

## 유한요소법과 등가회로법의 결합을 이용한 인버터 구동 3상 농형 유도전동기의 과도 특성해석

조용\* 권병일\* 김재우\* 김병택\*\*  
\*한양대학교 \*\*(주)삼성전기

### Transient Analysis of Inverter-fed Three Phase Squirrel Cage Induction Motor Using A Combined Method of Finite Element Method and Equivalent Circuit

Y.Cho\*, B.I.Kwon\*, J.W. Kim\*, B.T.Kim\*\*  
\*Hanyang University, \*\*Samsung Electro-mechanics Co. Ltd

**Abstract** - In this paper, a method for an accurate and fast transient analysis, which employs a single slot model for the rotor, is presented. The equivalent circuit parameters are extracted from a combined method of F. E. M and equivalent circuit on 1 slot rotor boundary condition. Two kinds of circuit parameters for each slip are applied to equivalent circuit controlled by variable-voltage variable-frequency. One is the constant parameters at rated speed, and the other is the parameters varying in accordance with slip-frequency. The computer characteristics of the suggested method for four-pole 1.5KW induction motor are compared with those of Equivalent circuit for the transient analysis.

#### 1. 서 론

유도 전동기의 특성 해석 방법으로 등가회로를 이용한 해석과 유한요소법을 이용한 시간 차분 해석을 적용하는 방법이 일반적이다. 그러나, 기존의 정격 파라미터를 입력하는 등가회로의 경우 회로 정수의 부정확성으로 인해 해석 결과가 부정확하다. 반면, 유한요소법은 복잡한 코어 형상이나 비선형 코어 재질의 전동기를 해석하는 경우에 정밀도를 가지나 인버터 구동시 입력 전압 파형의 복잡성으로 인해 해석 시간이 매우 긴 단점이 있다.[1][2] 이러한 문제점을 보완하기 위하여 슬롯피치 경계조건을 이용한 유한요소 해석으로부터 추출된 회로정수를 등가회로에 이용하여 전동기의 특성을 산출하는 방법이 제안된다.[3][4] 그러나 6-step Inverter 전압 구동시 정상 상태 해석을 적용한 바는 있으나 PWM 인버터 구동시는 제안된 바가 없다. 이러한 해석방법을 적용하여 인버터 구동 유도전동기의 해석 시간을 단축시키고, 최적 제어에 이용될 수 있으며, 과도시의 정확한 특성을 얻을 수 있는 장점이 있다. 제안된 방법은 정확하고 빠른 유도 전동기의 과도 특성을 해석하기 위한 새로운 복합 해석과정으로 재 산출된 회로정수를 인가함으로 토크, 전류, 속도 응답특성을 구한 후 그 특성을 정격 파라미터 인가 시와 비교한다.

#### 2. 해석 모델 및 해석 방법

##### 2.1 해석 모델

표1은 해석하고자 하는 인버터 구동 유도 전동기의 사양이고, 그림1은 본 논문에서 해석하고자 하는 인버터 구동 유도전동기의 한 극 모델이다.

표1 해석 모델의 사양  
Table 1. Spec. of analysis model

출력	2.5 [kW] (2HP)	고정자슬롯수	36
극수	4극	회전자슬롯수	44
전압	487[V] (D.C LINK)	직총길이	80[mm]
정격 속도	1720[rpm]	고정자내경	95[mm]
공극	0.35[mm]	회전자내경	160[mm]

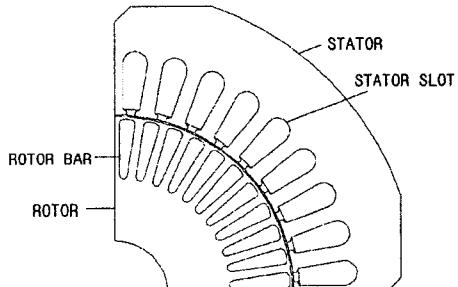


그림1 해석 모델의 형상  
Fig. 1 A shape of analysis model

##### 2.2. 해석 방법

###### 2.2.1 슬롯피치 경계조건을 이용한 회전자의 회로정수 추출

농형 유도 전동기는 운전상태에 따라 회전자 슬롯의 포화 및 도체의 표피효과와 같은 현상이 매우 심하게 나타나므로 회전자의 회로정수 예측이 어렵게 된다. 이 현상은 슬롯 인더턴스 및 바 저항에 크게 발생하므로 회전자에 대한 슬롯피치 경계조건으로 이를 구한다. 그림2는 슬롯피치 경계조건으로 파라미터를 추출하기 위한 1 슬롯 모델이다.

