

적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 이용한 힘 궤환 제어

서삼준\*, 서호준\*\*, 김동식\*\*  
 \*안양대 전기전자공학부, \*\*순천향대 정보기술공학부

Force Feedback Control using Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control

Sam-Jun Seo, Ho-Joon Seo, Dong-Sik Kim  
 Anyang University, SoonChunHyang University

**Abstract** - The objective of this paper is to design a force feedback controller for bilateral control of a master-slave manipulator system using adaptive fuzzy sliding mode control. In a bilateral control system, the motion of the master device is followed by slave the one. While the force applied to the slave is reflected on the master. In this paper, a proposed controller applied to the system. Adding a switching control term to the input, robustness is improved. Also the knowledge of the system dynamics is not needed. The computer simulation results show the performance of the proposed adaptive fuzzy sliding mode controller.

을 나타내었다. Master-slave 암의 특성 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\tau_m + f_m = m_m \ddot{x}_m + b_m \dot{x}_m \quad (1)$$

$$\tau_s - f_s = m_s \ddot{x}_s + b_s \dot{x}_s \quad (2)$$

여기서,  $x_m, m_m, b_m$ 은 각각 master 암의 변위, 질량, 마찰계수이며  $x_s, m_s, b_s$ 는 각각 slave 암의 변위, 질량, 마찰계수이다.  $f_m$ 과  $f_s$ 는 각각 작업자가 master 암에 인가하는 힘과 slave 암이 작업대상에 인가하는 힘이다.  $\tau_m$ 과  $\tau_s$ 는 각각 master와 slave 암에 인가되는 제어기의 출력 토크이다.

slave 암과 작업대상 사이에 작용하는 동특성식은 다음과 같다.

$$f_s = m_w \ddot{x}_s + b_w \dot{x}_s + c_w x_s \quad (3)$$

여기서,  $m_w, b_w, c_w$ 은 각각 작업대상의 질량, 마찰계수, 탄성계수이다. 식(3)에서 작업대상의 변위를 slave의 변위로 쓴 것은 작업대상과 slave 암이 강제로 연결되어 있다고 가정하였기 때문이다.

작업자의 동특성식 또한 다음과 같이 근사화할 수 있다고 가정한다.

$$\tau_{op} - f_m = m_{op} \ddot{x}_m + b_{op} \dot{x}_m + c_{op} x_m \quad (4)$$

여기서,  $m_{op}, b_{op}, c_{op}$ 는 각각 작업자의 질량, 마찰계수, 탄성계수이며  $\tau_{op}$ 는 작업자의 근육에 의한 힘이다. 식(3)에서와 마찬가지로 master 암을 작업중에 꼭 잡고 있는 것으로 가정한다.

식(4)를 식(1)에 식(3)을 식(2)에 각각 대입하고  $x_1 = x_m, x_2 = \dot{x}_m, x_3 = x_s, x_4 = \dot{x}_s$  라 두고 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{x} = f(x) + g(x) u \quad (5)$$

여기서,

$$f(x) = \begin{bmatrix} -c_{op}x_1 - (b_m + b_{op})x_2 + \tau_{op} \\ m_m + m_{op} \\ x_4 \\ -c_w x_3 - (b_s + b_w)x_4 \\ m_s + m_w \end{bmatrix}$$

$$g(x) u = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_m \\ m_m + m_{op} \\ 0 \\ \tau_s \\ m_m + m_{op} \end{bmatrix}$$

이다.

실제로 master-slave 시스템의 파라미터들은 정확하게 모델링 하기가 어렵고 특히 작업자의 파라미터  $m_{op}, b_{op}, c_{op}$ 는 상수가 아니라 동작점에 따라 변하는

1. 서론

기존의 master-slave 시스템의 제어기는 시스템의 정확한 파라미터를 토대로 설계되기 때문에 정확한 수학적 모델이나 파라미터를 얻기 어려운 매니플레이터에 대한 제어를 설계하기가 어려웠다.

