

직류 전동기 속도·토크 제어에 대한 토크전류 관측기 설계

김은기*, 김용주, 서영수
(주)D·G·I 기술연구소*, 명지대학교**

The Torque-current Observer Design for Speed·Torque Control of DC Motor

Eun-gi Kim*, Yong-ju Kim, Young-soo Seo
D·G·I I.T.R*, Myongji University**

Abstract - In this paper, the load torque observer is designed for speed and torque control of DC motor. Load torque is very sensitive to the variation and disturbance of the input parameters. The proposed system can accurately estimate the instantaneous speed even at the low speed range by using the load torque observer based on the torque component of DC motor. The system becomes robust against disturbances using a feed-forward control of the load torque estimated automatically at the speed observer.

1. 서 론

전동기에 의하여 기계부하를 운전하는 경우에 전동기와 기계를 결합한 축토크를 아는 것이 중요하다. 회전기의 축에 나타나는 토크를 검출하는 것이 용이하지 않으며, 신호의 검출시 노이즈의 영향으로 신뢰성의 저하가 우려되므로 센서를 사용하지 않는 것이 좋으나 제어성능을 고도화하는데 이와 같은 토크제어를 제어시스템의 피드백 신호로서 사용하여 고성능화 할 필요가 있다.^{1),2)}

본 논문에서는 직류전동기의 정밀 속도제어를 위해 동일차원 상태관측기 이론에 입각하여 피드백 제어를 위한 정보를 추정하는 방법으로써 속도변화 시에 속도정보를 추정하여 보상하고 부하외란에 대해서 강인한 특성을 갖는 상태관측기를 설계하는 과정을 제안하였다.³⁾

또한 MATLAB/Simulink를 이용하여 모델링을 구현하였고, 모델링의 우수성을 시뮬레이션의 결과파형을 통해 확인할 수 있었다.

2. 본 론

2.1 상태관측기

상태관측기는 출력 및 제어변수를 측정하여 상태변수를 추정한다. 주어진 제어대상에서 시스템에 대한 상태방정식은 다음 식과 같은 선형시스템으로 나타낼 수 있다.

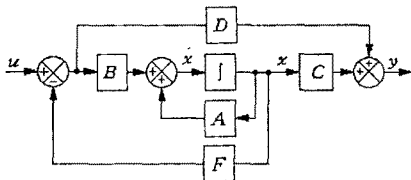


그림 2.1 시스템의 직접 피드백 블록도.

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(t_0) = x_0 \quad (2.1)$$

$$y = Cx + Du(t) \quad (2.2)$$

식 (2.1)과 식 (2.2)를 그림 2.1과 같이 나타내어 모든 상태변수를 직접 검출하여 직접 피드백할 때 제어입력은 다음 식과 같다.

$$u(t) = -Fx(t) \quad (2.3)$$

2.1.1 동일차원 상태관측기

식 (2.3)에 나타난 직접 피드백 F 대신에 상태관측기로 제어하고 이때 $D=0$ 일 경우에 대해 상태 x 를 다음과 같은 특성모델의 상태 \hat{x} 로 근사 시킬 수 있다는 것으로 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= C\hat{x} \end{aligned} \quad (2.4)$$

이 식은 상태관측기를 나타낸다. 이 방정식의 우변 세 번째 항은 측정된 출력 y 와 추정된 출력 $C\hat{x}$ 와의 차이를 수정해 주는 항이다. L 은 가중행렬로서 작용한다.

시스템은 식 (2.1)과 식 (2.2)와 같이 주어지고, 관측기 모델은 식 (2.4)로 주어진다. 관측기 오차방정식을 얻기 위하여 식 (2.1)과 식 (2.4)의 차를 구하면

$$\begin{aligned} \dot{x} - \dot{\hat{x}} &= Ax - A\hat{x} - L(Cx - C\hat{x}) \\ &= (A - LC)(x - \hat{x}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

로 나타낼 수 있으므로 식 (2.4)에 나타난 x 와 \hat{x} 의 차를 $e = x - \hat{x}$ 라 놓는다. 이때 \dot{e} 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\dot{e} = (A - LC)e \quad (2.6)$$

식 (2.6)으로부터 오차벡터의 동특성은 행렬 $A - LC$ 의 고유값에 의해서 결정한다는 것을 알 수 있다. 만일 $A - LC$ 가 안정행렬이면, 오차벡터는 어떠한 초기 오차벡터 $e(0)$ 에 의해서도 0으로 수렴한다.