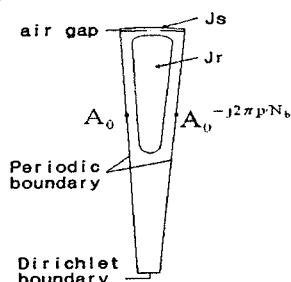


그림2 1슬롯해석을 위한 모델링  
Fig. 2 Modeling of 1 slot analysis

여기서  $N_b$ 는 슬롯 개수,  $p$ 는 극 쌍수이다. 공극의 치형상에 의한 자기 저항 변화는 카터 계수를 적용하고 회전자 철심의 포화만을 고려하며, 고정자 전류의 영향을 고려하기 위해 고정자 표면에 면전류 밀도  $J_s$ 를 인가하였으며,  $J_r$ 을 구동 항으로 하는 유한요소 해석을 실시하였다.

유한요소 해석을 위한 지배방정식은 식(1)과 같다.

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 A + j \omega s \sigma (A - A_0) = J_r + J_s \quad (1)$$

여기서,  $A$ 는 자기벡터 포텐셜,  $A_0$ 는 평균자기 벡터 포텐셜이며,  $J_r$ 은 회전자바에 흐르는 전류의 공간 평균치 그리고  $J_s$ 는 고정자에 표면에 흐르는 면전류 밀도이다.

이 방법은 작은 해석 영역에 대해 유한요소해석을 실시하므로 해석시간이 짧고 포화 및 표피 효과가 고려된 파라미터를 추출할 수 있다.

표2는 등가회로에 인가되는 정격시의 파라미터이고, 그림3은 1슬롯해석을 통해 얻은 슬립에 따라 변화하는 파라미터를 보여준다. 특히, 슬립에 따른 2차측 누설 리액턴스는 정격부근에서 급격한 값의 차이를 보인다. 슬립이 커짐에 따라 일정한 값을 가짐을 알 수 있다.

여기서 2차측 R2, X2 만이 슬립에 따라 변화한다.

표2. 등가회로 입력 파라미터

Table 2. Input parameter of Equivalent circuit

정격 일때의 파라미터 ( $S = 0.05$ )			
R1 (1차측 저항)	2.871 [Ω]	X1 (1차측 누설리액턴스)	4.581 [Ω]
R2 (2차측 저항)	2.541 [Ω]	X2 (2차측 누설리액턴스)	4.591 [Ω]

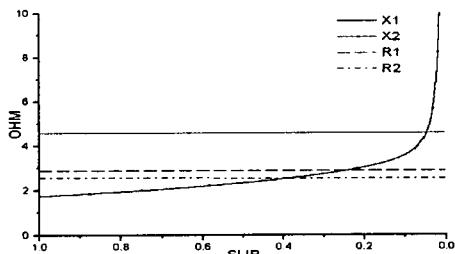


그림3 1슬롯 해석을 이용한 등가회로 파라미터

Fig.3 Equivalent parameter using method of 1 slot analysis

## 2.2.2 등가회로 해석 방법

고정자 q, d축 쇄교 자속, 회전자 q, d축 쇄교 자속, 자화 쇄교 자속 성분, 고정자와 회전자의 q, d축 전류 성분 그리고 토크 성분은 아래의 수식과 같다.

$$\Psi_{qs}^s = \omega_b \int [v_{qs}^s + \frac{r_s}{x_{ls}} (\Psi_{mq}^s - \Psi_{qs}^s)] dt \quad (3)$$

$$\Psi_{ds}^s = \omega_b \int [v_{ds}^s + \frac{r_s}{x_{ls}} (\Psi_{md}^s - \Psi_{ds}^s)] dt \quad (4)$$

$$\Psi_{qr}^s = \omega_b \int [v_{qr}^s + \frac{\omega_r}{\omega_b} \Psi_{dr}^s + \frac{r_r}{x_{lr}} (\Psi_{mq}^s - \Psi_{qr}^s)] dt \quad (5)$$

$$\Psi_{dr}^s = \omega_b \int [v_{dr}^s - \frac{\omega_r}{\omega_b} \Psi_{qr}^s + \frac{r_r}{x_{lr}} (\Psi_{md}^s - \Psi_{qr}^s)] dt \quad (6)$$

