

# 복합적층 트러스 코어형 샌드위치 판구조물의 진동특성을 고려한 최적설계

정석모\*·홍도관\*·안찬우\*\*

## Optimum Design of the Laminated Composite Sandwich Plate Structure of Truss Core considering Vibration Characteristics

Suok-mo Jung\*, Do-kwan Hong\*, Chan-woo Ahn\*\*

**Key Words:** Dimension optimization (치수최적화), CFRP (Carbon Fiber Reinforced Plastics: 탄소섬유강화 플라스틱), GFRP (Glass Fiber Reinforced Plastics: 유리섬유강화 플라스틱), Angle-ply (적층각)

### Abstract

In this paper, we analyzed the laminated composite sandwich plate structure of truss core with changing values of the designing parameters. As a result, in designing parameters of that, the more height and thickness of the laminated composite plate's core, the more increase of natural frequency. In this type of structure, in the case of applying core of the laminated composite plate and antisymmetric stacking, natural frequency has high value and we calculated the optimum angle-ply making natural frequency maximum. Natural frequency of CFRP is higher than that of GFRP. Both are materials of the laminated composite plate. The mode shapes are various along with the angle-ply of the laminated composite plate.

#### 기호설명

- a = Length of plate
- l = Length between cores
- t = Thickness of core
- h = Height of core
- M = Division of structure (a/l-1)
- H = Height ratio of structure (h/a)
- T = Thickness ratio of structure (t/a)

### 1. 서론

섬유강화 복합재료는 피로특성, 치수안정성 및 중량에 비해 강도, 강성이 우수하고 특히 설계요건에 따라 적층 배열을 적절히 선정할 수 있는 유용성 때문에 경량화 및 고강도가 요구되는 자동차, 항공기 및 우주비행체의 구조물 등에 널리 응용되고 있는 상태이다. 적층판 각층의 두께와 섬유방향, 그리고 적층순서를 결정할 수 있는 이방성 재료의 특성을 갖고 있으므로 설계자의 요구조건에 적합한 특성을 갖도록 구조요소를 설계 제작할 수 있다. 정확한 해석적 기조나 최적화의 기조 없이 단순히 경험적인 방법을 적용할 경우에는 응용에 제한이 따른다. 실질적이고 효율적인 고기능의 구조물을 설계하기 위해서는 이와 같은 재료의 특성을 설계변수로 하여 좌굴강도, 충격강도 및 고유진동수와 같은 다양한 특성을

\* 동아대학교 대학원 기계공학과

\*\* 동아대학교 기계·산업시스템공학부

최대화하고 중량, 처짐 등을 최소화하는 최적의 구조설계가 요구된다.

Leissa<sup>(1)</sup>와 Ritz 법을 적용한 Young<sup>(2)</sup>은 사각판 진동의 해석적 결과를 얻었으며, Mohan과 Kingsbury<sup>(3)</sup>는 복합재료 사각판에 대하여, 그리고, Nair와 Durvasula<sup>(4)</sup>는 이방성 단일적층판들에 대해서 해를 구하였고, Crawley<sup>(5)</sup>는 실험과 FEM을 통해서 탄소 섬유강화 복합재료 외팔보판과 혼합적층판의 고유진동수와 모드형상을 구하였다. 그리고, Narita<sup>(6)</sup> 등은 Ritz 법을 이용하여 고유진동수를 해석하였다.

본 연구에서는 기존의 복합적층판만의 진동해석의 경우와는 달리 실제 복합적층판을 트러스 코어형 샌드위치 판구조물의 코어로 적용했을 때 복합적층판의 적층각과 트러스 형태의 치수를 변화시키면서 전체 구조물의 강성에 어떤 영향을 미치는 가를 규명하고자 하였다. 또한, 구조물의 고유진동수를 목적함수로 두고 비대칭으로 적층된 적층판의 적층각을 설계변수로 하여 최적설계한 최적적층각을 제시하였다.

