

향상된 유전알고리듬을 이용한 로터 베어링 시스템의 최적설계

김 영 찬 *. 최 성 필 **. 양 보 석 ***

Optimum Design for Rotor-bearing System Using Advanced Genetic Algorithm

Young-chan Kim, Seong-Pil Choi and Bo-suk Yang

Key Words : Optimum Design(최적설계), Genetic Algorithm(유전 알고리듬), Simplex Method(Simplex 법), Multimodal Function(다봉성 함수), Simple Rotor(단순 회전체)

Abstract

This paper describes a combinational method to compute the global and local solutions of optimization problems. The present hybrid algorithm uses both a genetic algorithm and a local concentrate search algorithm (e. g simplex method). The hybrid algorithm is not only faster than the standard genetic algorithm but also supplies a more accurate solution. In addition, this algorithm can find the global and local optimum solutions. The present algorithm can be supplied to minimize the resonance response (Q factor) and to yield the critical speeds as far from the operating speed as possible. These factors play very important roles in designing a rotor-bearing system under the dynamic behavior constraint. In the present work, the shaft diameter, the bearing length, and clearance are used as the design variables.

1. 서 론

회전기계의 성능향상과 진동 소음의 발생은 서로가 상반된 관계를 가지고 있다. 즉, 기계의 에너지 효율을 향상시키기 위해서는 소형, 경량화, 고속화, 고압화 및 고온화를 통하여 유량, 압력을 최대화하고, 에너지손실을 최소화하지 않으면 안 되게 되고, 이는 기계구조의 강도 개선뿐만 아니라 진동 및 소음을 발생시키는 요인으로 되는 경우가 많다. 따라서 설비들의 최적화가 매우 중요한 문제로 대두되고 있다. 이를 설비의 최적화는 경량화, 저비용 및 고성능을 위해 다수의 설계 파라미터들에 대한 최적값을 찾는데 그 목적이 있으며, 또한 시스템에 포함된 각종 성능 및 형상 파라미터 등을 변수로 하는 다변수 문제의 최소 또는 최대 값을 찾는 것이다. 이러한 문제를 해결하

기 위해 많은 탐색 방법들이 개발되어 왔다^(1~3).

그러나 전통적인 탐색 이론들은 파라미터의 기울기 정보를 필요로 하거나, 탐색 시작점에 따라서 전역 최적해를 찾지 못하고 국부 최적해에 수렴하는 경우가 있으며, 해 공간 내에 존재하는 모든 전역 최적해를 찾지 못한다는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 극복하면서 전역 최적해를 탐색할 수 있는 알고리듬들이 최근 개발되어 왔다. 이중에서 가장 많이 사용되고 있는 것이 유전 알고리듬(genetic algorithm: GA)이다^(4, 5). 유전 알고리듬이란 자연환경에 적응하여가는 생명체의 진화이론을 함수최적화에 적용한 이론으로 어떠한 수치적인 조작이나 파라미터에 대한 사전정보를 필요치 않으며, 또한 주어진 해공간 내에서 다점 탐색(multi-point search)을 동시에 수행하기 때문에 단일점탐색(single-point search)을 이용하는 기존의 알고리듬에 비해 더욱 빠른 계산속도를 갖는 특징이 있다⁽⁶⁾.

본 연구에서는 전역탐색과 국부탐색을 이원화하여 탐색정도와 시간을 향상시키며 동시에 전역

* 회원, 부경대학교 대학원 음향진동공학과

** 회원, 부경대학교 대학원 음향진동공학과

*** 회원, 부경대학교 기계공학부

최적해 뿐만 아니라 필요에 따라서는 국부 최적해도 함께 탐색이 가능한 향상된 유전 알고리듬 (enhanced genetic algorithm: EGA)을 이용하여 터빈발전기용 회전체의 최적설계를 수행하고 그 결과를 나타내었다. 회전체 시스템의 최적설계란 모달해석을 통한 계의 동특성(위험속도, 확대계수, 등)을 특정한 영역으로 이동시키는 것을 목적으로 하는 것으로, 본 논문에서는 위험속도(critical speed), 공진배율(Q_factor) 그리고 저중량 설계를 목적으로 한다. 또한 다양한 설계변수에 대한 감도해석을 통하여 시스템 동특성에 미치는 영향의 정도를 파악하여 우선순위를 결정함으로써 계산시간을 감소시키고 있다.

