

V벨트에서 상당마찰계수 계산

홍 장 표[†]

Calculation of equivalent friction coefficients in V-belt

J. P. Hong

Key Words: V-belt(V벨트), equivalent friction coefficients(상당마찰계수), friction coefficients(마찰계수), Eytelwein equation(아이텔바인식), Tension ratio(장력비), Initial tension(초기장력), ISO Standard(ISO 규격), KS Stansard(KS규격)

Abstract

There are two kinds of method to calculate the equivalent friction coefficients at V groove. One is to consider the friction in radial direction. The other is to neglect the friction in radial direction. The values calculated from the two methods is different of which ratio is in the range from two times to five times. So it is necessary to study which is correct in the view of force equilibrium and machine design.

1. 서론

V벨트는 평벨트에 비하여 운전중 벗어남이 적다. 운전중 약간의 미끄럼이 일어나 정확한 속도비를 유지하지는 못하지만 과부하를 흡수한다는 점에서는 장점이라 하겠다. 또한, 홈에서 썸기작용이 일어나 마찰력이 증대하게되어 작은 크기의 반경방향 힘으로 큰 동력을 전달할 수 있는 장점이 있다. 그러나 상당마찰계수를 산정하는 기준이 두 가지 형태로 제시되고 있어 혼란이 일어나고 있다. 이에 역학적으로 타당한 것은 어떤 것이며 설계기준으로서 적합한 것은 어느 것인지 기준을 제시하고자 한다. 이러한 혼동은 설계 및 각종 시험 등에서도 발생하고 있으며, 혼동이 발생하지 않도록 하고자 한다.

2. V홈에 대한 상당마찰계수의 산정

상당 마찰계수는 유효 마찰계수 또는 등가 마찰계수라고도 하며 산정방법은 일반적으로 다음의 두가지 형태로 제시하고 있다.

기호설명

- H: 전달동력
- $K\theta$: 접촉각 수정계수
- m : 벨트의 단위길이당 질량
- T_e : 유효장력
- T_0 : 초기장력
- T_t : 긴장측 장력, T_s : 이완측 장력
- v : 벨트속도
- Z : 벨트의 가닥수
- θ : 벨트의 접촉각[rad]
- μ : 마찰계수
- μ' : 상당마찰계수
- μ_1' : 반경방향 마찰을 고려한 상당마찰계수
- μ_2' : 반경방향 마찰을 고려하지 않은 상당마찰계수

[†] 인제대학교 기계자동차 공학부
 E-mail : mechhjp@jnc.inje.ac.kr
 TEL : (055)320-3183 FAX : (055)324-1723

2.1 반경방향의 마찰있다고 가정한 경우

이 경우는 우리나라와 일본에서 일반적으로 쓰이고 있는 형태이다⁽⁷⁾. 벨트의 장력에 의하여 V홈 1개당 반경방향으로 누르는 힘을 F, V홈의 한쪽면에 수직하게 작용하는 반력을 N/2, 반경방향의 마찰력을 $\mu N/2$ 이라고 하면 Fig.1(a)에서 보는 바와 같이 다음과 같이 힘의 평형식이 성립한다.

$$F = \frac{N}{2} \sin(\alpha/2) + \frac{\mu N}{2} \cos(\alpha/2) \quad (1)$$

여기서 μ 는 벨트와 풀리사이의 마찰계수이고, α 는 풀리의 V홈각도이다.

윗 식과 같이 실질적으로 마찰이 반경방향으로 발생하는 경우는 벨트가 풀리에 접촉하는 순간에만 해당한다. 벨트가 풀리에 완전히 접촉되면 반경방향 마찰력이 발생되지 않으며, 벨트가 풀리로부터 떨어지는 순간에는 마찰력이 위와 반대방향으로 작용하게 된다. V홈에 수직한 힘(N)에 의하여 마찰력(μN)이 발생하며, 이 마찰력을 반경방향으로 벨트를 누르는 힘(F)에 관한 식으로 변환하면 다음과 같다.