## 2. 진동해석

### 2.1 고유진동수해석

유한요소해석에서 비감쇠 자유진동에 관한 지배방정식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (1)$$

선형계에 대해서 자유진동은

$$\{u\} = \{u_0\} \cos \omega t \quad (2)$$

형태의 조화거동을 보이고, 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$([K] - \omega^2[M])\{u_0\} = \{0\} \quad (3)$$

식 (3)에서  $\{u_0\} \neq 0$  이므로,  $[K] - \omega^2[M] = 0$  식에서 고유치  $\omega^2$  을 얻을 수 있고, 고유벡터  $\{u_0\}$ 를 이용하여 모드형상을 나타낼 수 있다.

이를 기본으로 본 해석에서는 Solid 모델과 Shell 모델에 많이 적용되는 Block lanczos method를 이용하였으며, 1차에서 12차까지의 고유치와 고유벡터를 구하였다.

## 2.2 유한요소모델

### 2.2.1 모델링

본 연구에서 사용한 모델은 일반적인 트러스 코어형 샌드위치 판구조물로 상판, 하판, 그리고 그 사이에 복합적층판 코어가 접합되어 있다. Fig. 1은 내부의 코어가 사각형인 CFRP와 GFRP의 복합적층판으로 중형비가 1인 정방형의 보강 구조물을 사용하였으며, 물성치와 치수는 Table 1~2에 나타내었다.

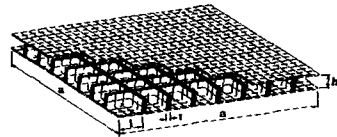


Fig. 1 Shape of structure and core

구조물의 형태를 나타내는 변수들은 무차원화하기 쉽도록 임의로 설정하였다. 모든 모델링과 해석은 상용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS 5.6에서 이루어졌으며, 해석에 사용한 절점은 1,003~2,223 개를 사용하였다. 요소는 8절점 3차원 쉘요소를 사용하였으며 각각의 자유도는 6자유도 (Ux, Uy, Uz, Rotx, Roty, Rotz)를 가진다. 판으로 이루어진 구조물에 가장 일반적으로 사용되는 쉘 요소는 회전자유도를 가지고 있는 3차원의 평판요소이다.

Table 1 Material properties of core, upper and lower plates

Item list	Description		
	CFRP (core)	GFRP (core)	SM45C (plate)
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1480	1780	7800
E <sub>1</sub> [GPa]	106.20	36.64	210
E <sub>2</sub> [GPa]	6.86	7.18	-
G <sub>12</sub> [GPa]	3.57	3.82	-
$\nu_{12}$	0.33	0.26	0.3

Table 2 Dimensions of structures

Item list	Description (cm)
Length and width of structure (a)	100
Thickness of upper and lower plates	10
Thickness of core (t)	1~5
Height of core (h)	5~9
Width and length of core (l)	12.5~50

### 2.2.2 경계조건

판의 경계조건은 가장 일반적인 접합형태인 완전고정으로 Fig. 2에 나타내었다. 즉, 경계부분에서 모든 절점은 3차원 쉘요소의 6자유도를 모두 고정하여 전단력 및 모멘트가 모두 작용하도록 하였으며, Fig. 3은 복합적층재료(Laminated composite material)의 적층구조를 나타낸다.

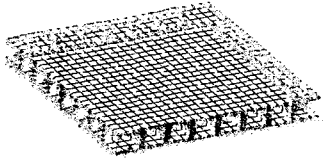


Fig. 2 Boundary condition of structure and meshed shape of model

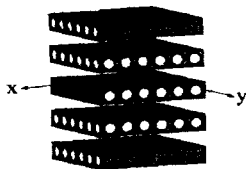


Fig. 3 Laminated composite construction

## 3. 최적설계

### 3.1 최적설계의 알고리즘

본 연구에서 사용한 Method는 Subproblem approximation method<sup>7)</sup>로써 각 설계변수 값들을 생성하여 그 데이터 점 위에 최소자승법으로 형성하고 각 최적화 루프가 새로운 데이터 점을 생성하여 목적함수 근사화를 수행하는 방법으로, 점들을 단순히 커브피팅(Curve-fitting)하여 근사화하므로 빠른 시간 안에 근사해를 구할 수 있는 장점이 있으므로 복잡한 3차원 형상을 가진 구조물에 적용하기가 용이하다.

