2002년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2002.7.10-12

단상 유도전동기의 전류 및 토크 계산 기법

김영선, 이기식
단국대학교 전기공학과

Calculation of Bar Currents and Torque for Single Phase Induction Motor

Young-Sun Kim, Ki-Sik Lee
Department of Electrical Engineering, Dankook University

Abstract - A method for the time step analysis of single phase induction motors is proposed. The unknown variables in differential equations are the currents flowing through rotor bars.

They are coupled with the distributed magnetic flux densities in the airgap instead of inductance matrix while applying Kirchhoff's and Faraday's induction laws. Two patterns for magnetic flux densities are necessary. One is given by ideal stator winding distribution, the other is produced by currents flowing a rotor bar with unit magnitude and is calculated by FEM. Formulated set of equations are solved for a simple three phase and single phase example model and the resultant speed torque curve is shown in this paper.

1. 서 론

단상 유도전동기는 고정자 권선이 단상으로 되어 있기 때문에 단상 유도전동기의 고정자 권선에 의한 자계는 회전하지 않는다. 즉, 자계의 방향은 고정되어 있고 다만 그 크기가 맥동하는 자계(standing wave)를 만든다. 고정자의 자계가 회전하지 않기 때문에 단상 유도전동기는 기동토크가 없다. 그러나 회전자가 한번 돌기 시작하면 유도토크가 발생한다. 단상 유도전동기를 설명하는 이론에는 이중회전장 이론(double revolving field theory)과 교차장이론(cross field theory)이 있다.

본 논문에서는 단상 유도전동기의 회전자 봉도체에 흐르는 전류와 토크를 시간영역에서 계산하는 방법을 제시하였다. 단상 유도전동기 뿐만 아니라 다른 전동기들도 시간영역에서의 특성을 알아보기 위해서는 유한요소법을 이용한 시간차분법이 많이 이용되고 있다. 그러나 이 방법은 많은 미지수를 다루므로 방대한 시간이 소요된다. 제시한 방법은 단상 유도전동기를 단순화시킨 모델에서 회전자의 한 도체에 의한 공극의 유효자속밀도(법선성분)를 구한 다음, 그 자료를 단상 유도전동기의 회전자 회로방정식에 대입하여 시간차분법을 이용한 해석을 하였다. 또한 고정자 권선이 이상적으로 배치되어 그 자속은 정현적인 것으로 그 크기만 맥동하는 것으로 보았다. 3상 및 단상 유도전동기의 간단한 모델을 설정하여 제시한 방법으로 각각의 전동기에 대한 회전자 전류, 토크 및 속도-토크 특성 곡선을 살펴보았다.

2. 유도전동기의 모델링

2.1 자속밀도 계산

유도전동기의 공극자속밀도는 유한요소법을 이용하여 계산하였으며, 정성적인 분석을 위해 고정자 및 회전자의 슬롯 모양을 무시하였다. 전류가 흐르는 도체는 회전자측의 공극에 인접한 곳에 아주 작은 영역을 할당하였다. 각 회전자의 위치에 따른 자속밀도의 패턴을 다음과 같이 정의하였으며, 그림 1은 회전자 도체의 단위전류에 의한 공극의 자속밀도분포를 나타내고 있다.

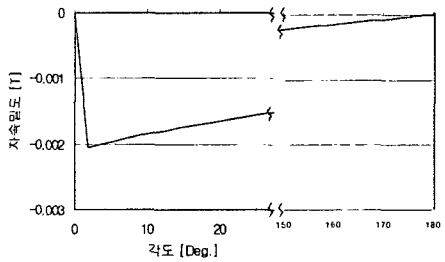


그림 1. 단위전류에 의한 자속밀도 패턴

2.2 고정자측 자속패턴

단상 유도전동기의 고정자 권선에 의한 자속밀도 패턴은 고정자 슬롯의 효과와 고조파 성분을 제거한 정현파로 간주하였다. 또한 이 정현파는 시간이 지남에 따라 그 자리에서 맥동하는 자계(standing wave)를 만든다. 그림 2는 시간변화에 따른 고정자 권선에 의한 자속밀도 패턴을 보이고 있다. 전원의 주기를 T라 할때, 시간관계는 $0 = t1 < t2 < t3 < t4 < t5 < t6 < t7 = T/2$ 이다.

