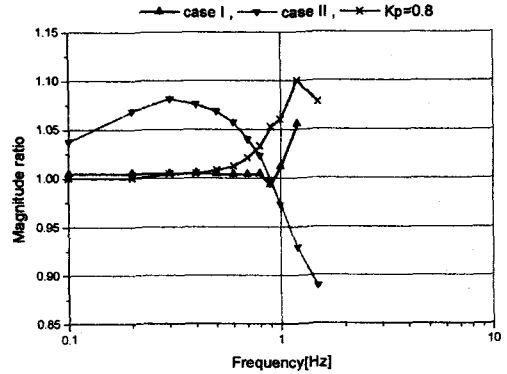


Fig. 11 Frequency response(experimental results)

## 7. 결론

본 연구에서는 팽창과 수축행정 시 작용하는 수압면적의 차이로 인하여 강한 비선형 특성이 내재된 편로드 유압서보시스템을 대상으로  $H_\infty$  최적제어이론을 적용하여 건설한 성능을 견지할 수 있는 제어기를 설계하였으며 선형제어이론의 적용대상이 되는 공칭선형모델의 시스템 파라미터는 비례제어를 이용하여 페루프 제어 시스템을 구성한 후 계단과형의 기준입력신호로부터 획득된 출력신호를 이용하여 식별하였다. 설계된  $H_\infty$  제어기의 전달함수는 부동소수점의 연산이 가능한 DSP 를 활용하여 IIR 필터로 구현하였으며 수행된 실험결과로부터 페루프 제어시스템의 성능이 설계목적에 부합함을 확인하였다.

## 참고문헌

- (1) 이 동권, 1990, "슬라이딩모드를 이용한 편로드 유압실린더의 추종제어특성연구", 서울대학교 공학박사학위논문
- (2) 정규홍, 김대현, 이교일, 1991, "불균형 하중을 갖는 편로드 유압서보시스템의  $H_\infty$  최적제어", 대한기계학회 91년도 춘계학술대회 논문집 ( I ), pp. 259-264
- (3) H. Kwakernaak, 1985, "Minimax frequency domain performance and robustness optimization of linear feedback systems", IEEE Trans., vol. AC-30, No. 10, pp. 994-1004