$$\mu N = \frac{\mu}{\sin(\alpha/2) + \mu \cos(\alpha/2)} F \quad (2)$$

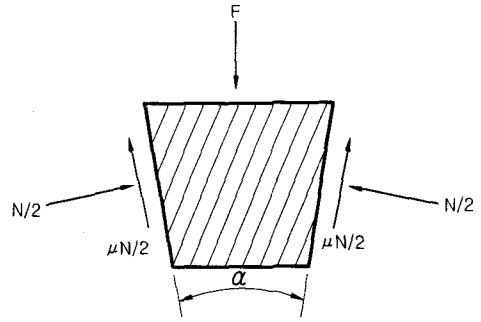
$$\mu N = \mu' F \quad (2a)$$

따라서 이 경우의 상당마찰계수 μ_1' 는 다음과 같이 표시된다.

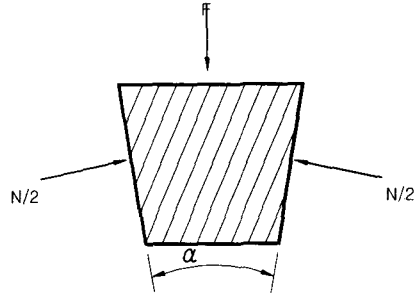
$$\mu_1' = \frac{\mu}{\sin(\alpha/2) + \mu \cos(\alpha/2)} \quad (3)$$

2.2 반경방향의 마찰이 없다고 가정한 경우

이 경우는 영어 문화권 국가에서 일반적으로 쓰이고 있는 형태이다⁽⁸⁾. 마찰력은 운동을 방해하는 방향으로 일어난다. V벨트 풀리에서 마찰력은 벨트와의 상대운동에 의한 미끄럼마찰에 의하여 발생한다. 접촉면은 풀리의 원주상에 있으므로 벨트에 작용하는 마찰력도 원주방향으로 작용한다. 즉 마찰력의 방향은 반경방향이 아니라 원주방향이다. 그러나 위에서는 마찰력이 마치 반경방향으로 V홈을 따라 작용하는 것으로 평형식을 정리하였다. 접촉하기 시작하는 점과 접촉이 끝나는 점을 제외하면 실제로는 반경방향의 마찰력 $2 \cdot \frac{\mu N}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$ 은 존재하지 않는다. 따라서



(a) The case with friction force in radial direction.



(b) The case without friction force in radial direction.

Fig.1 Force equilibrium in V groove

상당마찰계수는 Fig.1(b)에서 보는 바와같이 힘의 평형이 이루어지며 그 결과는 다음과 같다.

$$\mu_2' = \frac{\mu}{\sin(\alpha/2)} \quad (4)$$

2.3 마찰계수의 크기 비교

위의 두 가지 경우 상당마찰계수는 크기면에서 큰 차이를 보이고 있다. 표준 V 벨트의 홈의 각도는 40°이며, 여기에 맞물리는 풀리의 홈의 각도는 벨트의 종류와 호칭직경에 따라 34°, 36°, 38°로 된다. 가느다란 V벨트의 홈의 각도는 40°이며, 여기에 맞물리는 풀리의 홈의 각도는 벨트의 종류와 호칭직경에 따라 36°, 38°, 40°, 42°로 된다. 벨트는 변형되어 풀리의 홈에 접촉하게 된다.

위의 두 가지 경우에 대하여 마찰계수 변화에 따른 상당마찰계수의 변화를 그림으로 나타내었다. 상당마찰계수를 계산한 값이 그림에 도시되

Table 1 Equivalent friction coefficients according to the angle of V groove when the friction coefficient $\mu=0.3$

폴리의 V홈의 각도 α°	34	36	38	40	42
상당 마찰 계수 식(3)의 μ_1	0.5179	0.5048	0.4924	0.4808	0.4699
식(4)의 μ_2'	1.0261	0.9708	0.9215	0.8771	0.8371
μ_2'/μ_1'	1.98	1.92	1.87	1.82	1.78

Table 2 Equivalent friction coefficients according to the angle of V groove when the friction coefficient $\mu=1.4$

