

점진적 2차 반응 표면 모델링 방법(PQRSM)을 이용한 SRM의 최적 설계

최재학\*, 정성인\*, 박재범\*, 이 주\*, 홍경진\*\*, 최동훈\*\*

\*: 한양대학교 전자전기컴퓨터공학부

\*\* : 한양대학교 최적설계 신기술 연구 센터

The Optimal Design of Switched Reluctance Motor Using Progressive Quadratic Response Surface Method

Jae-Hak Choi\*, Sung-In Jung\*, Jae-Bum Park\*, Ju Lee\*, Kyung-Jin Hong\*\*, and Dong-Hoon Choi\*\*

\*: Dept. of Electrical Engineering at Hanyang University

\*\* : Center of Innovative Design Optimization Technology at Hanyang University

**Abstract** - This paper presents an optimum design, which is able to determine optimal geometric and electric parameters of Switched Reluctance Motor so as to fit respective operating conditions specified in various industrial fields. Those works describe an approach to maximize the average torque while keeping the torque ripple within 10-100(%) of respective limited values. This optimum design is obtained by uniting an optimization algorithm of PQRSM to a time stepping finite element method.

1. 서 론

스위치드 릴럭턴스 전동기(Switched Reluctance Motor)는 구조가 간단하고 견고하며, 브러시가 없는 형태로 높은 효율과 낮은 제작비용의 장점으로 인해 최근에 많은 관심의 대상이 되고 있다. 이러한 장점들과 전력전자 기술의 발달로 인해 지난 10년 동안 SRM은 산업 분야에 적용하기 위한 집중적인 연구들이 이루어졌다. 그러나 SRM은 근본적으로 토오크 맥동이 크고 소음, 진동이 심하다는 단점이 있다. 이러한 토오크 맥동은 근본적으로 기하학적 파라미터인 고정자 극호( $\beta_s$ )와 회전자 극호( $\beta_r$ )에 의존한다. SRM의 토오크 맥동을 줄이기 위한 최적의 기하학적 파라미터를 결정하는 설계 방법에 관한 논문이 발표된 바 있었다[1]. 또한, 신경망 이론(Neural Network Algorithm)에 의한 토오크 맥동의 최소화를 위한 최적의 기하학적 형상을 찾는 방법도 발표되었다. 그러나 이러한 기존의 방법들은 턴 온 각( $\theta_{on}$ )과 턴 오프 각( $\theta_{off}$ )이라는 전기적인 파라미터들의 영향에 대한 고려없이 기하학적인 최적설계 방법만을 제시하였다[2].

SRM의 적용분야가 매우 다양하므로 실제 사용에서 요구되는 토오크 성능과 토오크 맥동의 허용범위는 달라진다. 사실상, 토오크 맥동과 평균 토오크 사이에는 상반(trade-off)되는 관계가 있는 것으로 알려져 있다. 이러한 이유 때문에 SRM을 산업분야에 적용 시, 각각의 명시된 토오크 맥동 제약조건들에서 평균 토오크를 최대화하기 위한 최적의 기하학적이고 전기적인 파라미터들을 ( $\beta_s, \beta_r, \theta_{on}, \theta_{off}$ ) 결정하는 연구방법이 필수적이다.

본 논문은 토오크 맥동을 10~100(%)까지 제한하면서 평균 토오크를 최대화 할 수 있는 최적설계를 제시하였다. 최적화 알고리즘으로써 점진적 2차 반응표면 모델링 방법인 PQRSM(Progressive Quadratic Response Surface Method)을 사용하였다[3]. 이러한 최적설계를 달성하기 위한 최적화 알고리즘은 시간차분 유한요소법과 결합되어 연구하였다.

2. 본 론

2.1 최적설계 모델 제안

그림 1은 자동차의 부속품을 위해 설계되어진 6/4

SRM의 단면도와 구동 회로를 보여주고 있다. 왼쪽 그림에서  $\beta_s$ 와  $\beta_r$ 은 고정자 극호와 회전자 극호를 각각 나타낸다. 드라이브는 비대칭 브리지 컨버터로 구성되어 있고, 모터 구동에서 각 상은 연속적으로 동작된다. 턴 오프 될 경우 전동기의 인덕턴스에 저장된 에너지는 환류 다이오드를 통하여 전원에 반환된다. 표 1은 연구 모델의 기본적인 사양을 보여준다.

