

# 모드 근사화 방법을 이용한 대변위 운동을 하는 유연구조물의 비선형 모델링 및 동적해석

김정영\*, 현상학\*, 유홍희\*\*

## Nonlinear Modeling and Dynamic Analysis of Flexible Structures Undergoing Overall Motions Employing Mode Approximation Method

J. Y. Kim, S. H. Hyun and H. H. Yoo

**Key Words :** Flexible Structure(유연 구조물), Nonlinear Modeling(비선형 모델링), Dynamic Analysis(동적해석), Large Overall Motion(대변위 운동), Mode Approximation Method(모드 근사법)

### Abstract

This paper presents a nonlinear modeling method for dynamic analysis of flexible structures undergoing overall motions that employs the mode approximation method. This method, different from the naive nonlinear method that approximates only Cartesian deformation variables, approximates not only deformation variables but also strain variables. Geometric constraint relations between the strain variables and the deformation variables are introduced and incorporated into the formulation. Two numerical examples are solved and the reliability and the accuracy of the proposed formulation are examined through the numerical study.

### 1. 서론

강체운동과 탄성변형운동을 동시에 일으키는 구조물은 항공기, 헬리콥터, 그리고 인공위성과 같은 항공우주 구조물에서 발전용 터빈 블레이드, 로터, 음향·영상기기용 디스크 등에 이르기까지 산업 전반적인 부분에서 쉽게 발견 될 수 있다. 현재 이러한 구조물들의 정밀화, 고속화, 소형화가 이루어지고 있으며 이에 따른 이들 구조물들의 정확한 동적해석이 더욱 중요시 되고 있다. 따라서 앞으로 이에 대한 연구가 더욱 활발히 이루어질 것으로 예상된다.

대변위 운동을 하는 구조물에 대한 연구는 회전 외팔보의 진동특성을 다룬 연구들<sup>(1)</sup> 시작으로

현재까지 다양한 연구가 진행되고 있다. 현재까지 이들 구조물의 동적해석 수행에 가장 널리 쓰이고 있는 것은 고전적 선형 동적 모델링이다.<sup>(2-4)</sup> 고전적 선형 동적 모델링은 모델링이 간단하고 시스템의 자유도를 줄일 수 있다는 점에서 큰 장점을 가지고 있으나 이 방법은 구조물의 강체운동에 의한 강성변화를 모델링에 반영하지 못함으로 인하여 종종 잘못된 결과를 발생시킨다. 이러한 문제점을 보완하기 위하여 지금까지 다양한 모델링 방법이 제시되었다. 참고문헌[5,6]에서는 비선형 유한요소법을 이용한 방법들이 제시되었다. 이 방법들은 해석의 정확성은 가지고 있지만 모델링의 비선형성과 해석 자유도의 증가에 따른 계산시간의 증가로 인하여 그 효율성에서 문제가 제기되었다. 참고문헌[7]에서는 Rayleigh-Ritz 방법을 이용한 특수한 선형 모델링이 제시되었다. 이 방법은 인장 변형변수와 Cartesian 변형변수를 동시에 사용하는 방법으로 비선형 모델링이 가지고 있는 해석의 정

\* 한양대학교 대학원

\*\* 정희원, 한양대학교 기계공학부

확성과 고전적 선형 모델링의 계산의 효율성을 함께 지니고 있다는 점에서 장점이 있으나 박막 스트레인이 크게 나타나는 경계조건의 경우에는 그 정확성을 상실하는 (참고문헌 [9] 참조) 단점을 갖는다. 참고문헌[9]에서는 단순 비선형 모델링 방법이 제시되었으며 이 경우에 대한 정확한 해석이 가능하다. 하지만 단순 비선형 모델링 방법은 모드함수의 추출이 불가능한 경계조건의 경우에 membrane locking 현상을 일으키며 정확성을 상실하는 단점을 가지고 있다.