폴리의 V홈의 각도 α°	34	36	38	40	42
상당 마찰 계수 식(3)의 μ_1	0.8583	0.8534	0.8488	0.8446	0.8406
식(4)의 μ_2'	4.7884	4.5305	4.3002	4.0933	3.9066
μ_2'/μ_1'	5.58	5.31	5.07	4.85	4.65

어 있다. Fig.2는 폴리 V홈의 각도가 $\alpha=38^\circ$ 일 때 반경방향 마찰을 고려하는 경우와 고려하지 않는 경우에 대하여 나타낸 것이다. 마찰계수값 0.2~0.6인 범위에서 두 가지 경우에 대한 상당 마찰계수 값의 차이는 2~5배 차이가 난다.

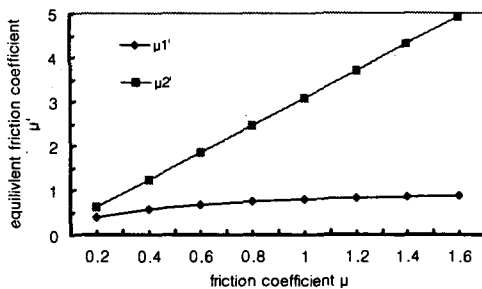


Fig.2 Friction coefficients vs. equivalent friction coefficients between V-belt and pulley when V groove angle is $\alpha=38^\circ$

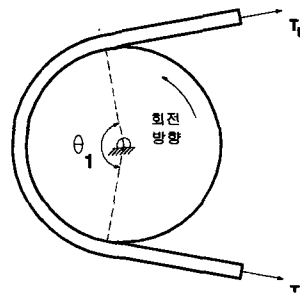
3. 벨트전동에서 아이텔바인 식의 의미

벨트와 폴리와 의 관계를 아이텔바인(Eytelwein)

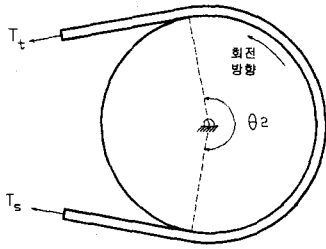
식에 적용할 때에 두가지 문제점이 있다.

하나는 아이텔바인 식을 유도할 때에는 감긴 접촉부위 전체에서 미끄럼 마찰의 일어난다고 가정하였다. 그러나 벨트전동은 폴리와 벨트사이에 미끄럼 마찰이 일어나지 않는 것을 전제로 한 기 계요소이다. 즉, 폴리와 벨트가 상대운동을 하지 않으므로 폴리와 V벨트사이에는 구름마찰이 일어난다. 구동측에서는 폴리가 벨트를 움직이며 폴리에 감기는 쪽이 긴장측이고 폴리로부터 풀려 나오는 쪽이 이완측이다. 구동측에서는 벨트의 한 점은 회전에 따라 긴장측에서 이완측으로 변화한다. 피동측에서는 벨트가 폴리를 움직이며, 폴리에 감기는 쪽이 이완측이고 폴리로부터 풀려 나오는 쪽이 긴장측이다. 피동측에서는 벨트의 한 점은 회전에 따라 이완측에서 긴장측으로 변화한다.

다른 하나는 아이텔바인 식을 유도할 때 감는 끈의 길이변형이 일어나지 않는다고 가정하였다. 그러나 벨트와 폴리의 접촉면에서 장력의 변화로 인하여 벨트의 길이 변화가 있을 수 있다는 것과 구동폴리의 이완측에서 크리핑(creeping)현상이 발생할 수도 있다는 점이다. 크리핑 현상이란 구동폴리에서 벨트가 긴장측위치에서 이완측으로 이동하면 이완측 근처에서 인장력이 줄게 된다. 늘어났던 벨트의 길이가 줄어들면서 벨트가 폴리위를 회전방향과 반대방향으로 기어가는 현상이 발생한다. 즉, 크리핑 현상은 긴장측과 이완측의 장력차이가 클 때 구동폴리의 이완측에서 일어난다. 그리고, 미끄럼은 긴장측과 이완측의 장력차가 아주 클 때 헛도는 현상이 발생한다.