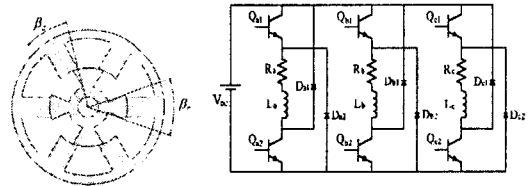


그림 1. 최적설계 모델의 단면과 구동 회로

표 1. 최적설계 모델의 주요사양

항 목	값	단위	항 목	값	단위
정격 출력	16	W	회전자 지름	40	mm
정격 전압	12	V	고정자 요크 두께	6	mm
동작 속도	500	rpm	회전자 요크 두께	6	mm
정격 전류	4	A	Shaft 지름	8	mm
상 수	3	Phase	고정자 지름	100	mm
고정자 극수	6	Poles	공극 길이	0.3	mm
회전자 극수	4	Poles	적층폭	40	mm
코어 재질	S18		턴 수	79	Turn

$$T(\theta, i) = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(\theta)}{d\theta} \tag{1}$$

SRM의 발생 토오크는 식 (1)과 같이 전류의 제곱에 비례하고, 회전자 위치각에 대한 인덕턴스의 기울기에 비례함을 알 수 있다. 여기서  $\theta$ 는 회전자의 위치이고,

$i$ 는 상 전류를 나타낸다. 위치에 따른 인덕턴스의 기울기가 일정할지라도 전류의 시정수 때문에 일정한 토오크는 얻어질 수 없다. 인덕턴스 프로파일은 고정자 극호와 회전자 극호의 정렬상태에 따라 변하고 토오크 성능에 영향을 준다. 토오크 리플을 최소화하고, 평균 토오크를 최대화하기 위해 고정자와 회전자의 극호는 기본적으로 30°이상이어야 한다. 만약 고정자와 회전자의 극호가 30°보다 작으면, 그림 2에서 보여진 것처럼 시정수를 무시하고 이상적으로 전류를 흘려도 토오크 덩이 발생하여 토오크 리플을 줄일 수 없다.

그림 3은  $\beta_s = 30^\circ, \beta_r \geq 30^\circ$  일 때, 인덕턴스 프로파일과 스위칭 전류와 토오크 특성을 나타낸다. SRM은 인덕턴스의 기울기에 따라서 토오크의 부호가 달라지므로 회전방향에 대하여 역방향의 토오크인 부토오크가

발생하는 회전자의 위치각도가 존재한다. 그러므로 SRM은 부트오프의 역제를 위해서는 반드시 회전자의 위치각에 따라 턴 온과 턴 오프를 해야한다. 또한, 설계 시 코어가 포화되지 않고 많은 자속량이 회전자 코어를 통해 흐르도록 하여 최대 인덕턴스 값을 크게 하고, 슬롯의 점적율을 높이기 위해서는  $\beta_r$ 이  $\beta_s$ 보다 크게 설계하는 것이 유리하다. 그림 3에서 보여진 것처럼 평균 토오프가 증가하는 동안 토오프 리플은 이상적으로 줄어들 수 있다. 따라서, 전기적이고 기하학적인 파라미터들 중에서 고정자와 회전자 극호와 턴 온과 턴 오프 각은 최적설계를 위한 설계변수들로 선택되었다.