본 논문에서는 1 자유도의 master-slave 시스템의 제어기로서 불확실한 비선형 계통에 대해 수학적 모델이 필요없고 Lyapunov 관점의 안정도가 보장되도록 제어 규칙과 파라미터 갱신법칙을 얻을 수 있는 강인한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어를 제안하였다. 제안한 제어기는 slave 암이 master 암의 위치 응답과 힘 응답까지 정확하게 추종하는 이상적인 응답 특성을 가지고 제어기 설계시 master slave 시스템의 정확한 수학적 모델이 필요하지 않을 뿐만 아니라 가변 구조 제어가 가지고 있는 장점인 파라미터 변동이나 외란에 대해서도 강인한 특성을 가지고 있다. 또한 체계적인 획득 방법이 없어 시행착오법이나 숙련된 전문가의 직관과 경험에 의존하던 퍼지 규칙을 스스로 생성해 주는 장점을 가지고 있다.

2. 1 자유도 master-slave 시스템

대부분의 master-slave 시스템은 다수의 자유도를 갖는 암으로 구성되어 있다. 본 논문에서는 문제를 간단히 하기 위해 1 자유도 시스템만을 고려하기로 한다.

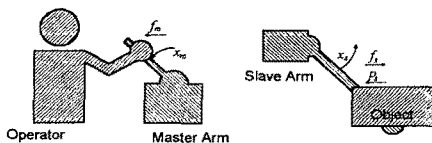


그림 1 자유도 1 시스템

그림 1에 1 자유도를 갖는 master-slave 시스템

변수이므로  $f(x), g(x)$ 를 정확히 추정하기가 어렵다.

### 3. 적응 퍼지슬라이딩 모드 제어기 설계

#### 3.1 퍼지 모델 식별

먼저 퍼지 모델의 형태는 if-then-의 언어 규칙 형태로 가정하고 각 언어 규칙의 후건부는 퍼지 기저 함수의 선형 결합으로 가정한다. 즉,  $f(x), g(x)$ 를 규칙이 다음과 같이 표현되는 N개의 퍼지 규칙들에 의해 표현된다고 가정한다.

$R_{g_i}$ : If  $x_1 = G_{1j}$  and  $x_2 = G_{2j}$  and... and  $x_n = G_{nj}$   
then  $\hat{g}(x | \theta_g) = \theta_g^T \xi(x)$

$R_{f_j}$ : If  $x_1 = F_{1j}$  and  $x_2 = F_{2j}$  and... and  $x_n = F_{nj}$   
then  $\hat{f}(x | \theta_f) = \theta_f^T \xi(x)$

여기서  $F_{ij}$  와  $G_{ij}$ 는 j 번째 퍼지 규칙에서 퍼지 변수  $x_i$ 의 언어 값이고,  $\theta_f = (\theta_{f1}, \theta_{f2}, \dots, \theta_{fn})^T$  와  $\theta_g = (\theta_{g1}, \theta_{g2}, \dots, \theta_{gn})^T$ 는 각각 f, g의 파라미터 벡터이고  $\xi_f$  와  $\xi_g$ 는 퍼지 기저 함수 벡터로서 각 요소에 대한 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \xi_f(x) &= (\xi_{f1}(x), \xi_{f2}(x), \dots, \xi_{fn}(x))^T \\ \xi_g(x) &= (\xi_{g1}(x), \xi_{g2}(x), \dots, \xi_{gn}(x))^T \end{aligned} \quad (6)$$

$$\xi_{f_j}(x) \triangleq \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_{ij}}(x_i)}{\sum_{j=1}^N \prod_{i=1}^n \mu_{F_{ij}}(x_i)} \quad (7)$$

$$\xi_{g_j}(x) \triangleq \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{G_{ij}}(x_i)}{\sum_{j=1}^N \prod_{i=1}^n \mu_{G_{ij}}(x_i)}$$

최종적으로 퍼지 규칙들의 집합으로부터 비선형 함수의 추정치  $\hat{f}(x | \theta_f)$ ,  $\hat{g}(x | \theta_g)$ 는 다음과 같이 가중 평균 비퍼지화 식으로부터 구해진다.