본 논문에서는 기존의 단순 비선형 모델링과 특수한 선형 모델링이 갖고있는 문제점들을 해결하기 위한 모델링 방법을 제시하였다. 기존의 단순 비선형 모델링이 단지 변형 변수만을 근사화하는 반면 제안된 방법은 변형 변수와 스트레인 성분을 함께 근사화 하였으며 그 문제점들을 해결하였다. 본 논문에서는 제안된 방법을 이용한 보의 운동방정식 유도과정을 설명하고 수치해석 예제를 통해 본 방법의 신뢰성과 정확성을 입증하였다.

## 2. 운동방정식

본 논문에서는 모델링 방법에 대한 설명의 간명성을 위해 평면 회전 운동을 하는 보의 운동방정식 유도과정을 보이기로 하겠다. Fig. 1은 평면 강체운동을 하는 기준틀 A에 고정된 보의 변형전과 후의 모양을 나타낸 것이다. 보가 변형되기 전 기준점 O에서 임의의 점 P\*까지의 거리를  $x$ 라 하고 그 점이 변형된 양을  $\bar{u}$ 로 나타낸다. 기준틀 A가 각속도  $\bar{\omega}^A$ 로 회전 운동할 때 보의 탄성 축상의 임의의 점 P의 속도는 다음과 같다.

$$\bar{v}^P = \bar{v}^O + {}^A\bar{v}^P + \bar{\omega}^A \times (x\hat{a}_1 + \bar{u}) \quad (1)$$

여기서  $\bar{v}^O$ 는 O점의 속도이며  ${}^A\bar{v}^P$ 는 기준틀 A에서 본 P점의 속도를 나타낸다. 식(1)의 벡터들을 기준틀 A에 고정된 좌표계의 단위벡터  $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3$ 의 성분으로 나타내면,

$$\bar{v}^O = v_1\hat{a}_1 + v_2\hat{a}_2 \quad (2)$$

$${}^A\bar{v}^P = \dot{u}_1\hat{a}_1 + \dot{u}_2\hat{a}_2 \quad (3)$$

$$\bar{\omega}^A = \omega_3\hat{a}_3 \quad (4)$$

$$\bar{u} = u_1\hat{a}_1 + u_2\hat{a}_2 \quad (5)$$

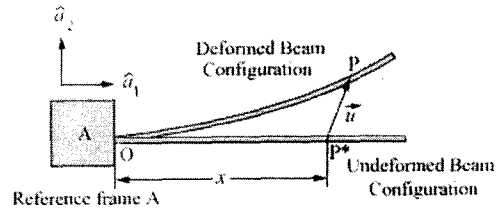


Fig. 1 Configuration of a rotating beam

식(1)에 식(2)~(5)를 대입하여 정리하면,

$$\bar{v}^P = [v_1 + \dot{u}_1 - \omega_3 u_2] \hat{a}_1 + [v_2 + \dot{u}_2 + \omega_3(x + u_1)] \hat{a}_2 \quad (6)$$

보의 단면 회전 관성을 무시할 경우 보의 운동 에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho (\bar{v}^P)^2 dx \quad (7)$$

여기서  $\rho$ 는 보의 단위길이당 질량을,  $L$ 은 보의 길이를 나타낸다. 또한 보의 스트레인 에너지는 전단과 비틀림을 무시할 경우 다음과 같다.

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L EA \epsilon_{11}^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L EI \kappa_3^2 dx \quad (8)$$

여기서  $E$ 는 영의 계수,  $A$ 는 보의 단면적을 나타내고  $I$ 는 보의 단면 2차 모멘트를 나타낸다. 그리고  $\epsilon_{11}$ 과  $\kappa_3$ 는 보의 탄성 축상의 임의의 점에서의 인장방향 스트레인과  $\hat{a}_3$ 방향 곡률을 나타낸다. 여기서  $\epsilon_{11}$ 은 2차 Von Karman 스트레인을 사용하였으며 굽힘방향 비선형성을 고려하지 않는다고 가정하면  $\epsilon_{11}$ 과  $\kappa_3$ 는 다음과 같다.

$$\epsilon_{11} = u_{1,x} + \frac{1}{2}(u_{2,x})^2 \quad (9)$$

$$\kappa_3 = u_{2,xx} \quad (10)$$

여기서  $(\cdot)_{,x}$ 는  $\frac{\partial(\cdot)}{\partial x}$ 를 나타낸다.