$$\Psi_{mq}^s = x_m (i_{qs}^s + i_{qr}^s) \quad (7)$$

$$\Psi_{md}^s = x_m (i_{ds}^s + i_{dr}^s) \quad (8)$$

$$i_{qs}^s = \frac{\Psi_{qs}^s - \Psi_{mq}^s}{x_{ls}} \quad i_{ds}^s = \frac{\Psi_{ds}^s - \Psi_{md}^s}{x_{ls}} \quad (9)$$

$$i_{qr}^s = \frac{\Psi_{qr}^s - \Psi_{mq}^s}{x_{lr}} \quad i_{dr}^s = \frac{\Psi_{dr}^s - \Psi_{md}^s}{x_{lr}} \quad (10)$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} (\Psi_{ds}^s i_{qs}^s - \Psi_{qr}^s i_{ds}^s) N.m \quad (11)$$

여기서, 변수  $\Psi_{ds}$ ,  $\Psi_{qs}$ 는 d, q축 쇄교 자속,  $r_s$ ,  $x_{ls}$ 는 1차측 저항과 리액턴스,  $r_r$ ,  $x_{lr}$ 는 2차측 저항과 리액턴스이다.  $i_{ds}$ ,  $i_{qs}$ 는 d, q축 전류이고, P는 극수이다.[5][6]

유도 전동기의 특성 해석에 있어서, 기존의 정격 파라미터 입력시 등가회로법과 유한요소 해석으로 구한 파라미터를 대입하는 제안하는 등가회로법 두 가지 방법으로 수행한다. 이는 기존의 등가회로법과 제안된 등가회로법을 비교함으로서 그 특성의 차이를 알아보기 위함이다. 그림4는 특성을 해석하는 두 가지 방법을 나타낸다.

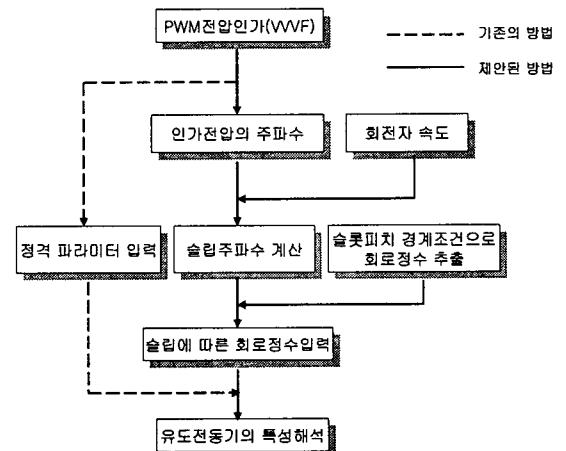


그림4 특성 해석 순서도  
Fig.4 Flow chart of analysis

기존의 등가회로 해석방법은 슬롯피치 경계조건으로 얻어진 정격 슬립시 파라미터를 등가회로 파라미터로 인가하고 정토오크를 얻기 위하여 슬립을 일정하게 유지하고 고정자 전류를 제어한 다음 정출력을 얻는 가변전압 가변주파수(VVVF)로 전압을 인가하여 전동기의 특성을 알아내는 방법과, 제안된 방법의 등가회로법은 유한요소 해석으로부터 구해진 파라미터를 가변전압 가변주파수(VVVF)로 전압을 인가하여 입력 PWM파형으로부터 입력 전압의 주파수와 회전자의 속도를 구한 후 이로부터 슬립 주파수를 구한다. 슬롯피치 경계조건으로부터 얻어진 파라미터를 슬립 별로 다시 정리하여 해석 모델의 파라미터로 순차적으로 인가하여 해석하는 복합적인 해석으로 정격 파라미터 구동시보다 정확한 인버터 구동 유도전동기의 특성을 해석할 수 있다.[7]

### 3. 특성 해석 결과 및 고찰

정격 슬립시 인가한 파라미터와 슬립에 따른 파라미터를 인가한 두 가지 경우에 대해서 인버터 구동 유도전동기의 과도시의 입력 전압, 토크, 전류, 응답 속도를 비교해 보았다.

기존의 방법과 제안된 방법이 특성의 차이를 나타내는데, 이는 2차측 누설 리액턴스가 각 경우에 따라 크게 다르게 인가됨으로 인해 정격 슬립시 파라미터와 유한요소 파라미터의 해석시 특성은 차이를 나타낸다. 과도시는 2차측 누설 리액턴스가 정격 파라미터보다 적은 값으로 입력된다.

그림5는 등가회로에 인가되는 VVVF제어 PWM 입력 전압의 파형이고, 그림6은 입력 PWM 전압 구동시의 고정자의 전류의 한 상을 나타낸다. 입력 전류는 유한요소 파라미터 입력시 2차측 누설 리액턴스의 감소로 인해 정격 파라미터 구동시보다 응답이 빠른다.

