

자기부상시스템의 레일진동제어기 구현

*김종문, 김석주, 김춘경, 박민국
한국전기연구원 계측제어연구그룹

The Implementation of a Rail-Vibration Controller of MagLev System

*Kim, Jong-Moon, Kim, Seog-Joo, Kim, Choon-Kyung, Park, Min-Kook
Korea Electrotechnology Research Institute, Instrumentation and Control Research Group

Abstract - In this paper, a rail-vibration controller of magnetic levitation system is designed and implemented. The target plant to be controlled is electro-magnetic type which is open-loop unstable, highly non-linear and time-varying system. The designed controller is validated by some kinds of experiments.

1. 서 론

자기부상 시스템은 비접촉으로 대상체를 부상시켜 추진 또는 회전시키는 시스템을 말하며, 그 종류는 부상원리에 따라 흡인식과 반발식으로 크게 나눌 수 있는데 여기서는 흡인식 부상방식을 대상으로 한다. 일반적으로 흡인식 부상방식은 상전도 마그네트에 의해 구현되나, 제어 관점에서 보면, 매우 큰 비선형성과 불안정 제어특성 그리고 파라미터 변동 등 많은 제어문제를 가지고 있다[1]. 또한 자기부상 시스템의 레일이 유연하거나, 자기베어링에서 회전 속도가 매우 커지게 되면 회전축이 휘어져서 제어가 힘들어 지게 된다. 이러한 제어문제가 발생하는 한 예로 기존의 PID 제어기를 들 수 있는데, 유연 모드가 없는 강체의 자기부상 시스템에서는 상당히 양호한 결과를 보일지라도 유연한 레일을 갖는 부상 시스템에서는 매우 큰 진동을 하여 불안정해지는 것을 볼 수 있다.

본 논문에서는 이러한 제어문제를 해결하기 위한 하나의 방법으로서, 레일의 유연한 모드를 제어하기 위한 부상제어기 중 하나로 H_∞ 제어기[2]를 채택하였다.

H_∞ 제어기는 상태공간식에서 최적 해를 구하게 되며 비모델화 성분, 각종 외란 등을 설계 단계에서 고려할 수 있다는 장점이 있고, MATLAB과 같은 소프트웨어 툴에 의해 쉽게 설계가 가능하다.

본 논문의 내용은 다음과 같다. 먼저 강체 레일을 포함한 자기부상 시스템의 기본 모델링을 한 후, 유연한 레일을 추가하여 유도한 부상 시스템의 전체 모델을 구하였다. 그리고 부상 시스템의 기본 모델과 이에 대한 가중함수를 가지고 H_∞ 제어기를 설계하였다. 기존의 PID 제어기와 H_∞ 제어기의 성능 차이를 확인하기 위하여 각각 강체 레일 및 유연 레일에서의 부상 특성의 실험결과를 보였다. 그 결과, PID 제어기는 유연 레일에서는 비교적 나쁜 부상 결과를 얻었지만, H_∞ 제어기는 강체나 유연 레일에서 모두 양호한 부상 결과를 얻을 수 있었다.

2. 본 론

2.1 자기부상 모델링

이 절에서는 부상 제어기를 설계하기 위해 필요한 제어 대상 시스템의 수학적인 모델을 구하고자 한다. 그림 1은 이 논문에서 다루고자 하는 실제적인 자기부상 시스템의 개략적으로 표현한 것으로서, 해수면과 평행인 절대기준면을 기준으로 레일과 마그네트로 이루어져 있다. 레일은 원래 3차 이상의 고차로 표현이 되어야만 하지만, 여기서는 등가로 2차 시스템인 매스, 스프링 및 댐퍼로 근사화하였다. 그리고 주 부상시스템인 마그네트-레일 시스템은 전체 시스템의 동역학을 결정하는 주요 요소가 된다.