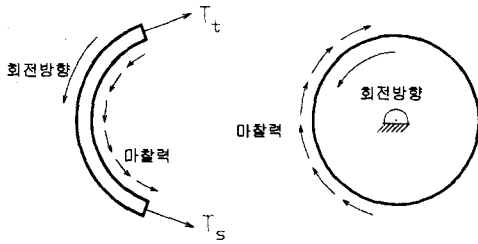


(a) The driving pulley moves the belt.

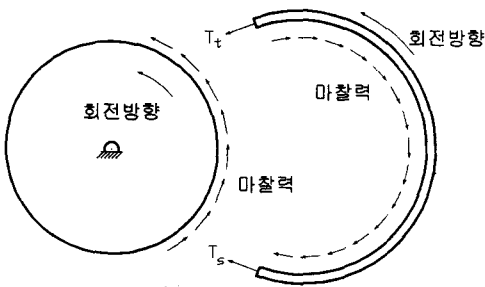


(b) The belt moves the driven pulley.

Fig.3 Mechanism of belt tension in driving and driven pulley



(a) The friction force at driving pulley



(b) The friction force at driven pulley

Fig.4 Belt tension and friction force when there is not relative movement

아이델바인 공식의 유도과정에서 구름마찰이 일어나는 경우는 다음과 같은 부등식이 성립한다.

$$(T + dT) - T \leq \mu dN \quad (5)$$

위의 식으로부터 벨트와 풀리간에 작용하는 반경방향의 수직력 N은 소거되었다. 구름마찰인 경

우 아이델 바인 식은 다음의 형태로 변형된다.

$$\frac{T_t - mv^2}{T_s - mv^2} \leq e^{\mu\theta} \quad (6)$$

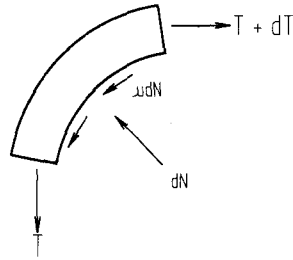


Fig.5 Segment of belt

4. 설계기준

앞에서 언급한 바와같이 아이델바인 식에 실질적인 마찰계수를 적용하여 전달동력을 설계하는 경우 미끄럼이 발생하게 된다. 또한 벨트의 긴장축의 장력과 이완축의 장력차이는 구동풀리의 동력에 의하여 발생하고, 이 벨트의 장력차이는 피동풀리를 회전시키는 힘이 된다. 즉, 상당마찰계수와 접촉각의 크기에 따라 긴장축과 이완축의 장력이 결정되는 것이 아니다. 동력을 전달하기에 충분한 크기의 유효장력을 발생시키기 위하여 마찰계수와 접촉각이 충분히 커야한다. 많은 실험과 경험으로부터 얻어진 이완축에 대한 긴장축의 장력비를 기준으로 설계를 하고 이에 따라 실제 설계에 사용할 마찰계수를 산정하게 된다.

평벨트의 경우 접촉각 $\theta = 180^\circ$ (π [rad])에 대한 장력비는 2.5로 정한다.

$$R = \frac{T_t}{T_s} = e^{\mu\pi} = 2.5 \quad (7)$$

윗 식으로부터 평벨트 설계에 사용할 마찰계수를 산정하면 다음과 같다.

$$\mu = \frac{\ln 2.5}{\pi} = 0.2917 \quad (7a)$$

한편 V벨트의 경우 접촉각 $\theta = 180^\circ$ (π [rad])에 대한 장력비는 5.0으로 정한다.

$$R_D = \frac{T_t}{T_s} = e^{k\mu\pi} = 5.0 \quad (8)$$

윗 식으로부터 V벨트 설계에 사용할 상당마찰

계수를 산정하면 다음과 같다.

$$k\mu = \frac{\ln(5.0)}{\pi} = 0.5123 \quad (8a)$$

여기서 k는 썩기효과계수(wedging factor)

5. 설계기준과 두 모델의 비교

위의 결과로부터 고무와 주철사이의 마찰계수와 상당마찰계수사이의 관계를 알 수 있다. 앞에서 언급한 두가지 모델링의 정확성을 비교하기 위하여 홈의 각도 $\alpha=34^\circ$ 인 경우 평벨트의 장력비로부터 환산한 마찰계수값 0.2917을 대입하여 상당마찰계수 값을 계산하자.