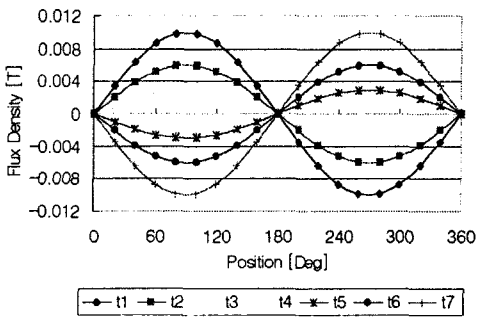


그림 2. 고정자 권선에 의한 자속밀도 변화

2.3 회전자 회로방정식

그림 3은 단상 유도전동기의 회전자를 나타내고 있다. 그림에서 i_j^r, i_j^e, ω 및 e_j ($j=1, 2, 3\cdots$)는 봉도체의 전류, 단락환의 전류, 회전자의 회전속도 및 회전자 봉도체로 이루어진 한 루프에서의 유기기전력이다.

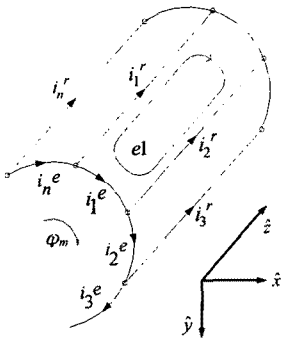


그림 3. 회전자 모델

그림 3에서 임의의 루프의 유기기전력은 고정자 쇄교 자속의 변화에 의한 것으로 그 루프에서의 전압 강하와 같다. 식 (2.1)는 회전자 p번째 루프에서의 유기기전력 관계식이다.

$$\frac{d}{dt}\int_j B^r(\theta,t)\,ds = r_b(i_j^r - i_{j+1}^r) - 2r_e\,i_j^e \qquad (2.1)$$

여기서, $B^r(\theta,t)$은 회전자의 자속밀도로 식 (2.2)와 같이 표현된다.

$$B^r(\theta,t) = B^{rs}(\theta,t) + \sum_{j=1}^{n_b} \hat{B}_j^{rr}(\theta)\, i_j^r(t) \qquad (2.2)$$

또, 봉도체와 단락환의 전류 i_j^r, i_j^e 의 관계는 봉도체와 단락환이 만나는 부분에서 키르히호프의 전류 법칙을 적용하면 식 (2.3)와 같이 된다.

$$\{i^r\} + [D]^T\{i^e\} = \{0\} \qquad (2.3)$$

여기서, $[D]^T$는 봉도체와 단락환의 관계를 나타내는 행렬이다. 식 (2.1), (2.3)를 써서 회전자 회로의 계통방정식을 시간차분법으로 표시하면 식 (2.4)과 같은 행렬식으로 된다.

$$\left(\frac{1}{\Delta t}\begin{bmatrix} A_{rr} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{rr} & B_{re} \\ B_{er} & B_{ee} \end{bmatrix}\right)^{t+\Delta t}\begin{bmatrix} i^r \\ i^e \end{bmatrix}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\begin{bmatrix} A_{rr} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{t}\begin{bmatrix} i^r \\ i^e \end{bmatrix}^{t} + \begin{bmatrix} B_{rs} \\ 0 \end{bmatrix}^{t+\Delta t} \qquad (2.4)$$

2.4 토크 계산

단상 유도전동기의 토크는 각 봉도체 위치의 자속밀도와 그 봉도체의 전류를 이용한 로렌쯔 힘을 이용하였으며 다음의 식과 같이 표현된다.

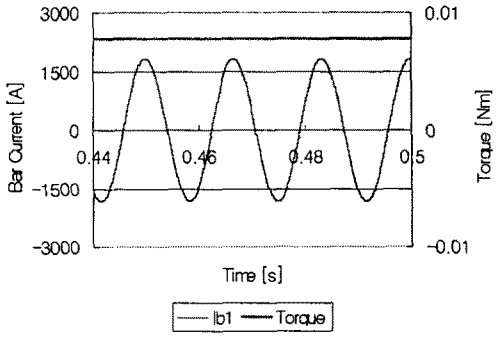
$$T = \vec{r} \times \sum_{j=1}^{n_b} B_j^r\, i_j^r\, l \qquad (2.5)$$

여기서, $\vec{r}$은 회전자의 반경이다.