먼저, 자기부상 시스템의 레일 부분을 강체라고 가정하면 그림 1에서 차수가 2인 레일의 동역학 모델은 생각할 수 있으므로 마그네트의 전기 및 기계적인 운동으로 이루어진 차수가 3인 기본 모델로 표현이 가능하다[1]. 이 논문에서는 H_∞ 제어기는 이 기본 모델을 가지고 설계하게 되며, 레일의 동역학 부분은 모델 오차로 간주한다. 그림 2에서 레일의 전달함수 $G_r(s)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$G_r(s) = \frac{1}{M_r s^2 + C_r s + K_r} \quad (1)$$

따라서 기본 모델과 레일의 전달함수를 포함한 실제적인 전체 모델은 모두 5차 시스템으로 늘어나게 된다.

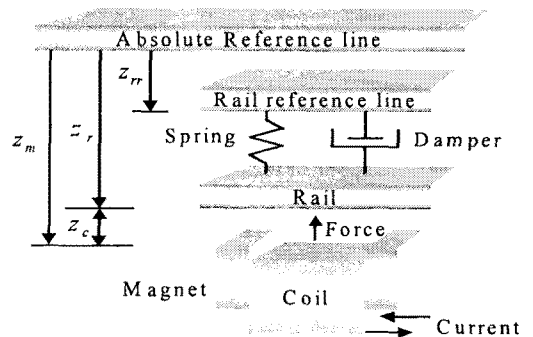


그림 1. 마그네트 및 유연 레일 시스템
Fig. 1. Magnet and flexible rail system

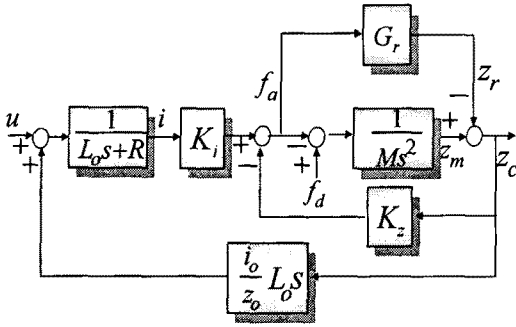


그림 2 자기부상 시스템의 블록 다이어그램
Fig. 2. Block diagram of a MagLev system

그림 1의 전체 시스템의 상태변수는 마그네트와 레일 사이의 공극 $z_c(t)$ 와 속도 $\dot{z}_c(t)$, 레일의 변위 $z_r(t)$ 와 속도 $\dot{z}_r(t)$ 그리고 마그네트 전류 $i(t)$ 등 모두 5개이며, 부상제어기로부터의 제어입력 $u(t)$ 와 공극 $z_c(t)$ 를 각각 입력과 출력으로 하는 비선형 방정식을 공칭 공극 z_o , 공칭 전류 i_o 에서 선형화 과정을 거쳐 식 (1)과 같은 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $x(t) = [z_c \ \dot{z}_c \ z_r \ \dot{z}_r \ i]^T$ 이고,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ (a_m + \alpha_r)\gamma & 0 & \omega_{nr}^2 & 2\zeta_r\omega_{nr} & a_m + \alpha_r \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma\alpha_r & 0 & -\omega_{nr}^2 & -2\zeta_r\omega_{nr} & -\alpha_r \\ 0 & -\gamma & 0 & 0 & -R/L_o \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1/L_o]^T$$

$$C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad D = 0$$

이며, 각 변수의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha_r &= \frac{\beta}{M_r}, \quad \omega_{nr} = \sqrt{\frac{K_r}{M_r}}, \quad \zeta_r = \frac{C_r}{2\sqrt{M_r K_r}}, \quad a_m = \frac{\beta}{M_m}, \\ \gamma &= \frac{i_o}{z_o}, \quad \beta = \frac{2\alpha\gamma}{z_o}, \quad \alpha = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \end{aligned}$$

그리고, 레일의 파라미터 C_r 과 K_r 는 각각 댐핑 상수 및 스프링 상수로서, 레일 감쇠계수 ζ_r 과 레일 자연각주파수 ω_{nr} 에 의해 구해진다.

$$\begin{aligned} C_r &= 2\zeta_r\omega_{nr}M_r \\ K_r &= \omega_{nr}^2 M_r \end{aligned} \quad (4)$$

각 플랜트 파라미터의 값은 표 1에 표시하였다.