반경방향 마찰을 고려한 경우는 다음과 같다.

$$\mu'_1 = \frac{0.2917}{\sin(34/2) + \mu \cos(34/2)} = 0.5106 \quad (3b)$$

위의 결과는 식(8a)에서 계산된 값 0.5123에 근접한 값이다. 위의 결과로부터 반경방향 마찰을 고려하여 상당마찰계수 값을 계산하는 것이 실질적인 경우와 근접한 설계라고 할 수 있다.

그러나 반경방향 마찰을 고려하지 않은 경우는 다음과 같다.

$$\mu'_2 = \frac{0.2917}{\sin(34/2)} = 0.9977 \quad (4b)$$

설계 기준치 식(18a)의 결과와 많은 차이를 나타내고 있다. 한편 (주)동일고무벨트의 실험에 의하면 풀리의 회전속도 40[rpm], 풀리의 직경 130[mm], 추의 질량 4[kg] 으로부터 약 3분정도 경과후 측정된 마찰계수는 $\mu=1.4$ 정도이다. 또한 고무의 마찰값산정을 위한 전용실험기⁽⁵⁾

Table 3 Tension ratio in V belt when actual static friction coefficient $\mu=1.4$ are applied

상당마찰계수	관계식	장력비
설계기준	$\frac{T_t}{T_s} = 5.0$	5.0
$\mu'_1=0.8488$ ($\mu=1.4$)	$\frac{T_t}{T_s} = e^{\mu_1\pi}$	14.39
$\mu'_2=4.3002$ ($\mu=1.4$)	$\frac{T_t}{T_s} = e^{\mu_2\pi}$	736361.71

의 실험결과에 의하면 정마찰계수는 1.25~1.6이고, 동마찰계수 0.7~1.05이다. 따라서 실질적인 마찰계수값은 설계시 사용하는 마찰계수 값보다 훨씬 더 큰 것을 알 수 있다.

6. ISO, KS, JIS 규격과의 비교

다른 규격과 설계기준을 비교하기 위하여 V벨트의 초기 장력을 계산 할 때 사용하는 계산식을 유도한다.

움직이는 벨트의 장력을 정확히 측정하기 어렵지만, 축간거리에 비해 풀리의 외경이 작고, 전달하는 토크가 작아 벨트의 장력이 작고, 속도비가 1에 가까울 때에는 벨트의 변형을 고려하여 다음과 같이 초기장력을 어렵잡는다^{(4),(6)}.

$$T_o = 0.9 \left(\frac{T_t + T_s}{2} \right) \quad (9)$$

한편 유효장력은 긴장측 장력과 이완측 장력의 차이로 계산된다.

$$T_e = T_t - T_s \quad (10)$$

벨트의 긴장측 장력과 이완측 장력을 유효장력으로 나타내면 다음과 같다.

$$T_t = \frac{e^{\mu'\theta}}{e^{\mu'\theta} - 1} T_e + \overline{mv^2} \quad (11)$$

$$T_s = \frac{1}{e^{\mu'\theta} - 1} T_e + \overline{mv^2} \quad (12)$$

식(10), (11), (12)을 이용하여 식(9)를 유효장력에 관한 식으로 변환하면 다음과 같다.

$$T_o = 0.9 \left(\frac{1}{2} \frac{e^{\mu'\theta} + 1}{e^{\mu'\theta} - 1} T_e + \overline{mv^2} \right) \quad (9a)$$

또는

$$T_o = 0.9 \left[\frac{1}{2} \left\{ \frac{2.5}{1.25(1 - e^{-\mu'\theta})} - 1 \right\} T_e + \overline{mv^2} \right] \quad (9b)$$