2.1.2 동일차원 상태관측기의 설계

동일차원 상태관측기의 설계 문제는 식 (2.6)이 주어지는 오차 동특성이 충분한 속도의 응답을 가지면서도 점근 안정하도록 관측기 이득행렬 L 을 결정하는 것이 동일차원 관측기를 설계하는 것이다.

동일차원 관측기를 설계할 때는 식 (2.1)과 식 (2.2)의 시스템을 가관측 정준형으로 변환하면 편리하다. 변환행렬 Q 를 다음과 같이 정의하자.

$$Q = (WN)^{-1} \quad (2.7)$$

N 은 가관측 행렬이고, W 는 변환계수행렬이다.

변환계수행렬 W 에서 a_1, a_2, \dots, a_{n-1} 이 식 (2.1)로 주어지는 시스템의 특성방정식의 계수일 때

$$|sI - A| = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 = 0$$

으로 나타낸다.

새로운 n -벡터의 상태벡터 \bar{x} 를 $\bar{x} = Q\xi$ 으로 정의하면, 그러면 식 (2.1)과 식 (2.2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\xi} = Q^{-1}AQ\xi + Q^{-1}Bu \quad (2.8)$$

$$y = CQ\xi \quad (2.9)$$

여기서, $CQ = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]$ 이다.

식 (2.8)과 식 (2.9)는 가관측 정준형이다. 이때 행렬 A 가 가관측 정준형이면 $Q = I$ 이다. 식 (2.4)의 상태관측기의 동특성을 다음과 같이 쓴다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \\ &= (A - LC)\hat{x} + Bu + LC\bar{x} \end{aligned} \quad (2.10)$$

다음과 같이 \hat{x} 를 정의하면,

$$\hat{x} = Q\xi \quad (2.11)$$

식 (2.11)을 식 (2.10)에 대입하면,

$$\dot{\xi} = Q^{-1}(A-LC)Q\xi + Q^{-1}Bu + Q^{-1}LQ\epsilon \quad (2.12)$$

식 (2.8)과 식 (2.12)의 차는

$$\dot{\xi} - \dot{\xi} = Q^{-1}(A-LC)Q(\xi - \hat{\xi}) \quad (2.13)$$

이다. 여기서, 오차 \bar{e} 는,

$$\bar{e} = \xi - \hat{\xi}$$

라고 정의한다. 그러면 식 (2.13)은

$$\dot{\bar{e}} = Q^{-1}(A-LC)Q\bar{e} \quad (2.14)$$

이 된다. 이것은 결국 원하는 특성방정식을 만족시키는 피드백 이득행렬 F 를 선정하고, 원하는 관측기 특성방정식을 만족하는 관측기 이득행렬 L 을 결정하는 극배치 문제와 같은 것이다.

식 (2.10)에 의하여 그림 2.2와 같은 상태관측기의 블록도를 구성할 수 있다.

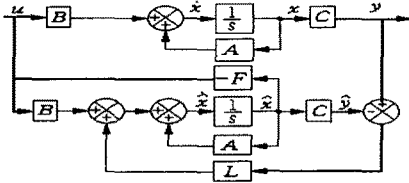


그림 2.2 관측상태 피드백 제어시스템의 블록도

그림 2.2를 보면 상태관측기 이득행렬 L 을 통하여 들어가는 피드백신호는 플랜트의 미지항을 고려하기 위한 플랜트 모델의 수정신호로 작용한다.

상태관측기 이득행렬 L 의 값은 다음과 같은 특성방정식에 의해 결정된다. 많은 경우에 있어서 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ 의 선택이 유일한 것은 아니다.