식 (2)의 상태방정식을 전달함수 형태로 고치면 상전도식 자기부상 시스템의 극점이 s 평면의 오른쪽에 위치하여 개루프 불안정하다는 것과 선형화 과정에서 공극, 전류 및 힘 사이에 비선형성이 강하다는 것을 알 수 있다. 일반적으로 레일이 강체이면 3차 시스템으로 모델링이 가능하지만, 실제적인 자기부상 시스템에서는 유연한 레일이 대

부분이기 때문에 이를 고려하면 식 (1)의 상태방정식처럼 고차의 모드가 나타나게 된다. 본 논문에서는 레일의 동역학을 2차 시스템으로 근사적으로 모델링하였고, 그 결과, 자기부상 시스템은 모두 5차 시스템이 된다. 그리고, 전류 제어 루프에서 제어입력의 응답을 빠르게 하기 위해 전류 피드백을 하였다.

2.2 H_∞ 제어기 설계 (3) [4]

H_∞ 제어기를 설계하기 위하여 그림 3과 같은 피드백 제어기를 포함한 폐루프 시스템을 고려한다. 여기서 플랜트와 제어기 전달함수행렬 G , K , 가중함수 W_1 , W_3 모두 정방행렬이다.

전달함수행렬이 $G(s)$ 로 주어지는 동역학 시스템의 H_∞ 노름(norm)은 다음과 같이 정의된다.

$$\|G\|_\infty = \sup_\omega \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (5)$$

W_1 , W_3 는 각각 오차 신호, 출력 신호에 대한 가중함수이고, Sensitivity Matrix S 와 Complementary Sensitivity Matrix T 는 다음과 같이 정의된다.

$$S = (I + GK)^{-1} \quad (6)$$

$$T = GK(I + GK)^{-1} = I - S(s) \quad (7)$$

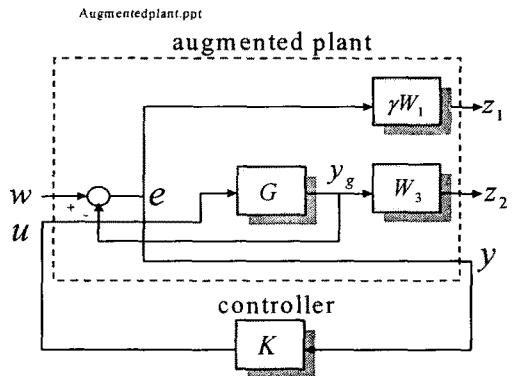


그림 3. 플랜트, 제어기 및 가중함수
Fig. 3. Plant, Controller, and Weighting Fun

S 와 T 는 항상 위의 조건을 만족시켜야 하므로, 전주파수 영역에서 추종성능과 모델링 오차에 대한 강인성을 함께 개선시킬 수는 없다. 그리고 외란 제거 규격과 강인 안정 규격은 다음과 같다.

$$\bar{\sigma}(S(j\omega)) < |\gamma^{-1}W_1^{-1}(j\omega)| \quad \text{for all } \omega \quad (8)$$

$$\bar{\sigma}(T(j\omega)) < |W_3^{-1}(j\omega)| \quad \text{for all } \omega \quad (9)$$

일반적으로 가중함수 W_1 과 W_3 외에 제어입력에 대한 가중함수 W_u 도 고려하지만, 이 논문에서는 설계를 간략화하기 위하여 포함하지 않았다.