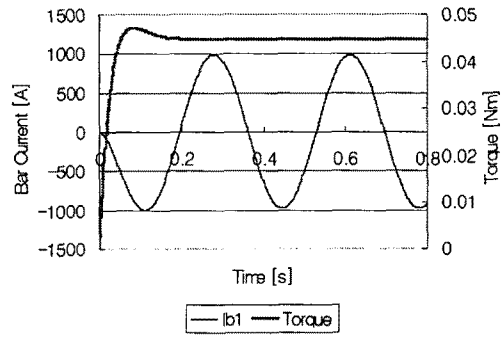
3. 적용사례

3.1 3상 유도전동기 적용

제시한 기법을 3상 유도전동기에 적용하여 슬립이 1 및 0.05인 경우의 회전자 전류와 순시토크를 각각 나타내었고, 그림 5는 토크-속도 특성곡선을 2차 저항변화에 따라 나타내었다. 적용대상은 60[Hz]로 구동되는 2극 전동기이다.



a) slip = 1 일 때



a) slip = 0.05 일 때

그림 4. 회전자 전류와 순시 토크

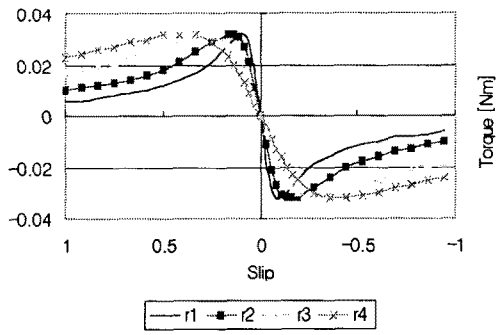


그림 5. 2차 저항 변화에 따른 속도-토크 곡선

그림 4에서는 슬립이 1인 경우 회전자 전류의 주파수가 전원주파수와 같고, 슬립이 0.05인 경우는 슬립주파수($=sf$)임을 확인할 수 있다. 또 토크의 경우 일정한 값이 나타남을 알 수 있다. 그림 5의 2차 저항변화는 $r1 < r2 < r3 < r4$이고 저항이 커질수록 최대 토크가 슬립이 큰 쪽으로 이동함을 볼 수 있다.

3.2 단상 유도전동기에 적용

단상 유도전동기의 경우에도 슬립 1, 0.05 및 0인 경우에 적용하여 각각의 회전자 전류와 순시토크 그리고 토크-속도 특성곡선을 살펴보았다. 그림 6, 그림 7 및 그림 8은 각각 슬립이 1, 0.05 및 0 일 경우의 회전자 전류와 순시 토크를 나타내고 있다.

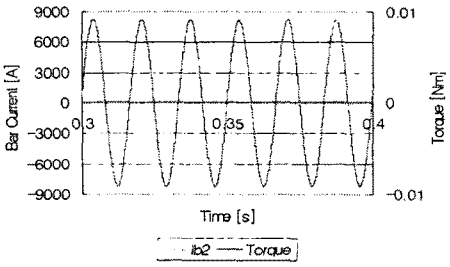
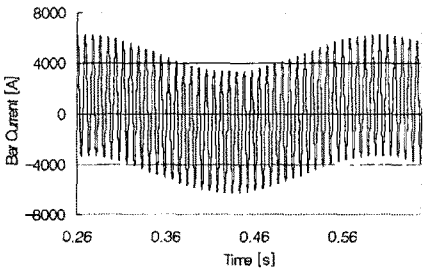
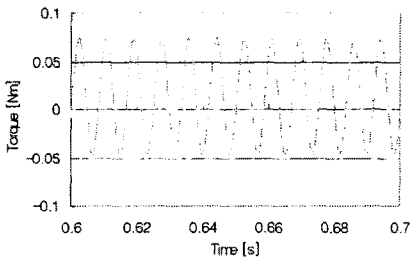


그림 6. 회전자 전류와 순시 토크(slip : 1)