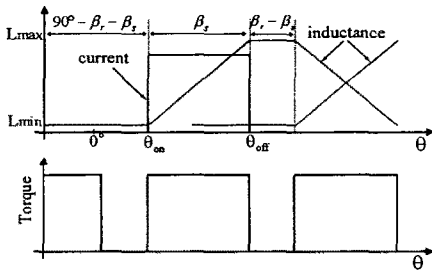


그림 2.  $\beta_s \leq \beta_r < 30^\circ$  인 경우 토오프 발생원리

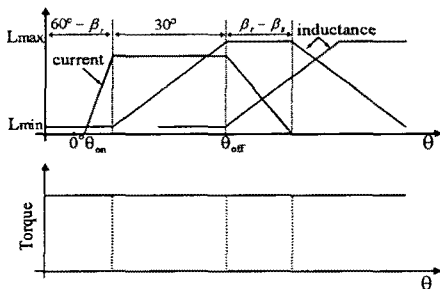


그림 3.  $\beta_s = 30^\circ$ ,  $\beta_r \geq 30^\circ$  인 경우 토오프 발생원리

## 2.2 최적화 알고리즘

그림 4는 본 논문에서 적용한 최적설계 과정을 보여준다.  $\beta_s$ ,  $\beta_r$ ,  $\theta_{on}$ ,  $\theta_{off}$  는 최적의 결과를 얻기 위한 설계 파라미터들로서 채택되었다. 목적함수를 계산하기 위해서 구동회로를 고려한 2차원 시간차분 유한요소법이 사용되었다. 목적함수와 설계변수 및 제약조건은 다음과 같다.

표 2. 최적설계 정식화

목적함수	평균 토오프 최대화	
설계변수	$\beta_s = 30^\circ$	$30^\circ \leq \beta_r < 60^\circ$
	$0^\circ \leq \theta_{on} \leq 30^\circ$	$30^\circ \leq \theta_{off} \leq 45^\circ$
제약조건	한 상의 최대전류 $I_{max} \leq 10$ (A)	
	토오프 리플 $\leq 10 \sim 100\%$	

본 연구에서 공액경사도법 (Conjugated Gradient Method, CGM)과 같은 비선형 최적 알고리즘에 기초한 기울기 (gradient-based nonlinear optimization algorithm)는 사용될 수 없다. 왜냐하면 모든 설계 파라미터들은 별개의 변수들로 고려되기 때문이다. 이러한 어려운 점을 극복하기 위해 최적화 알고리즘으로 PQRSM을 사용하였다. 이 방법은 목적함수와 제약조건 함수를 합리적인 설계 공간 내에서 2차 함수들로 근사화하고, 신뢰 영역 모델 관리법(The trust region model management strategy)의 상황(배경)내에서 유사한 최적화 문제들을 연속적으로 최적화한다. 신뢰

영역 모델 관리기법들은 근사 함수가 허용 오차 내에서 실제 함수 값과 일치하는 정보들을 산출하는 신뢰 영역에서 설계 방법들을 제한한다. 왜냐하면 PQRSM은 근사 함수들을 만들기 위해 목적함수 정보와 제약함수 정보만을 이용하고 일반적인 반응 표면 방법들과 같은 기울기 정보를 이용하지 않는다. 이것은 기울기 정보를 얻을 수 없는 곳에서의 문제들에 대해 유용한 방법이다.

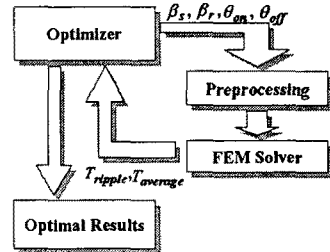


그림 4. 최적설계 과정

PQRSM은 종래의 반응 표면 방법들과 비교해서 다음과 두 가지의 장점이 있다. 첫째, PQRSM은 근사법에 기초한 아주 효과적인 함수이다. 2차 근사함수를 구성하기 위해 단지  $2n+1$  ( $n$ 은 설계 파라미터들의 수)개의 샘플링 점들을 요구한다. 반면에 종래의 반응 표면 방법들은 2차 반응 표면 함수를 구성하기 위해 적어도  $(n+1)(n+2)/2$  샘플링 점들이 필요하다.

둘째, PQRSM은 유일하게 회귀계수를 결정한다. 그러나 종래의 반응 표면 방법들은 회귀 계수를 결정하게 하기 위해 최소 자승법이 이용된다. 그러므로 PQRSM은 근사함수를 구성하기 위해 추가적인 CPU 시간이 명백하게 요구되지 않는다. 그림 5는 PQRSM의 알고리즘을 나타낸다. PQRSM의 계산 절차는 다음과 같다.