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = S^n + a_1s^{n-1} + a_2s^{n-2} + \dots + a_{n-1}s + a_n = 0 \quad (2.15)$$

따라서, 각각의 행렬에 대한 시뮬레이션을 통해 성능을 평가한 다음에 전체적으로 가장 좋은 성능을 나타내는 이득행렬 L 을 선택하는 것이 바람직하다. 본 논문에서 상태 피드백(극점배치)에 의해 생성되는 페루프 극점은 시스템의 성능에 대한 필요요구조건(정상상태 오차는 0[%]이하, 상승시간은 5[ms]이하, 오버슈트는 1[%]이하)을 만족하도록 선택한다.

2.1.3 페루프 시스템에 상태관측기 적용

극점배치 설계 과정에서는 피드백제어를 위해 실제 상태 $\bar{x}(t)$ 를 사용할 수 있다고 가정한다. 그러나 실제로 $\bar{x}(t)$ 를 측정할 수 없는 경우가 있기 때문에 식 (2.10)에 의해서 그림 2.2와 같이 상태관측기를 설계하여 피드백제어를 위해 관측된 상태 $\hat{x}(t)$ 를 사용할 필요가 있다. 실제상태 $\bar{x}(t)$ 대신 관측된 상태 $\hat{x}(t)$ 를 사용한 경우에 페루프 시스템의 특성방정식이 어떤 영향을 받는지 살펴보아야 한다.

식 (2.1)과 식 (2.2)와 같은 완전 상태 가제어이고 완전 가관측 시스템에서 관측상태 \hat{x} 는 식 (2.3)에 의해서

$$u = -F\hat{x} \quad (2.19)$$

로 놓고, 제어입력에 의해서 상태 방정식을 다음과 같이 나타낸다.

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} - BF\hat{x} = (A - BF)\bar{x} + BF(\bar{x} - \hat{x}) \quad (2.20)$$

실제 상태 $\bar{x}(t)$ 와 관측상태 $\hat{x}(t)$ 의 차이 $e(t)$ 는 다음으로 정의한다.

$\bar{e}(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t)$ 와 같은 오차벡터 $\bar{e}(t)$ 를 식 (2.20)에 대입하면 다음 식으로 얻어진다.

$$\dot{\bar{x}} = (A - BF)\bar{x} + BF\bar{e} \quad (2.21)$$

관측기 오차 방정식은 식 (2.6)과 같다. 다시 쓰면,

$$\dot{\bar{e}} = (A - LC)\bar{e} \quad (2.22)$$

이다. 식 (2.21)과 식 (2.22)를 결합하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}} \\ \dot{\bar{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BF & BF \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{e} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

식 (2.24)는 관측상태 피드백 제어시스템의 동특성을 나타낸다. 이러한 시스템의 특성방정식은

$$\begin{bmatrix} sI - A + BF & -BF \\ 0 & sI - A + LC \end{bmatrix} = 0$$

즉,

$$|sI - A + BF - BF| |sI - A + LC| = 0 \quad (2.24)$$

으로 주어진다. 따라서, 두 가지 설계방법을 각각 적용한 식 (2.21)과 식 (2.22)를 결합하여 관측상태 피드백 제어시스템을 구성할 수 있다.

2.2 직류전동기 제어

2.2.1 직류 분권전동기의 모델링

제어대상을 직류 분권전동기로 선정하여 모델링을 다음과 같이 한다. 전동기의 속도는 컨버터의 (기준)제어 전압 v_b 에 의해 조정된다. K_U 의 이득을 갖는 컨버터라면 전동기의 전기자 전압은 다음과 같다.

$$v_m = K_U v_b \quad (2.25)$$

제자자속을 ϕ , 전기자 상수를 K_a , 전동기 속도를 ω_m 이라 놓으면

$$e = K_a \phi \omega_m = K_T \omega_m \quad (2.26)$$

이므로 모든 과도외란 중에서 역기전력 상수가 K_T 를 포함하여 K_E 를 유기한다면 시스템 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$e = K_E \omega_m. \quad (2.27)$$