$$\hat{f}(x) = f(x) + \text{error} \quad (4)$$

식(4)의  $\hat{f}(x)$ 와 같이, 근사화를 위한 각각의 독립변수와 오차함수(Penalty function)를 포함하고 있으며 이를 최소화시키면,

Minimize

$$\hat{f}(x) = f(x)$$

Subject to

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \overline{x}_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

$$\widehat{g}_i(x) \leq \overline{g}_i + \alpha_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_1)$$

$$\underline{h}_i - \beta_i \leq \widehat{h}_i(x) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_2)$$

$$\underline{\omega}_i - \gamma_i \leq \widehat{\omega}_i(x) \leq \overline{\omega}_i + \gamma_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_3)$$

f = 목적함수 (Objective function)

x = 설계변수 (Design variable)

n = 설계변수의 수

$g_i, h_i, \omega_i$  = 제약함수 (State variable)

$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  = Tolerances

Minimize

$$F(x, p_k) = \hat{f} + f_0 p_k \left[ \sum_{i=0}^n X(x_i) + \sum_{i=0}^{m_1} G(\widehat{g}_i) + \sum_{i=0}^{m_2} H(\widehat{h}_i) + \sum_{i=0}^{m_3} W(\widehat{\omega}_i) \right]$$

가 된다.

## 4. 결과 및 고찰

### 4.1 CFRP의 유한요소해석

트리스 코어형 샌드위치 판구조물의 설계파라미터 중 보강구조의 4가지 분할수(M), 3가지의 두께 비(T: Thickness ratio), 3가지 높이비(H: Height ratio), 그리고 CFRP의 5가지 적층각 변화의 총 180가지 경우에 대해서 고유진동수의 해석을 수행하였다.

Fig. 4~7은 분할수(M)과 두께비(T) 및 높이비(H)가 증가할수록 고유진동수는 증가하는 경향을 보인다. 섬유방향의 영향에 있어서는  $[45^\circ/-45^\circ]_{10T}$ 의 역대칭 적층형태가 고유진동수가 가장 크게 나타났으며,  $[45^\circ]_{20S}$ ,  $[0^\circ]_{20S}$ ,  $[0^\circ/90^\circ]_{10T}$ ,  $[90^\circ]_{20S}$ 의 단일방향 대칭 적층형태의 순으로 나

타났다. 복합적층판단의 진동일 경우 적층각은  $[0^\circ]_{20S}$  일 경우가 고유진동수가 가장 크게 나타난다.

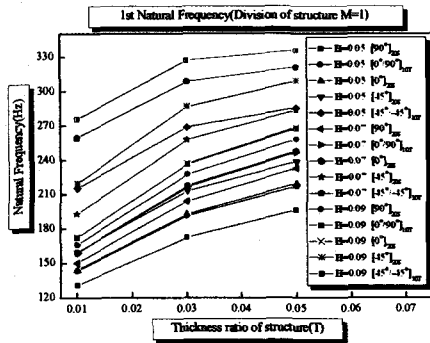


Fig. 4 1st Natural frequency according to thickness and height ratio (M=1)

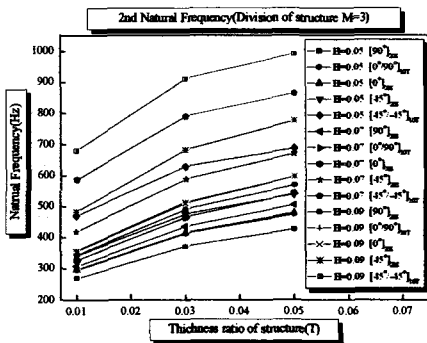


Fig. 5 2nd Natural frequency according to thickness and height ratio (M=3)