2. 시스템 해석

복잡한 회전체 시스템의 정확한 해석을 수행하기 위해 가장 많이 적용되고 있는 해석이론중 하나인 유한요소이론을 적용하였다.

$$M \ddot{p} + C \dot{p} + K p = Q^* \quad (1)$$

여기서 $M (= M_r + M_b)$, $C (= -\Omega G + C_b)$ 그리고 $K (= K_b + K_s)$ 는 시스템의 질량행렬, 감쇠행렬과 강성행렬을 의미하며, p 는 변위벡터, Q^* 는 외부에 의해서 주어지는 힘벡터이다.

일반적으로 시스템의 고유치해석의 결과는 다음 식과 같이 얻어지며, 이때 계산된 고유치는 복소고유치이다.

$$\lambda_j = \alpha_j \pm i\omega_j \quad (2)$$

시스템 공진배율(quality factor)은 외부가진 주파수와 시스템이 비감쇠 고유진동수가 일치될 때의 최대진폭을 측정함으로써 얻을 수 있으며 아래와 같이 표현된다.

$$Q_j = \frac{1}{2\zeta_j} = -\frac{\sqrt{\alpha_j^2 + \omega_j^2}}{2\alpha_j} \quad (3)$$

3. 파라미터 감도해석

관심의 대상이 되는 각 파라미터들이 시스템에 기여하는 정도 즉 파라미터 감도해석을 수행함으로써 설계 파라미터들의 중요도를 평가할 수 있다.

$$(\lambda_i A + B) \Phi_i = 0 \quad (4)$$

$$\text{여기서 } A = \begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix}, \Phi_i = \begin{bmatrix} \Phi_{ij} \\ \lambda_i \Phi_{ii} \end{bmatrix} \text{ 이다.}$$

식 (4)를 각각의 설계 파라미터들에 대하여 감도식을 구하면 다음과 같다.

$$\left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial d_j} A + \lambda_i \frac{\partial A}{\partial d_j} + \frac{\partial B}{\partial d_j} \right) \Phi_i + (\lambda_i A + B) \frac{\partial \Phi_i}{\partial d_j} = 0 \quad (5)$$

식 (5)의 좌측에 각각 Φ_i^T 를 곱하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_i}{\partial d_j} \Phi_i^T A \Phi_i + \lambda_i \Phi_i^T \frac{\partial A}{\partial d_j} \Phi_i + \Phi_i^T \frac{\partial B}{\partial d_j} \Phi_i \\ + \Phi_i^T (\lambda_i A + B) \frac{\partial \Phi_i}{\partial d_j} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)을 정리하면 아래와 같은 고유치에 대한 파라미터의 감도식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial d_j} = -\frac{\lambda_i \bar{p}_i' + \bar{q}_i'}{\bar{p}_i} \quad (7)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{p}_i &= \Phi_i^T A \Phi_i = \Phi_{ii}^T C \Phi_{ii} + 2\lambda_i \Phi_{ii}^T M \Phi_{ii} \\ \bar{p}_i' &= \Phi_i^T \frac{\partial A}{\partial d_j} \Phi_i = \Phi_{ii}^T \frac{\partial C}{\partial d_j} \Phi_{ii} + 2\lambda_i \Phi_{ii}^T \frac{\partial M}{\partial d_j} \Phi_{ii} \\ \bar{q}_i' &= \Phi_i^T \frac{\partial B}{\partial d_j} \Phi_i = \Phi_{ii}^T \frac{\partial K}{\partial d_j} \Phi_{ii} + \lambda_i^2 \Phi_{ii}^T \frac{\partial M}{\partial d_j} \Phi_{ii} \end{aligned}$$

식 (3)을 이용하여 Q_factor에 대한 파라미터 감도식을 구하면

$$\frac{\partial}{\partial d_j} Q_i = \frac{\alpha_{ij}}{2\alpha_i} \sqrt{\alpha_i^2 + \omega_i^2} - \frac{\alpha_i \alpha_{ij} + \omega_i \omega_{ij}}{2\alpha_i \sqrt{\alpha_i^2 + \omega_i^2}} \quad (8)$$

여기서

$$\alpha_{ij} = \frac{\partial \alpha_i}{\partial d_j} = \text{Re} \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial d_j} \right), \omega_{ij} = \frac{\partial \omega_i}{\partial d_j} = \text{Im} \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial d_j} \right)$$

축요소의 전체 하중은 다음식과 같이 구할 수 있다.

$$W = \sum_{i=1}^N \rho_i \pi \frac{(d_{oi} - d_{li})^2}{4} \quad (9)$$

여기서 l_i , d_{oi} , d_{ii} 는 i 번째 축의 길이, 외경 그리고 내경을 나타내며, ρ 는 밀도를 그리고 N_e 는 분할된 요소의 수를 각각 나타낸다.