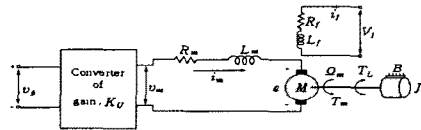


그림 2.3 직류전동기 모델링

이때 $i_a = i_m$ 으로 놓을 수 있으므로

$$v_m = R_m i_m + L_m \frac{di_m}{dt} + e \quad (2.28)$$

$$= R_m i_m + L_m \frac{di_m}{dt} + K_E \omega_m$$

$$T_m = K_T i_m \quad (2.29)$$

$$T_m = K_T i_m = J \frac{d\omega_m}{dt} + B_d \omega_m + T_L$$

식 (2.28)과 식 (2.29)로부터 회전속도 ω_m 과 전류 i_m 을 상태변수로 선택하고, 입력을 컨버터의 출력전압 v_m , 출력을 회전속도 ω_m 으로 하여 다음과 같은 상태방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_m \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_d}{J} & \frac{K_T}{J} \\ -\frac{K_E}{L_m} & -\frac{R_m}{L_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ i_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v_m \quad (2.30)$$

$$\dot{\omega}_m = [1 \ 0] \begin{bmatrix} \omega_m \\ i_m \end{bmatrix}$$

2.2.2 전달함수

위 식 (2.30)의 상태방정식에 대한 행렬 A, B, C, D 에 필요한 값들은 표 2-1의 각 행렬에 대한 파라미터를 가지고 전달함수, 페루프 시스템, 상태관측기 순으로 설계한다.

선형 시스템에 대한 상태 공간 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bx \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (2.31)$$

표 2-1 각 행렬에 대한 파라미터

회전자 관성모멘트 J	0.0918 [$kg \cdot m^2$]
기계시스템 제동비 B_d	0.0046 [$kg \cdot m^2/sec$]
전기 저항 R_m	0.6992 [Ω]
인덕턴스 L_m	0.0632 [H]
정격전압 V_m	전기자 200 [V] 계자 180 [V]
정격전류 I_m	전기자 21 [A]
출력 P	3.7 [kw], 5[HP]
정격속도 ω_m	1750 [rpm]

시스템에 대한 전달함수는 식 (2.2)에서

$$G(s) = C [sI - A]^{-1} B + D \quad (2.32)$$

에 의해서

$$G(s) = \frac{3.971}{s^2 + 11.1102s + 0.6743366} \quad (2.33)$$

이다. 따라서 극점은 -0.06103052와 -11.049169 이다.

2.2.3 가제어 가관측성

전달함수에 의한 시스템이 가제어 가관측 가능하다면 상태 피드백을 위한 적절한 이득행렬을 선택함으로써 시스템이 원하는 위치에 페루프극점을 갖도록 할 수 있다. 식 (2.33)에서 시스템의 전달함수가 가제어 가관측 가능한지 알아보기 위해 다음과 같은 n 차원의 선형시스템을 고려한다.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.34)$$

에 있어서 유한시간에서 $x(t) \rightarrow 0$ 으로 하는 입력 $u(t)$ 가 존재할 때 시스템은 가제어성이 되므로 $\text{rank } Mc = 2$ 가 되어 가제어이다.

또한 n 차원의 선형시스템 식 (2.34)에 있어서 출력 $y(t)$ 을 유한시간만 관측하는 것으로 하여 초기상태 $x(0)$ 을 결정할 수 있을 때 시스템은 가관측이라 한다.

따라서 가관측성 행렬 M_o 는 $\text{rank } M_o = 2$ 이며 시스템은 가관측이다. 따라서, 이 시스템은 가제어 가관측이 가능하다.