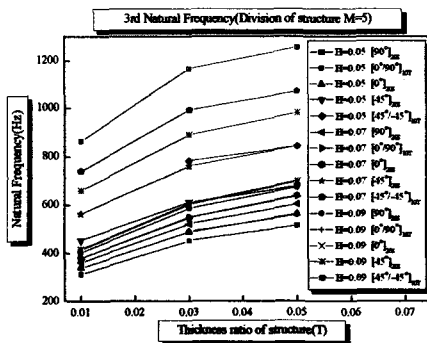


Fig. 6 3rd Natural frequency according to thickness and height ratio (M=5)

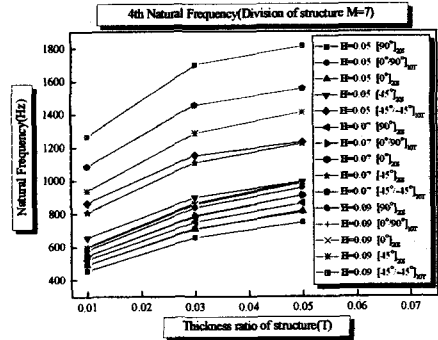


Fig. 7 4th Natural frequency according to thickness and height ratio (M=7)

#### 4.2 GFRP 의 유한요소해석

CFRP 에 비해서 비교적 약한 직교이방성을 갖는 GFRP 소재의 트러스 코어형일 경우도 4.1에서와 동일한 방법으로 해석을 실행하였다.

Fig 8~11는 분할수 (M)와 두께비 (T) 및 높이비 (H)가 증가할수록 고유진동수는 증가하는 경향을 보인다. 섬유방향의 영향에 있어서는 고유진동수가 CFRP 와 마찬가지로  $[45^\circ/45^\circ]_{10T}$  의 역대칭 적층형태가 고유진동수가 가장 크게 나타났으며,  $[45^\circ]_{20S}$ ,  $[0^\circ]_{20S}$ ,  $[0^\circ/90^\circ]_{10T}$ ,  $[90^\circ]_{20S}$  의 단일방향 대칭 적층형태의 순서로 나타났다.

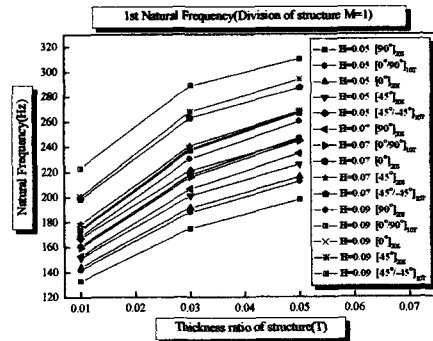


Fig. 8 1st Natural frequency according to thickness and height ratio (M=1)

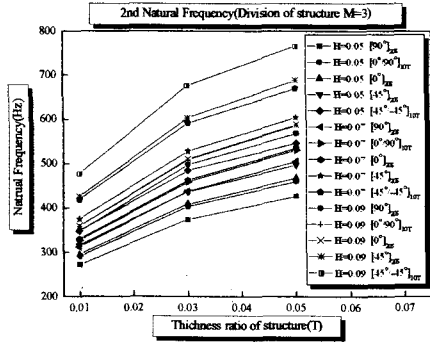


Fig. 9 2nd Natural frequency according to thickness and height ratio (M=3)

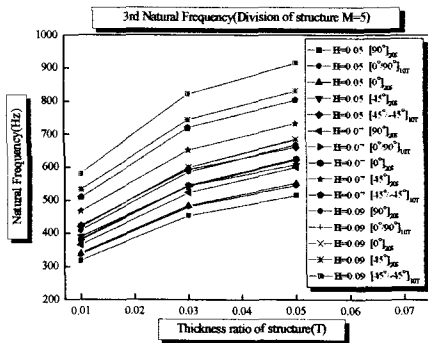


Fig. 10 3rd Natural frequency according to thickness and height ratio (M=5)