본 논문에서는 설계대상이 되는 파라미터로써 축의 외경을 선택하고 있으므로 다음 식과 같은 감도식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial W}{\partial d_j} = \frac{\rho l_j \pi}{2} (d_{oj} - d_{ij}) \quad (10)$$

4. 향상된 유전알고리듬

본 논문에서는 향상된 유전알고리듬(enhanced genetic algorithm: EGA)⁽⁷⁾을 이용하여 최적화 과정을 수행하였다. EGA은 기존의 함수탐색 알고리듬과는 달리 일정수준(설계자가 요구하는) 이상이 되는 다수의 최적해를 탐색하며, 이원화된 탐색기법을 적용하여 전역최적해(global optimum solution)뿐만 아니라 국소최적해(local optimum solution)도 탐색이 가능한 특징이 있다. 본 이론에 적용된 새로운 전략은 다음과 같다.

4.1 변동 돌연변이

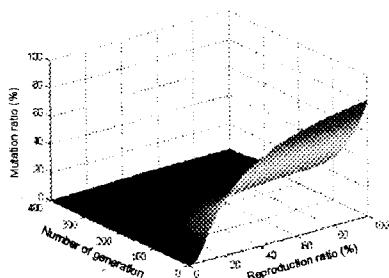


Fig. 1 Mutation rate

전체 해공간 내에 개체를 폭넓게 분포 시킴으로써 초기 전역탐색(Global Search: GS)의 효율을 높이기 위하여 유전자 균일분포법⁽⁸⁾을 적용하였다. 돌연변이율은 식(11)과 같이 세대가 증가할수록 그 값이 지수적으로 감소하며, 동시에 현 세대에 생성된 개체의 수에 따라서 다음 세대의 개체수가 증가 또는 감소하는 변동 돌연변이함수를 다음 식과 같이 설정하였다.

$$M_i = \exp\left(-\frac{D}{5(d_i + 1)} - \frac{4g_i}{G}\right) \quad (11)$$

여기서 g_i 는 i 번째 세대 수, G는 총 세대 수, D는 전체 개체 수, d_i 는 한 세대의 총 개체 수에서 구속조건을 만족한 개체 수이다.

4.2 전역탐색 인정기준

초기 후보해 집단의 수는 설계자에 의해서 요구되는 해의 수를 고려하여 선택되며, 초기 전역탐색의 수렴성을 함수인정기준(function assurance criterion : FAC)⁽⁹⁾에 의해 결정된다.

$$FAC = \frac{|f_{i-1}^T f_i|^2}{(f_{i-1}^T f_{i-1})(f_i^T f_i)} \quad (12)$$

여기서 i 는 세대수를 나타내며, f 는 집단의 함수값, f^T 는 f 의 전치를 나타낸다. 식(12)에서 구해지는 값은 이론적으로 0과 1사이의 값을 가진다. FAC의 값은 설계자가 임의로 설정하는 값으로 1인 경우가 완전히 수렴된 상태이다.

4.3 후보해 집단의 유사도 평가

4.2 절에 의해 동일 최적해의 유사영역에 속한 해들이 얻어진다. 이를 해의 집단간의 유사성을 계산하여 유사집단 중 가장 적응도가 우수한 집단만을 선택하고 나머지는 제거함으로써 전체 탐색회수와 시간을 감소시킨다. 전역탐색에 의해 선택된 초기 후보해들에 대한 집단 상호간의 유사도 평가함수(affinity evaluation function: AEF)는 다음 식과 같다.

$$AEF_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N (x_i - x_j)}{Norm(x)} \quad (13)$$

$$ac_{i,j} = \begin{cases} 1 & : AEF_{i,j} \leq T_a \text{ or } i \geq j \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