2.2.4 상태관측기 적용

그림 2.5는 관측기 자체의 성능을 확인하기 위하여 속도 지령값은 일정하게 유지한 상태에서 관측기 이득 L 을 5배, 6배, 6.5배로 변화하였을 때 관측기 성능을 나타내고 있다. 관측기 이득을 크게 선정하면 수렴속도의 시간지연이 적어지는 것을 알 수 있다. 간단한 예로 페루프 극에 5를 곱하면 제동비 5와 최대 오버슈트는 변하지 않고 상승시간과 정정시간만 5배 빨라진다. 그러나 최대응답속도는 제어시스템에 포함된 노이즈 및 감도 문제에 의해서 제한되는 것이 일반적이므로 이득을 과도하게 높일 수는 없다.

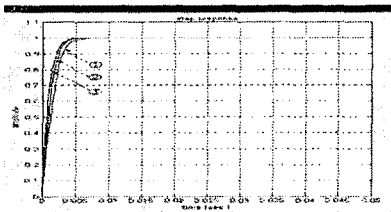


그림 2.5 관측기 이득변화에 따른 응답 (①5배 ②6배 ③6.5배)

2.3 시뮬레이션

본 논문에서 설계한 상태관측기를 그림 2.6과 같이

구성하여 속도추정에 대한 알고리즘이 타당한가를 시뮬레이션을 통해 고찰하였다. 시뮬레이션에 사용된 파라미터는 표 2-1과 같다.

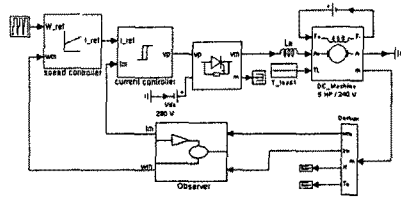


그림 2.6 MATLAB/Simulink를 이용한 전체 블록도

2.3.1 페루프 시스템에 상태관측기 적용

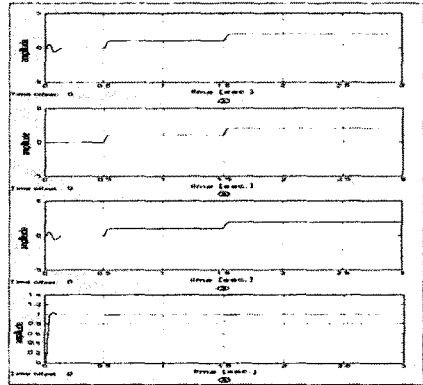


그림 2.7 부하가변에 따른 응답

그림 2.7에서 그림 ①은 관측기 토크전류신호를 나타내고, 그림 ②와 같이 부하 T_{ref} 를 전부하의 1/2, 그리고 전부하로 가변하였을 때 그림 ③은 상태관측기를 적용했을 때 토크전류 i_m 을 나타낸다.

그림 ④는 부하를 변화시켰을 때의 속도응답 ω_m 을 나타낸 것이다. 부하변화시에도 거의 일정한 속도응답 ω_m 을 나타내고 있으며, 이것은 추정외란의 피드 포워드 보상에 의해서 외란억제특성이 개선된 것을 나타낸다.

3. 결 론

본 논문에서 제안한 직류전동기 속도, 토크전류 추정을 위한 상태관측기는 안정적이고, 동특성이 우수한 속도제어기를 구성할 수 있음을 알 수가 있었다. 그러나 초기과도기의 토크 추정 시 어려움을 보완해야 할 것이다. 앞으로 수행되어야 할 것은 이 시뮬레이션을 기본으로 실제 시스템에 적용하여 실제 시스템에서도 우수한 동특성을 얻을 수 있음을 확인하여야 할 것이다.

참 고 문 헌

- (1) D. Vincenti and H. JIN, "A Three-Phase Regulated PWM Rectifier With On-Line Feedforward Input Unbalance Correction", IEEE Trans. on Ind Electron, vol.4, no.5, pp.526-532, 1994
- (2) 서영수, 임영배, 성대용, 김영춘, "최소차원 부하토크 관측기를 이용한 유도전동기의 지속운전" 전기학회지, 제 45권 8호, pp. 1098-1102, 1996
- (3) 서영수, 성대용, 임영배, "부하토크 피드 포워드 제어를 이용한 유도전동기의 속도제어" 전력전자학회논문지, 제3권 제2호, 1998. 6