한편 전달동력 H [kW]는 다음과 같이 표시된다.

$$H = \frac{T_e \cdot v \cdot Z}{1000} \quad (10)$$

식(10)를 식(9b)에 대입하면 다음과 같이 변형된

다.

$$T_0 = 0.9 \left[500 \left(\frac{2.5}{K_\theta} - 1 \right) \frac{H}{v \cdot Z} + \overline{mv}^2 \right] \quad (11)$$

여기서 \overline{m} 의 단위는 [kg/m], v 의 단위는 [m/s], H 의 단위는 [kW], T_0 의 단위는 [N]이다.

또한 벨트의 접촉각에 관한 항을 접촉각 수정계수 K_θ 라 하여 다음과 같이 치환한다.

$$K_\theta = 1.25(1 - e^{-\mu \cdot \theta}) \quad (12)$$

ISO 5292에서는 4절에서 언급한 식(8)의 결과와 일치하고 있다.

$$K_\theta = 1.25(1 - 5^{-\theta/\pi}) \quad (13)$$

그러나 KS M 6535과 JIS K 6323에서는 식(14)와 같이 나타내고 있으며, KS M6535의 참고 표 13과 다를 뿐만 아니라 식(13)과 서로 일치하지 않는다. 한편 식(14)에서 1.009를 1.669로 나타내면 ISO결과와 같으며 KS M6535의 참고 표13과 일치한다. 이로서 1.009는 1.669의 오자일 것으로 생각한다.

$$K_\theta = 1.25 \left(1 - \frac{1}{1.009^\theta} \right) \quad (14)$$

4. 결 론

(1) 반경방향의 마찰이 발생한다고 가정한 상당 마찰계수는 ISO기준과 일치하며 접촉하기 시작하는 점에서도 미끄럼이 일어나지 않도록 안전하도록 설계계수라고 하겠다.

(2) 반경방향의 마찰이 발생하지 않는다고 가정한 상당마찰계수는 접촉하기 시작하는 점과 끝나는 점을 제외한 부분에 적용되며 역학적으로 정확한 의미를 지니고 있다.

(3) 위의 판단기준은 적용할 곳의 목적이 어디에 있느냐에 따라 달라 질 수 있다.

(4) KS규격 M6535중 참고 표13에 해당하는 식에서 숫자 1.009는 1.669의 오자일 것으로 생각한다.

참고문헌

- (1) KS M 6535-1991, 일반용 V고무벨트
- (2) JIS K 6323-1995, 일반용 V고무벨트
- (3) ISO 5292-1980, Industrial V-belt drives -

Calculation of power ratings

(4) W.D.Erickson, Belt selection and application for engineers, Marcel Dekker Inc., 1987

(5) 천길정, 오성모, 이동환, 이봉구, 김완두, 1999.06 고무류의 마찰시험기 개발 및 마찰특성에 관한 실험적 연구, 윤활학회지 Vol.15, NO.2, pp193-198

(6) 편집부 편역, 기계시스템설계 편람, 세화, 1988.8

(7) 정선모, 한동철, 1993, 표준 기계설계학, 동명사

(8) R. Norton, 1996, Machine Design(An integrated approach), Prentice Hall

부 록

KS M6535-1991 참고 표13 접촉각 보정계수 K_θ

$\frac{d_2 - d_1}{C}$	작은 V벨트에 서의 접촉각 θ°	접촉각 보정 계수 K_θ
0.00	180	1.00
0.10	174	0.99
0.20	169	0.98
0.30	153	0.96
0.40	157	0.94
0.50	151	0.93
0.60	145	0.91
0.70	139	0.89
0.80	133	0.87
0.90	127	0.85
1.00	120	0.82
1.10	113	0.79
1.20	106	0.74
1.30	99	0.70
1.50	83	0.66

C: 축간거리[mm]

d_2 : 큰풀리의 호칭지름[mm]

d_1 : 큰풀리의 호칭지름[mm]