여기서 x 는 구성된 전체 후보해 집단을 나타내며, 아래 첨자 i 와 j 는 비교집단과 비교대상집단의 위치를 나타낸다. T_a 는 0에서 1 사이의 값을 가지며 유사도의 한계를 나타내고, ac_{ij} 는 후보해의 유사도를 나타내는 인자이다. 본 연구에서는 T_a 를 0.1로 설정하였다. N은 초기 전체 후보해 집단의 수를 나타내며, 후보해 집단의 수는 찾고자 하는 모든 최적해를 탐색하기 위하여 충분히 크게 설정해야만 하며, 제안된 식은 다음과 같다.

$$N \geq \frac{3N_i}{FAC} + \frac{1-FAC}{0.1 \times FAC} \quad (15)$$

식(15)에서 N_i 는 설계자에 의해 결정되는 최적해의 수를 의미한다.

4.4 탐색범위의 재설정

최종 선택된 전역 후보해 집단은 식(16)에 의해 다음과 같은 후보해 인정벡터에 의해 재탐색에 적용될 후보해 집단을 선택한다.

$$at_i = \sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{j=1}^N \frac{ac_{i,j}}{N} \right\} \quad (16)$$

$$X = \begin{cases} x_i : at_i = 1 \\ del. : otherwise \end{cases} \quad (17)$$

여기서 at_i 는 i 번째 집단의 인정벡터로 0에서 1 사이 값을 갖으며, 1인 경우에 국부 집중탐색에 적용될 최종 후보해로 선정되며 1보다 작은 값을 갖는 경우는 후보해에서 제외(*del.*)된다.

$$S_i = \alpha \times |X_i - X_j|_{\min}, \quad j=1 \sim N, \quad j \neq i \quad (18)$$

식(18)은 각 후보집단들의 재설정 영역의 범위를 결정하는 식이고, X 는 각각의 후보해 집단, α 는 안전율을 의미한다.

4.5 수정된 Simplex 법

Simplex 법은 현재의 주어진 정보를 이용하여 새로운 위치의 정보를 탐색하는 기하학적인 방향성이 있는 탐색 이론이다. Nelder 와 Mead⁽²⁾는 새로운 점의 평가결과에 따라서 탐색단계를 결정하는 수정 이론을 제안하였다. 이 이론은 모두 3 가지 형태의 진행과정을 가진다. 첫번째로 투영된 새로운 점이 기존의 후보점들과 비교하여 가장 높은 함수 값을 갖는 경우, 이 방향으로의 탐색진행은 타당하며 계속적인 진행이 다음식과 같이 이루어진다.

$$X_e = \bar{X} + \gamma(\bar{X} - X_w) \quad (19)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} X_i, \quad i \neq w \quad (20)$$

여기서 X_w 는 X_i 중에서 즉응도가 가장 낮은 함수

값을 갖는 점, X_e 는 임의 방향으로 확장 투영되어 나타난 새로운 점이, γ 는 확장계수이다 ($\gamma > 1$). 둘째로 투영된 점이 기존에 점들과 비교하여 좋지 못한 함수 값을 갖는 경우에는 새로운 위치로의 반사는 다음 식과 같이 된다.

$$X_c = \bar{X} - \beta(\bar{X} - X_w) \quad (21)$$

여기서 X_c 는 축소 투영된 새로운 점이며, β 는 축소계수이다 ($0 < \beta < 1$). 마지막으로 반사된 점이 기존의 점들과 비교하여 두번째로 좋은 함수 값을 갖는 경우에는 식 (21)을 참고하여 다음과 같이 나타낸다.

$$X_c = \bar{X} + \beta(\bar{X} - X_w) \quad (22)$$

이 이론은 국부적인 최적해를 탐색하는 과정을 기하학적으로 진행해나가는 이론이다. 그러나 현실적인 함수 최적화에서는 여러 가지 구속조건과 설계 파라미터의 수정범위가 주어진다. 이것은 비록 해공간 내의 전역 최적해가 탐색되었다 할지라도 구속조건을 만족하지 못한다면 해로서 선택할 수 없다는 것을 의미한다. 따라서 파라미터에 대한 수정범위의 상한 값을 X_{\max} , 하한 값을 X_{\min} 그리고 축소 또는 확장 투영된 결과를 X_r 이라고 정의한다면, 본 연구에서는 다음과 같은 항을 추가적으로 적용하여 이를 해결하였다.