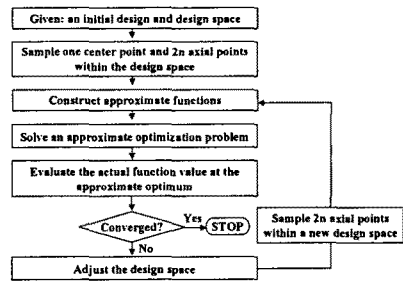


그림 5. 최적 알고리즘

0 단계, 초기의 설계와 설계 공간을 배치한다. 초기의 설계 공간은 초기의 설계를 포함하는 전체 설계 공간의 50%~100%로 가정한다. 1 단계, 설계공간에서  $2n+1$  샘플링 점들을 선택한다. 그 샘플링 점들의 그룹은 설계 변수 축을 따라서 초기의 설계 점과 새롭게 선택된  $2n$  설계 점들로 구성된다. 2 단계, 목적함수와 제약조건 함수를 2차 다항식 함수로 근사화한다. 3 단계, 근사 목적함수와 제약조건 함수를 이용한 근사 최적을 발견한다. 4 단계, 실제적인 해석으로 근사 최적화에서의 실제적인 목적함수와 제약조건들을 평가한다. 5 단계, 실제의 목적함수 값들과 제약조건 함수들의 값들을 사용한 근사 최적화에서 집중성을 조사한다. 6 단계,  $2n+1$  새로운 설계 공간 내에서 설계 점들을 선택한다. 그 샘플링 점들의 그룹은 앞서 계산된 점들과 새로이 선택된  $2n$  설계 점들로 구성된다.

## 2.3 유한요소 정식화

자기벡터 포텐셜과 전류밀도가 Z축 성분만 존재한다면 SRM의 지배방정식은 자기벡터 포텐셜로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{1}{\mu} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right] + J_o = 0 \quad (2)$$

여기서,  $\mu$ 는 투자율,  $A$ 는 자기벡터 포텐셜,  $J_o$ 는 입력 전류밀도이다. 전압원 해석을 위한 전압방정식은 식 (3)으로 표현할 수 있다.

$$V = R_m I + E_m \quad (3)$$

여기서,  $V$ 는 전압,  $R_m$ 은 상 저항,  $E_m$ 은 권선에 유기된 역기전력이다. 식 (2)에 Galerkin 방법을 적용한 후, 전압 방정식 (3)을 결합하고 시간 차분법을 이용하면 식 (4)와 같은 게 행렬 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [S] & [Q] \\ \frac{1}{\Delta t}[F] & [R_m] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (A)^{t+\Delta t} \\ (D)^{t+\Delta t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ \frac{1}{\Delta t}[F] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (A)^t \\ (D)^t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (V)^{t+\Delta t} \end{bmatrix} \quad (4)$$

동특성 해석을 수행하기 위해 이동라인 기법이 도입되었고, 쇄교 자속은 식 (5)에 의해 계산된다.

$$\lambda = \int_{\theta_{om}}^{\theta_{om}} (V - Ri) d\theta / w \quad (5)$$

여기서,  $\lambda$ 는 쇄교자속,  $\theta_{om}$ 은 턴온 각,  $\theta_{off}$ 는 턴오프 각,  $V$ 는 공급 전압,  $R$ 은 상 저항,  $w$ 는 각속도,  $i$ 는 순시전류이다.

자계 내에서 자성체에 작용하는 전자력은 그 자성체를 둘러싸는 표면에 대한 맥스웰 응력법(Maxwell stress tensor)을 폐적분 함으로써 구할 수 있다.

$$F = \int_l \frac{w}{2\mu_0} [n_x(B_x^2 - B_y^2) + 2n_y B_x B_y] dl \quad (6)$$

여기서,  $n_x$ 과  $n_y$ 는 법선 방향의 단위벡터이고,  $w$ 는 적층폭,  $B_x$ 와  $B_y$ 는 자속 밀도이다.

SRM의 토오크 리플을 계산하기 위해서 식 (7)을 이용하였다.

$$T_{rip} (\%) = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}} \times 100 \quad (7)$$

여기서,  $T_{rip}$ 은 토오크 리플,  $T_{max}$ 는 최대 토오크,  $T_{min}$ 는 최소 토오크를 나타낸다.

## 2.4 최적설계 결과

그림 6은 토오크 리플을 10%에서 100%까지 제약하는 동안, 목적함수인 평균 토오크와 그 때의 토오크 리플의 추이를 보여주고 있다.