본 논문에서는 변위 성분  $u_1, u_2$ 와 함께  $\epsilon_{11}, \kappa_3$ 를 모드 근사법을 이용하여 다음과 같이 근사화 하였다.

$$u_1 = \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i} q_{1i} \quad (11)$$

$$u_2 = \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i} q_{2i} \quad (12)$$

$$\epsilon_{11} = \sum_{i=1}^{\nu_1} \psi_{1i} p_{1i} \quad (13)$$

$$\kappa_3 = \sum_{i=1}^{\nu_2} \psi_{2i} p_{2i} \quad (14)$$

여기서  $\phi_{1i}$ ,  $\phi_{2i}$ ,  $\psi_{1i}$ ,  $\psi_{2i}$  는 모드함수를 나타내며  $q_{1i}$ ,  $q_{2i}$ ,  $p_{1i}$ ,  $p_{2i}$  는 모드좌표를,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  는 모드좌표 수를 나타낸다. 본 논문에서는  $\phi_{1i}$  와  $\phi_{2i}$  는 보의 인장모드와 굽힘모드를 사용하며  $\psi_{1i}$  와  $\psi_{2i}$  는 인장모드의 1계 미분과 굽힘모드와 2계 미분을 사용한다.

식(11)~(14)를 사용하여 운동에너지와 스트레인 에너지를 근사화 된 식으로 나타내면,

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho \left[ (u_1 + \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i} q_{1i} - \omega_3 \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i} q_{2i})^2 \right. \quad (15)$$

$$\left. + (u_2 + \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i} \dot{q}_{2i} + \omega_3 (x + \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i} q_{1i}))^2 \right] dx$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L EA \left( \sum_{i=1}^{\nu_1} \psi_{1i} p_{1i} \right)^2 dx \quad (16)$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^L EI \left( \sum_{i=1}^{\nu_2} \psi_{2i} p_{2i} \right)^2 dx$$

마찬가지로 식(9)와 식(10)을 근사화 된 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{\nu_1} \psi_{1i} p_{1i} = \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i,x} q_{1i} + \sum_{i=1}^{\mu_2} \frac{1}{2} \left( \sum_i \phi_{2i,x} q_{2i} \right)^2 \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{\nu_2} \psi_{2i} p_{2i} = \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i,xx} q_{2i} \quad (18)$$

식(15)와 식(16)에서 운동에너지는  $q_{1i}$ ,  $q_{2i}$ ,  $\dot{q}_{1i}$ ,  $\dot{q}_{2i}$  의 함수로, 스트레인 에너지는  $p_{1i}$ ,  $p_{2i}$  의 함수로 나타나며,  $p_{1i}$ ,  $p_{2i}$  는 식(17)과 식(18)의 스트레인-변위 관계에서  $q_{1i}$ ,  $q_{2i}$  의 함수로 표현된다. 운동에너지와 스트레인 에너지를 이용하여 Hamilton principle<sup>(10)</sup>을 적용하면 시스템의 운동방정식과 경계조건을 구할 수 있으며, 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial T}{\partial q_{1i}} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{1i}} \right) - \sum_{k=1}^{\nu_1} \frac{\partial V}{\partial p_{1k}} \frac{\partial p_{1k}}{\partial q_{1i}} \quad (19)$$

$$- \sum_{k=1}^{\nu_2} \frac{\partial V}{\partial p_{2k}} \frac{\partial p_{2k}}{\partial q_{1i}} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial q_{2i}} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{2i}} \right) - \sum_{k=1}^{\nu_1} \frac{\partial V}{\partial p_{1k}} \frac{\partial p_{1k}}{\partial q_{2i}} \quad (20)$$

$$- \sum_{k=1}^{\nu_2} \frac{\partial V}{\partial p_{2k}} \frac{\partial p_{2k}}{\partial q_{2i}} = 0$$