1) 만약 $X_{\max} \leq X_r$ 또는 $X_{\min} \geq X_r$ 인 경우, X_r 를 X_{\min} 또는 X_{\max} 로 대체한다. 이는 변수범위에 대한 구속을 보장한다.

2) 만약 X_r 이 구속조건을 만족하지 못하는 경우, X_r 을 투영전의 점들 중에서 두 번째로 적응도가 낮은 점으로 대체한다. 이는 조건함수에 대한 구속을 보장한다.

5. 최적설계 결과 및 고찰

Fig. 3는 1000MW급 원자력 터빈발전기의 개략도를 나타낸다. 본 연구에서 최적설계 대상이 되는 저압스팀터빈(LP steam turbine)의 축 모델을 Fig. 4에 나타내었으며, Table 1에 중요제원을 표시하였다.

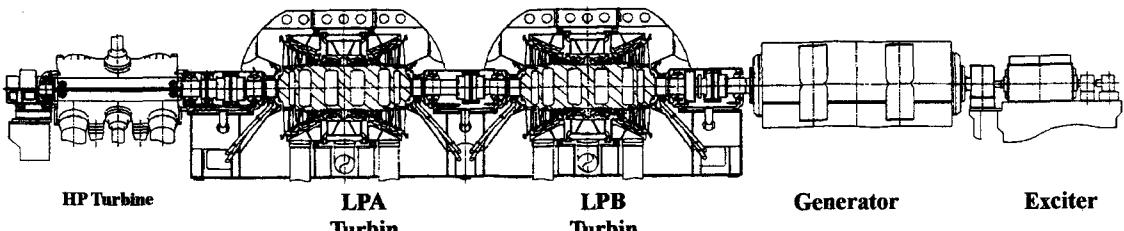


Fig. 3. Schematic view of turbine and generator

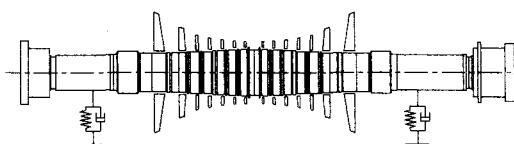


Fig. 4. Shaft model of 1000 MW LP turbine

Table 1. The configuration data of LP turbine

Power rating	1000 MW
Rotor weight	1427.89 kN
Rated speed	1800 rpm
Stages	14 SF
2 Lobe bearing (Preload: 0.5)	L=609.6mm(left side), 584mm(right side) D = 762mm, C = 0.0338mm

본 회전체는 정격운전속도 3600 rpm 으로 운전되며, 약 895 cpm 에 1 차 위험속도를 갖고 있다. 따라서 최적설계 목적함수로서 식 (23)과 같이 전체 중량을 줄이고 1 차 위험속도에서 공진배율을 낮추며 1 차 위험속도를 낮추는 것으로 설정하였다.

$$f(x) = \alpha \frac{W(x)}{W_0} + \beta \frac{\omega_i(x) - \omega_0}{\omega_0} + \gamma \frac{Q_i(x)}{Q_0} \quad (23)$$

여기서 $W(x)$, $\omega(x)$ 와 $Q(x)$ 는 회전체의 중량, 고유진동, Q_factor 를 나타내며, 아래 첨자 i 와 0 는 계산된 i 차 모달레이터와 초기 참고값을 나타낸다.

그리고 α , β 그리고 γ 는 각각의 목적함수에 대한 가중치 함수로써 다음과 같이 설정되었다.

$$\alpha=1, \quad \beta=1, \quad \gamma=2 \quad (24)$$

주어진 목적함수들은 각각 단위와 크기가 서로

다르기 때문에 초기 참고값으로 나누어줌으로써 무차원화 시켰다. 또한 초기 계산결과 정격운전속도는 2 차 위험속도와 충분한 거리를 두고 있기 때문에 고려되는 위험속도와 Q_factor 는 1(i=1) 차 모드를 기준으로 하였으며, 선정된 파라미터의 종류와 값 범위는 다음과 같다.

$$d_i + \Delta d, \quad -5\% \leq \Delta d \leq 5\%, \quad i = 1 \text{ to } 67$$

$$d_6 < d_7 < d_8 < d_9, \quad d_{31} > d_{32} > d_{57} > d_{58} > d_{59} > d_{60} > d_{61}$$

$$540mm \leq B_l \leq 640mm, \quad 723mm \leq B_d \leq 800mm$$

여기서 d_i 는 i 번째 축요소, B_l 와 B_d 은 배어링의 길이와 직경을 나타낸다.