$$\begin{aligned} \hat{f}(x | \theta_f) &= \frac{\sum_{j=1}^N \theta_{fj} \mu_{R_{f_j}}(x)}{\sum_{j=1}^N \mu_{R_{f_j}}(x)} \\ \hat{g}(x | \theta_g) &= \frac{\sum_{j=1}^N \theta_{gj} \mu_{R_{g_j}}(x)}{\sum_{j=1}^N \mu_{R_{g_j}}(x)} \end{aligned} \quad (8)$$

또한 비선형 함수  $f(x), g(x)$ 는 다음 식에 의해 계산된다.

$$\begin{aligned} \hat{f}(x | \theta_f) &= \theta_f^T \xi_f(x) \\ \hat{g}(x | \theta_g) &= \theta_g^T \xi_g(x) \end{aligned} \quad (9)$$

#### 3.2 파라미터 추정을 위한 적응 규칙

퍼지 시스템  $f(x), g(x)$ 의 파라미터 벡터  $\theta_f, \theta_g$ 에 대한 적응 규칙을 구하기 위하여 먼저 다음과 같은 최소 근사 오차 (minimum approximation error)를 정의하자. 최소 근사 오차 w는 현재 추정하고자 하는  $\hat{f}$ 와  $\hat{g}$ 와 실제값의 오차들을 결합시킨 형태의 근사 오차이다.

$$w = (f(x) - \hat{f}(x | \theta_f^*)) + (g(x) - \hat{g}(x | \theta_g^*)) u_{eq}^c \quad (10)$$

여기서  $\theta_f^*, \theta_g^*$ 는 각각 다음 식을 만족시키는 값으로 정의한다.

$$\theta_f^* = \min_{\theta_f \in \Omega_f} [\max_{x \in U_x} |f(x) - \hat{f}(x | \theta_f)|] \quad (11)$$

$$\theta_g^* = \min_{\theta_g \in \Omega_g} [\max_{x \in U_x} |g(x) - \hat{g}(x | \theta_g)|] \quad (12)$$

$\Omega_f, \Omega_g$ 는 상수  $M_f, M_g$ 에 대하여 설계자에 의하여 다음 식과 같이 정해지는 파라미터 집합이다.

$$\Omega_f = \{ \theta_f \mid |\theta_{fj}| \leq M_f \}, \quad \Omega_g = \{ \theta_g \mid |\theta_{gj}| \leq M_g \}$$

따라서  $s(e)$ 의 도함수  $\dot{s}(e)$ 는 다음과 같이 다시 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{s}(e) &= (\dot{\hat{f}}(x | \theta_f^*) - \dot{\hat{f}}(x | \theta_f)) + ((\hat{g}(x | \theta_g^*) - \hat{g}(x | \theta_g)) u_{eq}^c \\ &\quad + g(x) u_s^c + w \end{aligned} \quad (13)$$

$\dot{\hat{f}}(x | \theta_f)$ 와  $\dot{\hat{g}}(x | \theta_g)$ 는 식 (8)로 주어지는 퍼지 시스템이므로 식 (13)은 다음 식으로 표현된다.

$$\dot{s} = \Phi_f^T \dot{\xi}_f(x) + \Phi_g^T \dot{\xi}_g(x) u_{eq}^c + g(x) u_s^c + w \quad (14)$$

여기서,  $\Phi_f = \theta_f^* - \theta_f$ ,  $\Phi_g = \theta_g^* - \theta_g$ 이고  $\xi_f(x)$ 와  $\xi_g(x)$ 는 퍼지 기저 함수이다.