제안된 방법은  $\epsilon_{11}$ ,  $\kappa_3$  를 추가로 근사화 함에 따라 새로운 모드좌표  $p_{1i}$ ,  $p_{2i}$  가 도입되었다. 도입된 모드좌표  $p_{1i}$ ,  $p_{2i}$  는 스트레인 에너지에만 관련되어 있으므로 운동에너지에 관련된 항은 변화가 없으며 단순 비선형 모델링방법과 동일하다. 따라서 여기서는 운동에너지에 관련된 항을 구하는 과정은 생략하고 스트레인 에너지에 관한 항들을 구하는 과정만 설명하도록 하겠다. 먼저  $\frac{\partial V}{\partial p_{1k}}$ ,

$\frac{\partial V}{\partial p_{2k}}$  를 구하기 위해 스트레인 에너지를  $p_{1k}$  과  $p_{2k}$  로 편미분하면,

$$\frac{\partial V}{\partial p_{1k}} = \sum_{j=1}^{\nu_1} \int_0^L EA \psi_{1j} \psi_{1k} dx p_{1j} \quad (21)$$

$$\frac{\partial V}{\partial p_{2k}} = \sum_{j=1}^{\nu_2} \int_0^L EI \psi_{2j} \psi_{2k} dx p_{2j} \quad (22)$$

식(21)과 식(22)는 본 방법에서 도입된 모드좌표  $p_{1k}$ ,  $p_{2k}$  에 관한 식으로 표현되며 이것은 식(17)과 식(18)의 스트레인-변위 관계를 이용함으로써 일반좌표  $q_{1i}$ ,  $q_{2i}$  의 식으로 다시 나타낼 수 있다. 식(17)과 식(18)의 좌변이 식(21)과 식(22)의 우변과 같아지도록 식(17)의 양변에  $EA \psi_{1k}$  를 곱하고 식(18)의 양변에  $EI \psi_{2k}$  를 곱하여 두 식을  $x$  에 대해 적분하면,

$$\sum_{j=1}^{\nu_1} \int_0^L EA \psi_{1k} \psi_{1j} dx p_{1j} = \sum_{j=1}^{\mu_1} \int_0^L EA \psi_{1k} \phi_{1j,x} dx q_{1j} \quad (23)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\mu_2} \sum_{m=1}^{\mu_2} \int_0^L EA \psi_{1k} \phi_{2j,x} \phi_{2m,x} dx q_{2j} q_{2m}$$

$$\sum_{j=1}^{\nu_2} \int_0^L EI \psi_{2k} \psi_{2j} dx p_{2j} = \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^L EI \psi_{2k} \phi_{2j,xx} dx q_{2j} \quad (24)$$

식(21)과 식(23), 식(22)와 식(24)의 관계로부터  $\frac{\partial V}{\partial p_{1k}}$ ,  $\frac{\partial V}{\partial p_{2k}}$  는 다음과 같이 일반좌표  $q_{1i}$ ,  $q_{2i}$  의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial V}{\partial p_{1k}} = \sum_{j=1}^{\mu_1} \int_0^L EA \psi_{1k} \phi_{j,x} dx q_{1j} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\mu_1} \sum_{m=1}^{\mu_2} \int_0^L EA \psi_{1k} \phi_{2j,x} \phi_{2m,x} dx q_{2j} q_{2m} \quad (25)$$

$$\frac{\partial V}{\partial p_{2k}} = \sum_{j=1}^{\mu_2} \int_0^L EI \psi_{2k} \phi_{2j,xx} dx q_{2j} \quad (26)$$