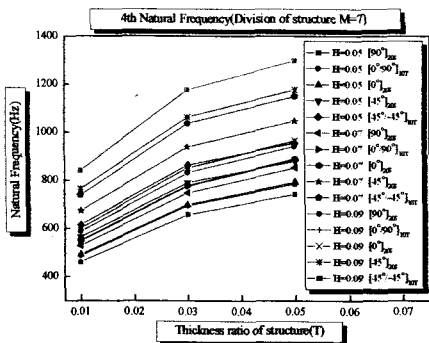


Fig. 11 4th Natural frequency according to thickness and height ratio (M=7)

### 4.3 복합적층판 코어의 치수최적설계

앞의 해석결과에서 복합적층 트러스 코어형 샌드위치 판구조물의 설계 파라미터 중 보강구조의 두께비와 높이비가 증가함에 따라 고유진동수가 증가하는 경향을 나타내었다. 따라서, CFRP 및 GFRP의 상, 하 적층각  $\theta_A$ ,  $\theta_B$ 의 2 가지를 설계변수로 하여 목적함수인 구조물의 고유진동수가 최대가 되는 최적설계를 수행하였다. Fig. 12는 설계변수인 복합적층판의 적층각  $\theta_A$ ,  $\theta_B$ 를 나타내고 있으며, Table 3에는 설계변수의 범위와 초기값을 나타내었다. Table 5는 구조물의 고유진동수가 최대가 되는 복합적층판 트러스 코어의 최적 적층각을 나타내었다.

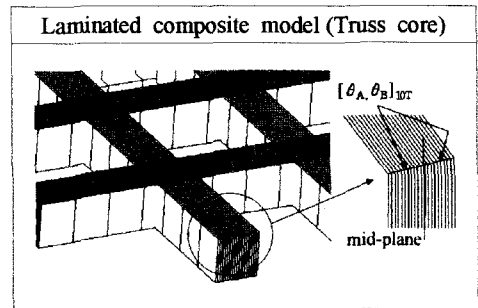


Fig. 12 Design variables

Table 3 Range of design variables

D.V	Initial	Lower	Upper
$\theta_A$	0	-90	90
$\theta_B$	0	-90	90

### 4.4 모드형상

Table 4에서는 높이비가 0.09 이고, 두께비가 0.05 일 때 CFRP와 GFRP의 모드형상을 Contour로 나타내었다. M=1 일 경우에는 1차 모드형상을 M=3, 5, 7 일 경우에는 각각 2~4 차 모드형상을 나타내었다. Table 4에서의 (+)는 모드형상의 방향이 상방향을 나타내고, (-)는 하방향을 나타낸다. 격자수에 따른 5 가지 적층각에 대한 1차 모드형상의 방향성은 일치하며, 고차모드일 경우 적층각에 의한 방향성이 일정하지 않고 다양하게 나타났다.

**Table 4** Mode shapes according to angle-ply of laminated composite and division of structure (CFRP & GFRP,  $H=0.09$   $T=0.05$ )

		$[0^\circ]_{2OS}$	$[0^\circ/90^\circ]_{1OT}$	$[45^\circ/-45^\circ]_{1OT}$	$[45^\circ]_{2OS}$	$[90^\circ]_{2OS}$
CFRP	M=1 (1st)					
	M=3 (2nd)					
	M=5 (3rd)					
	M=7 (4th)					
GFRP	M=1 (1st)					
	M=3 (2nd)					
	M=5 (3rd)					
	M=7 (4th)					