H_∞ 제어기 설계문제는 식 (10)의 T_{zw} 를 내부적으로 안정화시키면서 다음과 같이 강인성과 성능에 대한 H_∞ 노

음을 최소화하는 제어기 K 를 구하는 문제로 간략화된 수 있다.

$$\|T_{zw}\|_{\infty} \leq 1 \quad (10)$$

식 (10)의 $T_{zw} = \begin{bmatrix} \gamma W_1 S \\ W_3 T \end{bmatrix}$ 는 페루프 전달함수로서 weighted mixed sensitivity function이 된다.

본 논문에서는 파라미터 γ , k_1 , k_3 와 가중함수 W_1 과 W_3 을 식 (11)과 같이 정하였다. 파라미터 k_1 는 기준 입력에 대한 정상상태오차의 크기에 영향을 주고, k_3 는 페루프 시스템의 대역폭과 직접 상관이 있다. 따라서, 페루프 시스템에 대한 제어 성능 및 강인성 관련 규격과 관련하여 이 파라미터를 설정하면 설계자가 원하는 응답을 얻을 수 있게 된다.

$$\begin{aligned} W_1(s) &= \frac{\gamma}{k_1} \frac{(t_n s + 1)^2}{(t_d s + 1)^2} \\ W_3(s) &= k_3 s^3 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 $\gamma = 1$, $k_1 = 0.015$, $t_n = 0.0159$, $t_d = 0 = 10^{-8}$ 이다.

2.3 PID 제어기 설계 (5)

이 절에서는 자기부상 시스템의 전형적인 PID 제어를 적용에 대해 언급하고자 한다. 자기부상 시스템에서의 PID 제어기는 각 계인을 간단하게 튜닝할 수 있는 장점이 있지만 각종 외란이나 모델 오차에 대해 강한 특성을 갖지 못한다. 이 논문에서는 H_{∞} 제어기와 PID 제어기의 제어 성능을 실험적으로 비교하고자 한다.

구현된 단일 입력력 PID 제어기의 구조는 다음과 같다.

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s + \tau_i} + \frac{K_d s}{\tau_d s + 1}$$

위 식을 상태공간으로 표현하면

$$\begin{aligned} A_c &= \begin{bmatrix} -\tau_i & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\tau_d} \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_d} \\ \frac{1}{\tau_d} \end{bmatrix} \\ C_c &= \begin{bmatrix} K_i & -\frac{K_d}{\tau_d} \end{bmatrix}, D_c = K_p + \frac{K_d}{\tau_d} \end{aligned}$$

여기서 τ_i 와 τ_d 는 각각 적분값과 미분값의 크기를 제한하기 위한 상수로 고정된 값을 가지며, 각각의 계인은 $K_p = 2000$, $K_i = 300$, $K_d = 70$, $\tau_i = 0$, $\tau_d = 10^{-4}$ 이다.

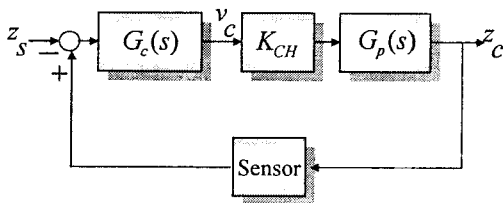


그림 4 PID 제어기 및 자기부상 시스템
Fig. 4 PID controller and MagLev system

2.4 실험 결과

2.4.1 실험장치 설명

이 절에서는 제작된 자기부상 시스템의 하드웨어 시스템에 대하여 설명하고자 한다.