식(25)-(26)의 관계식을 식(19)와 식(20)에 적용하면,

$$\begin{aligned} & (\dot{v}_1 - \omega_3 v_2) R_{1i} - \omega_3^2 S_{1i} + \sum_{j=1}^{\mu_1} m_{ij}^{11} \ddot{q}_{1j} - \dot{\omega}_3 \sum_{j=1}^{\mu_2} m_{ij}^{12} q_{2j} \\ & - 2\omega_3 \sum_{j=1}^{\mu_2} m_{ij}^{12} \dot{q}_{2j} - \omega_3^2 \sum_{j=1}^{\mu_1} m_{ij}^{11} q_{1j} + \sum_{k=1}^{v_1} \left( \sum_{j=1}^{\mu_1} A_{kj}^{11} q_{1j} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\mu_2} \sum_{m=1}^{\mu_2} A_{kjm}^{122} q_{2j} q_{2m} \right) \cdot C_{ki}^{11} = 0 \end{aligned} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, \mu_1) \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & (\dot{v}_2 + \omega_3 v_1) R_{2i} + \dot{\omega}_3 S_{2i} + \sum_{j=1}^{\mu_2} m_{ij}^{22} \ddot{q}_{2j} + \dot{\omega}_3 \sum_{j=1}^{\mu_1} m_{ij}^{21} q_{1j} \\ & + 2\omega_3 \sum_{j=1}^{\mu_1} m_{ij}^{21} \dot{q}_{1j} - \omega_3^2 \sum_{j=1}^{\mu_2} m_{ij}^{22} q_{2j} + \sum_{k=1}^{v_2} \left( \sum_{j=1}^{\mu_2} A_{kj}^{22} q_{2j} \right) \cdot C_{ki}^{22} \\ & + \sum_{k=1}^{v_1} \left( \sum_{j=1}^{\mu_1} A_{kj}^{11} q_{1j} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\mu_2} \sum_{m=1}^{\mu_2} A_{kjm}^{122} q_{2j} q_{2m} \right) \cdot C_{ki}^{12} = 0 \end{aligned} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, \mu_2) \quad (28)$$

여기서,

$$R_{\alpha i} \equiv \int_0^L \rho \phi_{\alpha i} dx \quad (29)$$

$$S_{\alpha i} \equiv \int_0^L \rho x \phi_{\alpha i} dx \quad (30)$$

$$m_{ij}^{\alpha\beta} \equiv \int_0^L \rho \phi_{\alpha i} \phi_{\beta j} dx \quad (31)$$

$$A_{ij}^{11} \equiv \int_0^L EA \psi_{1i} \phi_{j,x} dx \quad (32)$$

$$A_{ij}^{22} \equiv \int_0^L EI \psi_{2i} \phi_{2j,xx} dx \quad (33)$$

$$A_{ijk}^{122} \equiv \int_0^L EA \psi_{1i} \phi_{2j,x} \phi_{2k,x} dx \quad (34)$$

$$C_{ij}^{\alpha\beta} = \frac{\partial p_{\alpha i}}{\partial q_{\beta j}} \quad (35)$$

그런데  $C_{ij}^{\alpha\beta}$  는 다음식들에서 구할 수 있으며 이 식들은 식(23)과 식(24)를  $q_{1i}$ ,  $q_{2i}$  로 편미분한 것이다.

$$\sum_{k=1}^{v_1} K_{jk}^S \cdot C_{ki}^{11} = A_{ji}^{11} \quad (36)$$

$$\sum_{k=1}^{v_1} K_{jk}^S \cdot C_{ki}^{12} = \sum_{m=1}^{\mu_2} A_{jmi}^{122} q_{2m} \quad (37)$$

$$\sum_{k=1}^{v_2} K_{jk}^B \cdot C_{ki}^{21} = 0 \quad (38)$$

$$\sum_{k=1}^{v_2} K_{jk}^B \cdot C_{ki}^{22} = A_{ji}^{22} \quad (39)$$

여기서,

$$K_{ij}^S \equiv \int_0^L EA \psi_{1i} \psi_{1j} dx \quad (40)$$

$$K_{ij}^B \equiv \int_0^L EI \psi_{2i} \psi_{2j} dx \quad (41)$$

### 3. 수치해석

제안된 방법의 정확성을 검증하기 위해 앞에서 유도된 운동방정식을 사용하여 두 가지 예제에 대한 수치해석을 수행하였다.

첫번째 수치해석 예제는 Fig. 2 와 같이 기준틀에 부착된 외팔보가 O 점을 중심으로 평면 회전운동을 하는 경우이다. 이 경우 회전운동은 아래와 같은 Spin-up motion 으로 주어진다.

$$\omega_3 = \begin{cases} \frac{\Omega_s}{T_s} \left[ t - \left( \frac{T_s}{2\pi} \right) \sin \left( \frac{2\pi t}{T_s} \right) \right] & \text{if } 0 \leq t \leq T_s \\ \Omega_s & \text{if } t \geq T_s \end{cases} \quad (42)$$