적용칙을 얻기 위하여 다음과 같은 Lyapunov 함수를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2} \left\{ s^2 + \frac{1}{\gamma_1} \Phi_f^T \Phi_f + \frac{1}{\gamma_2} \Phi_g^T \Phi_g \right\} \quad (15)$$

Lyapunov 함수의 도함수는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} - \frac{1}{\gamma_1} \Phi_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_2} \Phi_g^T \dot{\theta}_g \\ &= s \left\{ \Phi_f^T \dot{\xi}_f + \Phi_g^T \dot{\xi}_g u_{eq}^c + g(x) u_s^c + w \right\} \\ &\quad - \frac{1}{\gamma_1} \Phi_f^T \dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_2} \Phi_g^T \dot{\theta}_g \\ &= s \{ g(x) u_s^c + w \} + \frac{1}{\gamma_1} \Phi_f^T [-\dot{\theta}_f + \gamma_1 s \xi_f] \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_2} \Phi_g^T [-\dot{\theta}_g + \gamma_2 s \xi_g u_{eq}^c] \end{aligned} \quad (16)$$

$\theta_f^*, \theta_g^*$ 는 상수이므로  $\dot{\theta}_f = -\dot{\theta}_f$ ,  $\dot{\theta}_g = -\dot{\theta}_g$ 가 되므로 최종적으로 적용칙은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_f &= \gamma_1 s \xi_f(x) \\ \dot{\theta}_g &= \gamma_2 s \xi_g(x) u_{eq}^c \end{aligned} \quad (17)$$

식(17)를 식(16)에 대입하면 Lyapunov 함수의 도함수는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \{ g(x) u_s^c + w \} \\ &= |s| \left\{ -g \left( \frac{x}{\hat{g}(x | \theta_g)} \right) K + w \operatorname{sgn}(s) \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

$\dot{V} < 0$ 가 보장되기 위해서는 K 값을 다음과 같이 정의하여야 한다.

$$K \geq \frac{\hat{g}^U}{g_L} \omega_{\max} \quad (19)$$

여기서

$$g_L = \inf_{x \in U_x} g(x)$$

$$\hat{g}^U = \sup_{\theta_g \in \Omega_g, x \in U_x} \hat{g}(x | \theta_g)$$

$$w_{\min} \leq w \leq w_{\max}$$

이다.

K는 불확실성이나 외란을 충분히 보상할 수 있는 크기로 설계자에 의하여 결정되는 값이다.

K를 식(19)와 같이 선정하면  $\dot{V} < 0$ 가 되어 안정하게 수렴됨을 보장한다. 파라미터 추정이 잘 되고 있는 경우에는 일반적으로 w는 0 또는 아주 작은 값으로 존재하기 때문에 스위칭 입력  $u_s$ 에 의하여  $\dot{V} < 0$ 을 보장할 수 있게 된다.

### 3.3 컴퓨터 모의실험

MATLAB을 이용한 컴퓨터 모의실험에서 작업자의 작업 토크를 아래와 같이 인가하였을 때 master와 slave 압의 응답을 비교하였다.

$$\tau_{op} = 5 - 5 \cos(4\pi t)$$

master-slave system의 파라미터는 다음과 같이 사용하였다.

master 압 :  $m_m = 6\text{Kg}$ ,  $b_m = 0.1\text{Ns/m}$

slave 압 :  $m_s = 6\text{Kg}$ ,  $b_s = 0.1\text{Ns/m}$

작업자 :  $m_{op} = 2\text{Kg}$ ,  $b_{op} = 2\text{Ns/m}$ ,  $b_{op} = 10\text{N/s}$

작업대상 :  $m_w = 0.5\text{Kg}$ ,  $b_w = 0.1\text{Ns/m}$ ,  $b_w = 0.1\text{N/s}$

샘플링시간 :  $h = 0.002\text{sec}$

제한한 제어기의 성능을 입증하기 위하여 master-slave system을 제어하기 위한 대표적인 force reflecting servo type 제어기와 비교하였다.

컴퓨터 모의실험에 사용된 force reflecting servo type 제어기의 형태와 파라미터는 다음과 같다.

$$\tau_m = K_{mfm} \dot{x}_m - K_{mfs} \dot{x}_s$$

$$\tau_s = K_{spm} \dot{x}_m - K_{sps} \dot{x}_s - K' \dot{x}_s$$

여기서,  $K_{mfm} = 2.5$ ,  $K_{mfs} = 3.5$ ,  $K_{mfm} = 400\text{N/m}$ .