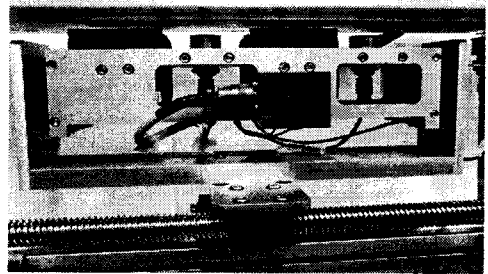


그림 5 자기부상 실험장치 사진
Fig. 5 Photograph of MagLev System

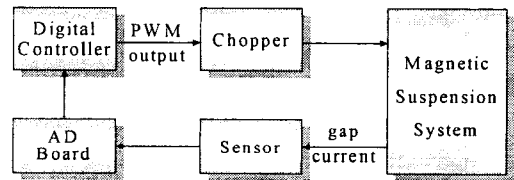


그림 6 디지털 부상제어 시스템
Fig. 6 Digital Suspension Control System

그림 5와 6은 제작된 자기부상 시스템의 하드웨어 및 그것에 대한 전체 블록 다이어그램을 보여 준다. 이 논문에서는 부상제어기의 하드웨어로서 VME 버스 기반의 미국 Digital Equipment Cooperation(DEC)사의 160[MHz] 클럭 주파수의 Alpha-160 CPU 보드를 사용하였다. 제어 프로그램에서의 샘플링 주파수는 4[kHz]이고, 실시간 운영체제인 VxWorks[6] 환경에서 C 프로그램으로 task 형태로 제어용 코드를 구성하였다. 이 제어 프로그램은 미국 DEC사의 워크스테이션에서 개발되어 컴파일 된 후, ethernet을 통하여 타겟 보드에 다운로드 된 후, 실행된다. 제어 프로그램에서 피드백 센서는 전류 센서와 미국 KAMAN사의 갭 센서 모두 2가지를 사용하였으며, 가속도 센서는 사용하지 않았다. Analog-to-Digital (AD) 보드는 12[bit]의 정밀도를 가지며, 0 ~ +5[V]까지 변환이 가능하다. 디지털 제어기는 AD 보드로부터 읽은 디지털 신호를 이용하여 제어 알고리즘을 계산한 후, 제어기 출력 신호를 초퍼에 PWM 형태로 출력한다. 초퍼는 1-4상한 방식으로서, 스위칭 소자는 IGBT를 사용하였고, 스위칭 주파수는 10[kHz], DC 입력전압은 60[V]이다.

2.4.2 제어 실험결과

실험은 먼저, 강체 레일에 대하여 PID 제어기가 안정된 부상을 유지할 수 있다는 것을 스텝 응답과 임펄스 응답을 통하여 보여주고, 이 제어기를 다시 유연 레일에 적용한

결과를 보인다. 또 H_∞ 제어기에 대해서도 동일한 방법으로 실험을 한다.

그림 7은 강체 레일에 대해 PID 제어를 한 경우 공극의 기준값을 4에서 5mm로 변화시켰을 때의 공극 및 전류 응답이며, 비교적 안정된 부상 특성을 보여 준다. 그림 8는 같은 조건에서의 임펄스 응답이며 역시 비교적 양호한 결과를 보여 준다. 여기서 임펄스 외란 입력은 제어 전압에 폭 80msec, 크기 4V를 더하여 만들었다. 그림 9는 PID 제어를 강체 레일이 아닌 유연한 레일에서 부상 특성이며 정상상태 공극 4mm를 유지하지 못하고 매우 큰 진동을 한다는 것을 알 수 있다. 이것은 모델 오차로 인하여 페루프 전달함수의 성능이 크게 저하되었다는 것을 생각할 수 있다. 반면에 그림 10과 11은 H_∞ 제어를 한 경우 유연 레일에서의 부상 스텝 응답과 임펄스 응답이다. 이 경우, 모델 오차가 있다 하더라도 부상 특성이 비교적 양호하며, 이는 바로 강인한 부상 제어기라는 것을 알 수 있다.

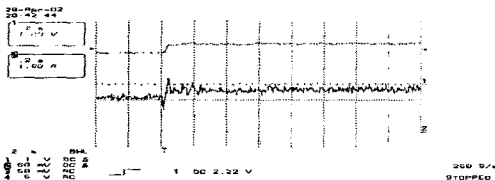


그림 7 PID 제어시 강체 레일에서의 공극변화 응답: 기준공극이 4에서 5mm로 변화시의 공극(위:2mm/div 및 전류(아래:1A/div.)