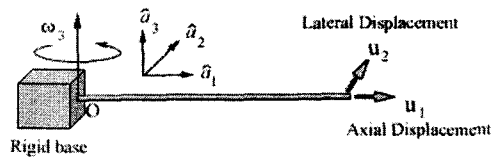


Fig. 2 Configuration of a rotating cantilever beam

Table. 1 Numerical data used for the simulation

Notations	Description	Numerical Data
$\rho$	Mass per unit length of beam	1.2 kg/m
$E$	Young's modulus of beam	7.0E10
$A$	Cross section area of beam	4.0E-4 m <sup>2</sup>
$I$	Second area moment of inertia of beam	2.0E-7 m <sup>4</sup>
$L$	Length of beam	10 m
$\Omega_s$	Steady state angular velocity	6 rad/sec
$T_s$	Steady state settling time	15 sec

여기서  $T_s$  는 정상 상태에 도달할 때까지의 시간을,  $\Omega_s$  는 정상상태에서의 각속도를, 그리고  $t$  는 시간을 각각 의미한다. 이 시스템의 수치해석용 데이터들은 Table. 1 에 나타나 있다.

Fig. 3 은 외팔보 자유단의 시간에 따른 횡방향 탄성변위를 나타낸 것이다. 직선은 본 논문에서 제시한 비선형 모델링에 의한 결과이며 점선은 단순 비선형 방법과(Naive Nonlinear Cartesian modeling method) 복합 변형 변수 방법(Hybrid Deformation Variables modeling method) 의한 결과를 나타낸 것이다. 사용된 모드 수는  $u_1$  과  $\epsilon_{11}$  은 2 개,  $u_2$  와  $\kappa_3$  는 3 개이다. Fig. 3 에서 보는 것처럼 단순 비선형 모델링 방법은 각속도가 증가하는 부분에서 Membrane locking 현상이 발생하는데 이것은 단순 비선형 방법이 외팔보 자유 단에서의 자연적 경계 조건을 만족하는 모드함수의 추출이 불가능하여 경계조건을 만족시킬 수 없게 되어 발생하는 현상이며 이로 인해 모드 수를 아무리 증가시켜도 잘못된 해석 결과를 얻게 된다. 반면 제안된 방법의 결과와 복합 변형변수 방법의 결과가 정확히 일치

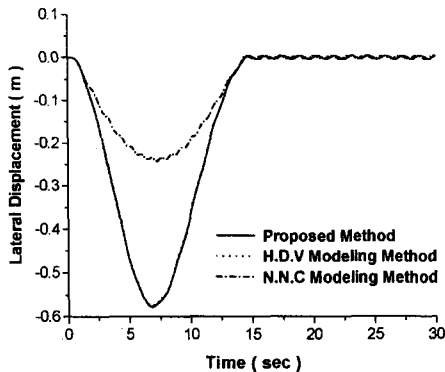


Fig. 3 Comparison of lateral displacement at free end

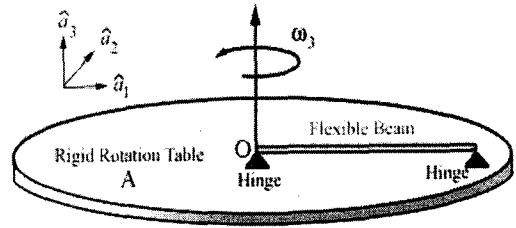


Fig. 4 Configuration of a simply supported beam

하는 것을 볼 수 있는데 이 경우 복합 변형변수 방법의 결과에 대한 정확성은 참고문헌[8]에 잘 나타나 있다.

두번째 수치해석 예제는 Fig. 4 와 같이 강체 A 에 단순지지 보가 고정되어 있고 강체가 O 점을 중심으로 각속도  $\omega_3$  로 평면 회전운동을 하는 경우이다. 이 경우 각속도와 시스템의 수치해석용 데이터들은 첫번째 예제와 동일하며 보의 길이는 20 m 이다.