Table 2. Shaft diameter, bearing length and clearance for original and optimum designs.

Element No.	Diameter d_i (m)	
	Original design	Optimum design
6	0.7620	0.74142
7	0.7620	0.75031
8	0.7620	0.75518
9	0.7981	0.78686
31	1.0986	1.10855
32	0.9779	0.98473
57	0.7620	0.77682
58	0.7620	0.77540
59	0.7620	0.74413
60	0.7620	0.73870
61	0.7255	0.71422
Bearing element B_l B_d		
Bearing length (m)	B_{l1}	0.610
	B_{l2}	0.584
Bearing diameter (m)	B_{d1}	0.762
	B_{d2}	0.762

Table 2 는 최적설계를 수행한 결과 얻어진 파라미터값이다. Fig. 5 는 최적설계를 수행하기 전과 후의 축 모델을 비교한 그림이다.



(a) Original shaft model



(b) Optimum shaft model

Fig. 5 Shaft shape before and after optimization

Table 3 Total shaft weight, Q factor and the 1st critical speed for original and optimum designs.

Objective function	Original design	Optimum design
Total weight, $W(x)$	1427.88 kN	1425.84 kN
Q_factor, $Q_1(x)$	56.1396	48.710
1 st natural frequency, $\omega_{2F}(x)$	894.8 cpm	892.9 cpm

Table 3 은 최적설계를 수행한 결과를 초기 데이터와 비교하여 나타내었다. 초기 데이터와 비교하여 보다 향상된 값을 보이고 있다.

6. 결 론

폭넓은 전역탐색과 국부집중탐색이라는 2 단계의 탐색알고리듬(전역탐색, 국부집중탐색)을 적용한 향상된 유전알고리듬을 적용하여 최적설계를 수행하였고 동시에 파라미터 감도식을 이용하여 보다 중용한 설계변수를 선정함으로서 보다 정확하고 빠른 계산 결과를 얻을 수 있음을 제안하였다. 이것은 실제 설계자로 하여금 보다 폭넓은 선택의 기회를 제공함과 동시에 발생할 수 있는 제작상의 어려움(제조 기술상 또는 경제적인 문제)에 보다 능동적으로 대처할 수 있는 가능성을 제공한다. 제안된 알고리듬의 신뢰성을 확인하기 위하여 실제 원자력 발전소에 적용된 스텁터빈 축의 최적설계에 적용하여 최적설계를 수행하여고 기준에 계산된 결과보다 우수한 최적값을 얻을 수 있었다.

참고문헌

- (1) Rao, S. S., 1996, "Engineering Optimization", John Wiley & Sons, Inc.
- (2) Nelder, J. A. and Mead, R., 1965, "A Simplex Method for Function Minimization", Computer Journal, Vol. 7, pp. 308-313.
- (3) Box, M. J., 1965, "A New Method of Constrained Optimization and a Comparison with Other Methods," Computer Journal, Vol. 8, No.1, pp. 42-52.
- (4) Goldberg, D. E., 1989, "Genetic Algorithms in

Search, Optimization & Machine Learning", Addison-Wesley Publishing Company, pp. 1-146.

- (5) Davis, L., 1991, "Handbook of Genetic Algorithms," Van Nostrand Reinhold, pp.3-23.
- (6) Choi, B. G and Yang, B. S., 2000, "Optimum Shape Design of Shaft Using Genetic Algorithm", Journal of Vibration and Control, Vol. 6, No.1, pp. 207-222.
- (7) Kim, Y. C. and Yang, B. S., 2001, "Enhanced Genetic Algorithm for Fast and Accurate Global and Local Optimization Search", The Eight International Congress on Sound and Vibration,
- (8) 류근배, 최영준, 1994, "유성생식 유전 알고리듬: 다중선택과 이배성이 탐색성능에 미치는 영향" 대한전기학회 하계학술대회 논문집 A, pp. 165-167.