**Table 5** The optimum angle-ply of maximum natural frequency

		1st	2nd	3rd	4th	
CFRP	M=1	[Hz]	335.69	343.82	345.60	345.60
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[39.36^\circ/-39.57^\circ]_{10T}$	$[55.62^\circ/-52.07^\circ]_{10T}$	$[45.00^\circ/-45.00^\circ]_{10T}$	$[45.00^\circ/-45.00^\circ]_{10T}$
	M=3	[Hz]	655.57	996.61	996.61	1174.29
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[39.32^\circ/-39.50^\circ]_{10T}$	$[39.67^\circ/-39.82^\circ]_{10T}$	$[39.82^\circ/-39.82^\circ]_{10T}$	$[41.28^\circ/-41.19^\circ]_{10T}$
	M=5	[Hz]	755.23	1262.85	1262.86	1649.21
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[39.78^\circ/-39.99^\circ]_{10T}$	$[40.20^\circ/-40.42^\circ]_{10T}$	$[40.20^\circ/-40.42^\circ]_{10T}$	$[40.61^\circ/-40.82^\circ]_{10T}$
	M=7	[Hz]	791.33	1368.05	1368.06	1822.59
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[38.84^\circ/-39.36^\circ]_{10T}$	$[39.76^\circ/-40.05^\circ]_{10T}$	$[39.79^\circ/-40.01^\circ]_{10T}$	$[40.24^\circ/-40.47^\circ]_{10T}$
GFRP	M=1	[Hz]	310.16	337.96	338.43	338.43
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[38.45^\circ/-38.77^\circ]_{10T}$	$[55.62^\circ/-51.70^\circ]_{10T}$	$[45.00^\circ/-45.00^\circ]_{10T}$	$[45.00^\circ/-45.00^\circ]_{10T}$
	M=3	[Hz]	493.43	767.17	767.17	972.38
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[41.26^\circ/-41.4^\circ]_{10T}$	$[41.44^\circ/-41.57^\circ]_{10T}$	$[41.44^\circ/-41.57^\circ]_{10T}$	$[40.95^\circ/-41.00^\circ]_{10T}$
	M=5	[Hz]	565.99	916.33	916.34	1198.74
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[40.95^\circ/-41.99^\circ]_{10T}$	$[40.95^\circ/-41.17^\circ]_{10T}$	$[40.95^\circ/-41.17^\circ]_{10T}$	$[40.95^\circ/-41.17^\circ]_{10T}$
	M=7	[Hz]	566.03	986.49	986.48	1298.8
		$[\theta_A^\circ/\theta_B^\circ]_{10T}$	$[40.95^\circ/-41.16^\circ]_{10T}$	$[40.95^\circ/-41.15^\circ]_{10T}$	$[40.95^\circ/-41.16^\circ]_{10T}$	$[40.95^\circ/-41.16^\circ]_{10T}$

### 5. 결론

본 연구에서 복합적층 트러스 코어형 샌드위치 판구조물의 설계 파라미터에 대해 치수를 변화시켜가면서 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 복합적층 트러스 코어형 샌드위치 판구조물의 설계 파라미터중 복합적층판 코어의 높이와 두께가 증가함에 따라 고유진동수가 증가한다.
2. 복합적층 트러스 코어형 샌드위치 판구조물에서 복합적층판 코어의 적층각은 역대칭 적층일 경우 고유진동수가 증가하였으며, 적층각에 따른 고유진동수가 최대가 되는 최적적층각을 구하였다.
3. 복합적층판 소재인 CFRP와 GFRP 중 비교적 강한 직교이방성을 갖는 CFRP의 고유진동수가 더욱 증가하였으며, 모드형상은 복합적층판의 적층각에 따라서 고차일 경우 다양하게 나타남을 알 수 있다.

### 참고문헌

(1) Leissa, A. W., 1973, "The Free Vibration of Rectangular Plates", *Journal of Sound and Vibration*,

Vol. 31, pp. 257~293.

- (2) Young, D., 1950, "Vibration of Rectangular Plates by the Ritz Method", *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 17, pp. 448~453.
- (3) Mohan, D. and Kingsbury, H. B., 1971, "Free Vibration of Generally Orthotropic Plates", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 50, pp. 266~269.
- (4) Nair, P. S. and Durvasula, S., 1974, "Vibration of Generally Orthotropic Skew Plates", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 55, pp. 998~1002.
- (5) Crawley, E. F., 1979, "The Natural Modes of Graphite/Epoxy Cantilever Plates and Shells", *Journal of Composite Materials*, Vol. 13, pp. 195~205.
- (6) Narita, Y. and Leissa, A. W., 1992, "Frequencies and Mode Shapes of Cantilevered Laminated Composite Plates", *Journal of Sound and Vibration* 154 (1), pp. 161~172.
- (7) Schmit, L. A., 1974, "Some approximation concepts for structural synthesis", *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 5, pp. 692~699.