Fig. 5 는 보의 중심점에서의 시간에 따른 횡방향 변위를 나타낸 것이며 해석에 사용된 모드 수는  $u_1$  은 2 개,  $u_2$ ,  $\epsilon_{11}$ ,  $\kappa_3$  는 3 개이다. Fig. 5 에서 본 방법의 결과와 단순 비선형 방법의 결과가 일치하는 것을 볼 수 있는데 단순지지보의 경우에 대한 단순 비선형 방법의 해석 결과의 정확성은 참고문헌[9]에 잘 나타나 있다. 외팔보의 경우 한쪽 단이 자유롭게 때문에 보의 횡방향 변위에 따른 현격한 인장 스트레인이 발생하지 않지만 단순 지지보의 경우 횡방향 변위가 일정크기 이상이면 현격한 인장 스트레인이 발생하게 된다. 이러한 인장 스트레인은 보의 동적반응에 상당한 영향을 미치게 된다. 복합 변형변수 방법은 이러한

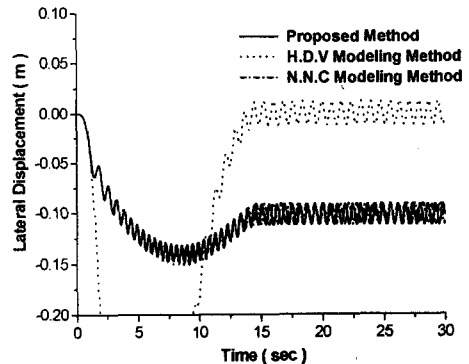


Fig. 5 Comparison of lateral displacement at mid point

경계조건에 따라 발생하는 인장 스트레인을 고려하지 못하며 잘못된 결과를 주게 된다.

(10) Goldstein, H., 1980, *Classical Mechanics*, Addison Wesley, Publishing Company.

#### 4. 결 론

본 논문은 대변위 운동을 하는 유연 구조물의 동적해석을 위한 비선형 모델링 방법을 제시하였고 이를 적용하여 수치해석을 수행하였다. 제안된 방법은 직교 변형변수와 스트레인 성분을 함께 근사화하고 이들의 기하학적 관계를 운동방정식에 포함시킴으로써 모델링이 시스템의 모든 경계조건을 만족시킬 수 있도록 하는 특징을 지니고 있다. 따라서 시스템의 경계조건에 관계없이 정확한 동적해석 수행이 가능하다. 제안된 방법의 정확성과 신뢰성은 수치해석 결과를 통해 입증되었다. 본 논문에서는 평면 회전운동을 하는 보에 대한 운동방정식을 유도하고 수치해석을 수행하였으나 3차원운동을 하는 실제적인 구조물의 동적해석 수행에도 확장 적용될 수 있을 것으로 판단된다.

#### 참고문헌

- (1) Southwell, R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades," *British A. R. C. Reports and Memoranda* No. 766.
- (2) Bodley, C., Devers, A. Park, A. and Frisch, H., 1978, "A digital Computer Program for the Dynamic Interaction Simulation of Controls and Structure (DISCOS)," *NASA TP-1219*, Vols. 1 & 2.
- (3) Frisch, h., 1975, "A Vector-Dyadic Development of the Equations of Motion for N-Coupled Flexible Bodies and Point Masses," *NASA TN D-8047*.
- (4) Ho, J., 1977, "Direct Path Method for Flexible Multibody Spacecraft Dynamics," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 14, pp. 102~110.
- (5) Christensen, E. and Lee, S., 1986, "Nonlinear Finite Element Modeling of the Dynamics of Unrestrained Flexible Structures," *Computers and Structures*, 23, pp. 819~829.
- (6) Simo, J. and Vu-Quoc, L., 1986, "On the Dynamics of Flexible Beams Under Large Overall Motions-the Plane Case : Part I and Part II," *Journal of Applied Mechanics*, 53, pp. 849~863.
- (7) Kane, T., Ryan, R., and Banerjee, A., 1987, "Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 10, pp.139~151.
- (8) 유흥희, 1992, "회전 구조물의 Hybrid 변형변수를 이용한 선형 동적모델링," 한국항공우주학회지, 제 19 권, 제 3 호, pp. 32~39.
- (9) 유흥희, 1995, "전체운동을 하는 단순지지 유연 구조물의 동적해석," 대한기계학회논문집, 제 19 권, 제 6 호, pp. 1363~1370.