그림 7은 토오크 리플을 각각 10%에서 100%까지 제한하는 동안 회전자 극호를 나타내었다. 회전자 극호는 토오크 리플이 커질수록 감소함을 나타내고 있다. 이것은 토오크 특성이 회전자 극호에 의존한다는 것을 의미한다.

그림 8은 토오크 리플을 각각 10%에서 100%까지 제한하는 동안의 턴온 각과 턴오프 각을 보여준다. 제약조건인 토오크 리플을 완화하면 턴온 각은 작아지고, 턴오프 각은 토오크 리플에서 제약조건 증가에 따라 커진다. 따라서 제약조건을 범위를 완화할수록 Dwell각은 증가한다. 만약 모든 설계 파라미터들이 고려된다면 토오크 특성은 전기적이고 기하학적 파라미터들에 의해 영향을 받는다는 것을 알 수 있다.

## 3. 결 론

본 논문에서는 스위치드 릴럭턴스 전동기의 각각 제한된 토오크 리플에서의 평균 토오크를 최대화하기 위해 최적설계 방법을 제시하였다. 본 연구에서 시간차분 유한요소법은 구동회로와 설계 변수를 고려하는데 효과적으로 사용되었다. 최적의 SRM 연구를 위해 설계 파라

미터들과 그 성능들을 최적설계 관점에서 검토하였다. 또한, 평균 토오크와 토오크 리플 사이의 상호 특성을 연구하였다. 우리는 PQRS와 FEM을 같이 결합하여 본 연구의 목적을 만족시키는 최적의 해결책들을 얻을 수 있었다.

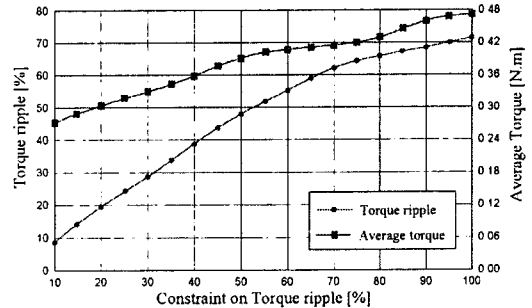


그림 6. 토오크 리플과 평균 토오크

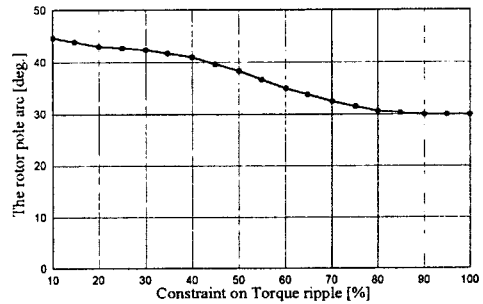


그림 7. 토오크 리플에 따른 회전자 극호

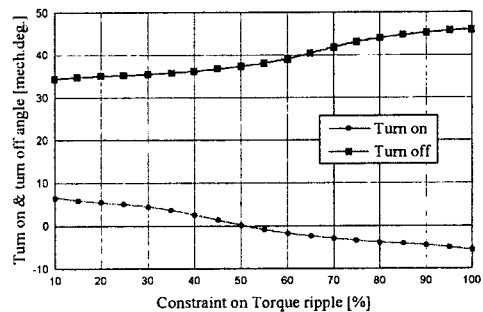


그림 8. 턴온 각과 턴오프 각

## 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 지정 국제공동연구(과제번호: M1-0011-0021)지원으로 수행되었습니다.

## [참 고 문 헌]

- [1] T. J. E. Miller, *Switched Reluctance Motors and their control*, Hillsboro, OH: Magna Physics Publishing and London: Oxford University Press, pp. 1-23, 1993.
- [2] Y. Ohdachi and Y. Kawase, "Optimum Design of Switched Reluctance Motors using Dynamic Finite Element Analysis," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 33, pp. 2033-2036, March 1997.
- [3] K. -J. Hong, M. -S. Kim, and D. -H. Choi, "Efficient Approximation Method for Constructing Quadratic Response Surface Model," *KSME International Journal*, vol. 15, no. 7, pp. 876, 2001.