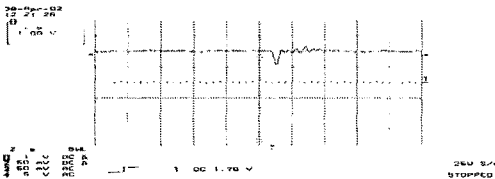


그림 8 PID 제어시 강체 레일에서의 임펄스 응답: 공극 4mm에서 임펄스 전압에 대한 공극(2 mm/div.)

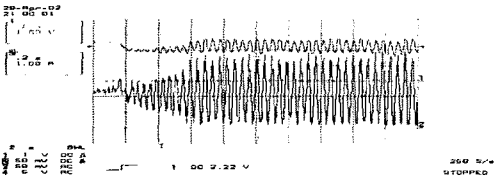


그림 9 PID 제어시 유연 레일에서의 공극변화 응답: 기준공극이 5에서 4mm로 변화시의 공극(위:2mm/div 및 전류(아래:1A/div.)

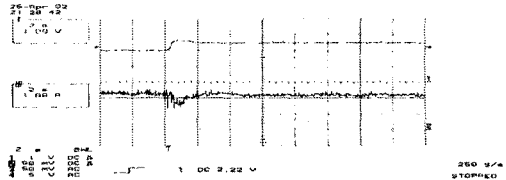


그림 10 H_∞ 제어시 유연 레일에서의 공극변화 응답: 기준공극이 4에서 5mm로 변화시의 공극(위:2mm/div 및 전류(아래:1A/div.)

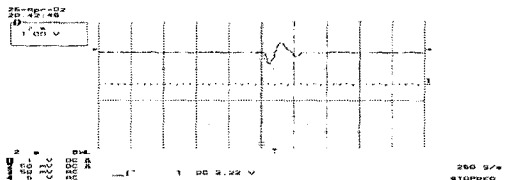


그림 11 H_∞ 제어시 유연 레일에서의 임펄스 응답: 공극 4mm에서 임펄스 전압에 대한 공극(2 mm/div.)

3. 결 론

지금까지 자기부상 시스템에 대해 H_∞ 제어 및 PID 제어의 실험 결과를 보였다. 그 결과 H_∞ 제어는 레일에 의한 모델 오차가 발생되더라도 비교적 좋은 제어 성능을 유지한 반면에 PID 제어는 강체 레일에서는 안정된 부상 특성을 보이지만 유연한 레일에서는 매우 진동이 커지게 되었다. 이것은 H_∞ 제어를 한 경우에는 모델 오차가 있다 하더라도 제어 성능 지수가 큰 변화가 없지만 PID 제어에서는 성능 지수가 매우 저하되었다고 볼 수 있다.

앞으로는 PID 제어기와 H_∞ 제어기의 제어 성능의 차이를 수치화하여 분석하고, 모델 오차 및 외란이 존재하더라도 항상 안정된 결과를 낼 수 있는 제어기를 설계할 수 있는 방안을 강구하고자 한다.

(참 고 문 헌)

- [1] P.K. Sinha, *Electromagnetic suspension: dynamical control*. Stevenage, U.K. Peregrinus, 1987.
- [2] K. Glover and J.C. Doyle, "State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H_∞ -norm bound and relations to risk sensitivity", *Syst. C Lett.*, vol.11, pp.167-172, 1988.
- [3] M. Fujita, F. Matsumura, and M. Shimizu, " H_∞ control design for a magnetic suspension system, *International Symposium on Magnetic Bearing*, pp.34 July 12-14, 1990, Tokyo, Japan.
- [4] *Robust control toolbox, ver 2.0.6*, The Mathworks.
- [5] S. Ibaraki and M. Tomizuka, "H ∞ Optimization of Structure Controllers", *International Mechanical Eng Congress and Exposition*, Orlando, Florida, 2000.
- [6] *VxWorks User's Guide*, The WindRiver, 1996.