$K_{mfm} = 400\text{N/m}$ ,  $K'_{sps} = 50\text{Ns/m}$  이다.

그림 2에 force reflecting servo type 제어기를 이용한 master-slave 시스템의 위치 응답을 그림 3에 힘 응답을 각각 나타내었고 그림 4에 제한한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 이용한 master-slave 시스템의 위치 응답을 그림 5에 힘 응답을 각각 나타내었다. 컴퓨터 모의실험 결과 제한한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기에 slave 압이 master 압의 위치 응답과 힘 응답까지 정확하게 추종하는 이상적인 응답 특성을 보인다.

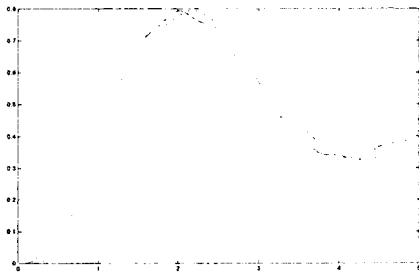


그림 2 위치 응답(force reflecting servo type)

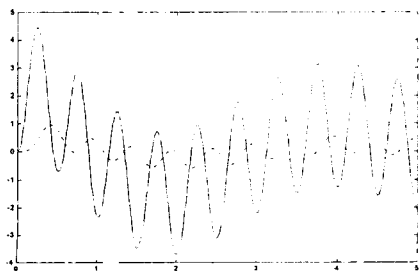


그림 3 힘 응답(force reflecting servo type)

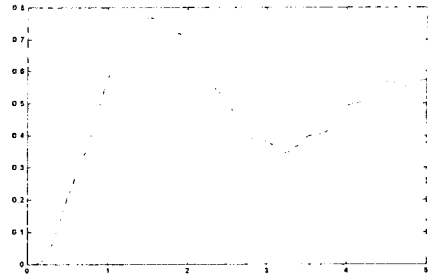


그림 4 위치 응답(제한한 제어기)

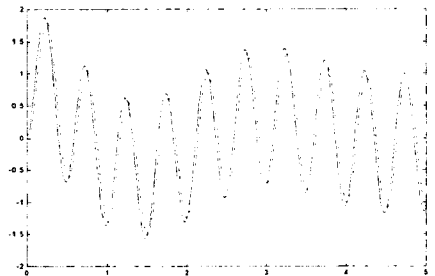


그림 5 힘 응답(제한한 제어기)

### 3. 결 론

본 연구에서는 1 자유도의 master-slave 시스템의 제어기로 적응 퍼지 슬라이딩 모드를 도입한 새로운 제어기를 제안하였다.

정확한 수학적 모델이 필요없고 Lyapunov 관점의 안정도가 보장되도록 제어규칙과 파라미터 갱신법칙을 얻을 수 있는 강인한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였다. 컴퓨터 모의실험 결과 제한한 제어기는 컴퓨터 모의실험 결과 slave 압이 master 압의 위치 응답과 힘 응답까지 정확하게 추종하는 이상적인 응답 특성을 가지고 있다.

#### [참 고 문 헌]

- [1] Y.Yokokohji & T.Yoshikawa, "Bilateral control of master slave manipulators for ideal kinesthetic coupling Formulation and experiment," in *IEEE trans. on Rob. and Aut.*, vol. 10, no. 5, pp. 605-620, 1994.
- [2] B. Hannaford, "A design framework for teleoperators with kinesthetic feedback," in *IEEE trans. Robotics Automat.*, vol. 5, no. 4, pp.426-434, 1989.
- [3] M.Jamshidi, N.Vadiee and T.Ross, "Fuzzy Logic and Control," Prentice-Hall, 1993
- [4] 서삼준,서호준,김동식 "퍼지 슬라이딩 모드 제어를 이용한 Master-Slave System의 Bilateral Control", 2001년 대한전기학회 하계학술대회 논문집, D권, pp. 2380-2383, 2001.