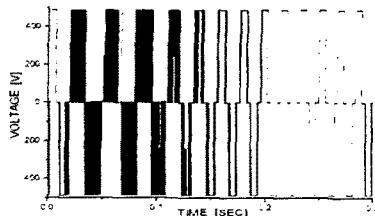


그림5 인버터 구동 유도 전동기의 입력 전압 파형  
Fig.5 Input voltage wave of inverter-fed induction motor

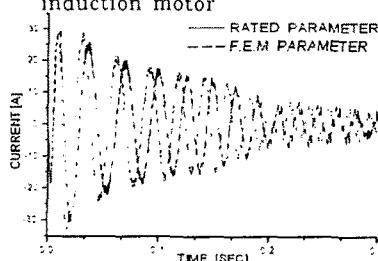


그림6 정격 파라미터와 유한요소 해석 파라미터 인가시 전류 특성 비교  
Fig.6 Comparison of current wave for the rated and finite element method parameters

그림7은 PWM 전압 구동시 출력토크 곡선이고, 그림8은 전동기 회전자의 속도 응답 특성을 나타낸다. 유한요소 파라미터 인가시 출력 토크와 응답 속도는 고정자 전류 응답이 정격 파라미터 구동시보다 빠르기 때문에 정출력 부분에서 보다 빠른 토크응답과 보다 빠른 속도 응답을 알 수 있다.

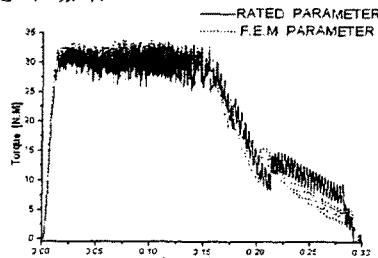


그림7 정격 파라미터와 유한요소 해석 파라미터 인가시 토크 특성 비교  
Fig.7 Comparison of torque wave for the rated and finite element method parameters

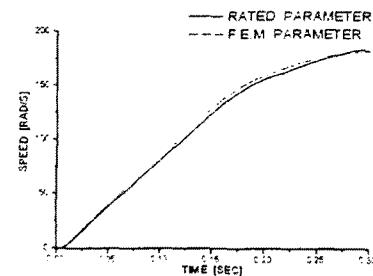


그림8 정격 파라미터와 유한요소 해석 파라미터 인가시 속도 응답 특성 비교  
Fig.8 Comparison of speed response for the rated and finite element method parameters

### 4. 결 론

본 논문은 슬롯피치 경계조건을 이용하여 얻어진 정확한 파라미터를 슬립에 따라 등가회로법에 적용하여 PWM VVVF 전압 인가시 출력 특성과 정격 파라미터 입력시 등가회로법을 비교해 보았다. 유한요소 해석 파라미터를 인가한 경우 정격 파라미터 입력 등가회로법보다 정밀한 회로 정수를 산정함으로써 정확한 해석을 할 수 있다. 제안된 방법을 적용하여 해석시 인버터 구동 유도전동기의 파라미터 변화에 따른 특성 변화를 예측할 수 있고, 제어시 필요한 정확한 데이터를 얻을 수 있으므로 최적 제어에 적용할 수 있다.

### [참 고 문 헌]

- [1] S.Williamson and M.C.Begg, "Calculation of the bar resistance and leakage reactance of cage rotors with closed slots", IEEE Proceedings, Vol. 132, Pt. B, No. 3, pp 125-132, 1985
- [2] F.Priou and Razek, "A model for coupled magnetic electric circuits in electric machines with skewed slots", IEEE Trans. on Mag., Vol 26, No. 2, pp. 1096-1100, 1990
- [3] 김병택, 권병일, "인버터 구동 유도 전동기의 회전자 슬롯 형상 최적화", 전기학회 논문지, 50-11, pp.539-545, 2001
- [4] 이건호, 김병택, 권병일, 박승찬, "슬롯피치 경계조건을 이용한 인버터 구동 유도전동기의 회전자 등가회로 정수 추출 및 특성해석", 하계학술대회 논문지, B권, pp.632-634, 2000
- [5] Chee-Mun Ong, "Dynamic simulation of electric machinery", 167-243, 1998
- [6] Paul C.Krause, "Analysis of electric machinery", 164-210, 1994
- [7] Bimal K.Bose, "Modern power electronics and ac drives", 333-408, 2002