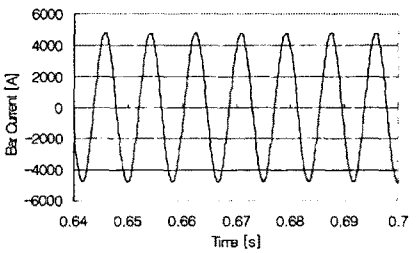


a) 회전자 전류

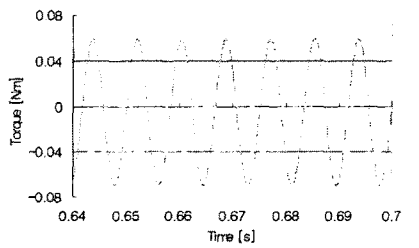


b) 순시 토크

그림 7. 회전자 전류와 순시토크(slip : 0.05)



a) 회전자 전류



b) 순시 토크

그림 8. 회전자 전류와 순시 토크(slip : 0)

그림 6은 구속시의 전류 토크 파형으로 기동토크는 없고 회전자 전류는 봉도체의 위치마다 유기되는 양이 다르다. 그림 7은 정상운전되고 있을 경우로 회전자 전류는 슬립주파수인 $sf(=3[\mathrm{Hz}])$가 되고, 토크는 전원주파수의 2배로 맥동함을 볼 수 있다. 또한 그림 8은 동기속도로 회전할 경우로서 회전자 전류 및 토크의 주파수가 전원의 2배임을 알 수 있다.

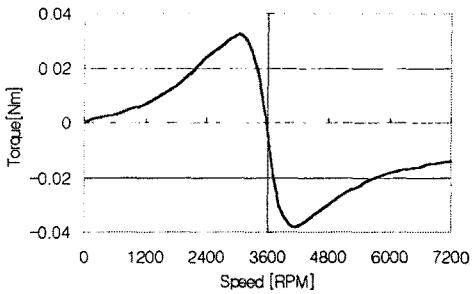


그림 9. 2차 저항 변화에 따른 속도-토크 곡선

그림 9에서는 단상 유도전동기의 토크-속도 특성을 나타내며 동기속도에서 적은 량의 음(-)의 토크를 내고 기동시에는 기동토크가 '0'이 됨을 볼 수 있다. 이는 이중회전장 이론을 뒷받침하고 있다. 또한 슬립이 0부터 -1인 구간에서의 최대토크는 슬립이 1부터 0인 구간보다 더 큰 값을 나타낸다.

4. 결론

본 연구에서는 단상 유도전동기의 시간차분 해석방법을 통한 회전자 전류 및 토크계산 기법을 제시하였다. 키르히호프의 법칙과 패러데이의 전자유도 법칙을 적용하는 과정에서 인덕턴스 행렬 대신 공극의 자속밀도를 이용하였으며, 고정자 권선에 의한 자속분포는 이상적으로 보아 정현적인 자속파형이 회전하지 않고 맥동하는 것으로 설정하였다.이를 3상 및 단상 유도전동기의 회로방정식에 적용하였다. 예제 모델의 3상 유도전동기를 통해 정성적 검증을 하고 이를 단상에 적용하여 회전자 전류, 순시토크 및 속도-토크 특성을 살펴보았다. 그 결과는 기존 이론에 의거한 값들과 비교하여 타당할 만하다. 이는 기존의 다른 방법들에 비해 짧은 시간 내에 단상 유도전동기의 특성들을 정성적으로 분석하기에 효율적이라 생각된다. 이후 자성체의 포화와 슬롯의 효과를 고려한 해석이 진행되어야 한다.

[참 고 문 헌]

[1] N. Sadowski, R. Carlson, S. R. Arruda, C. A. da Silva and M. Lajoic-Mazenc, "Simulation of Single-phase Induction Motor by a General Method Coupling Field and Circuit Equations", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 31, No. 3, 1995.

[2] Sheppard J. Salon, "Finite Element Analysis of Electrical Machines", Kluwer Academic Publisher, 1995.

[3] Young-Sun Kim, Ki-Sik Lee and Seuk-Yong Hwang, " A New Method for the Analysis of Single Phase Induction Motors", ICEE, Vol. 2, pp. 271~274, 1999.