

보상 펄스 발전기의 인덕턴스 계산

김명복, 김학원, 김건수, 윤명중
한국과학기술원 전자전산학과 전기 및 전자공학전공

The Inductance calculation of Compulsator

Kim Myung-Bok, Kim Hag-Wone, Kim Geon-Su, Youn Myung-Joong
Division of Electrical engineering, KAIST

ABSTRACT

This paper presents the inductance calculation of compulsator by obtaining the solution of Laplace equation. Since the characteristic of material of compulsator makes the boundary conditions changed, this method is useful for various materials of compulsator.

key words : compulsator, Laplace equation

1. 서 론

전열 화학 발사 장치나 Rail Gun 등의 EML의 전원을 공급하는 장치로 사용되는 장치로는 커패시터 뱅크, Homopolar 발전기, 그리고 보상 펄스 발전기 등이 있다. 이 가운데에서 보상 펄스 발전기의 경우는 다양한 펄스를 만들어 낼 수 있다는 장점과 더불어 에너지 밀도 면에서 다른 전원 장치보다 우수한 장점을 갖고 있다. 보상 펄스 발전기의 원리는 보상 권선을 이용한 자속 유도로서 인해서 증가적인 인덕턴스를 순간적으로 낮게 하여 높은 전류 펄스를 만들어 낸다.^[1]

보상 펄스 발전기의 보상 방법에는 능동 보상과 수동 보상 그리고 선택 수동 보상 방법이 있는데 선택 수동 보상의 방법이 전열 화학 추진 장치에 가장 적합한 방법이다. 선택 수동 보상 방법은 주로 고정자에 폐회로로 구성된 보상 권선을 사용하는 방법이다.^[2]

그러면 앞서 설명하였듯이 전기자 권선의 증가적인 인덕턴스를 낮추기 위해서는 회전자에 위치해 있는 전기자 권선과 고정자에 위치한 보상 권선 간의 상호 인덕턴스 값이 중요하다. 이러한 상호 인덕턴스 값을 알아내기 위해서 사용할 수 있는 방법은 유한 요소 해석을 이용하여 인덕턴스 값을 알아내는 수치적인 해석 방법이 있고 경계 조건을 이용

하여 라플라스 방정식의 해를 알아내어 인덕턴스 값을 계산할 수 있는 분석적 방법이 있다.^[4]

이 논문에서는 분석적인 해석 방법인 라플라스의 해를 계산하는 방법을 소개하고 이를 이용하여 다양한 재질에 대해서 경계조건이 어떻게 달라지는지를 제시할 것이다.

다양한 재질에 대해서 적용시키는 이유는 보상 펄스 발전기의 다양한 펄스 파형을 만들어 내기 위해서 여러 가지 재질을 사용할 수 있다. 이 때 재질에 따라서 새로이 라플라스 방정식의 해법을 구하여 계산할 필요 없이 사용할 수 있다.^[1]

2. 보상 펄스 발전기

2.1 보상 펄스 발전기의 구조

보상 펄스 발전기의 구조는 다음 그림 1과 같다.^[5]

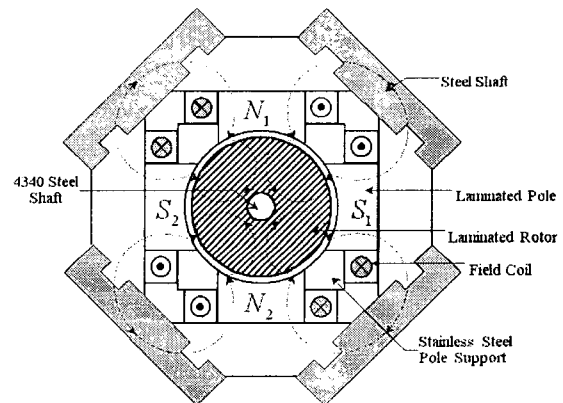


그림 1 보상 펄스 발전기의 단면도

보상 펄스 발전기는 고정자에 계자 권선이 위치해 있고 그리고 회전자에 전기자 권선이 위치해 있다. 그리고 전기자 권선의 증가적인 인덕턴스 값을 줄이기 위한 보상 권선은 전기자 권선과 거의 동일

한 형태로 고정자에 위치해 있다. 보상 권선을 이와 같이 위치하게 한 이유는 보상 정도를 더욱 높이기 위해서이다. 그러면 이와 같이 배치한 전기자 권선과 보상 권선의 형태를 살펴보면 다음 그림 2와 같이 나타낼 수 있다.

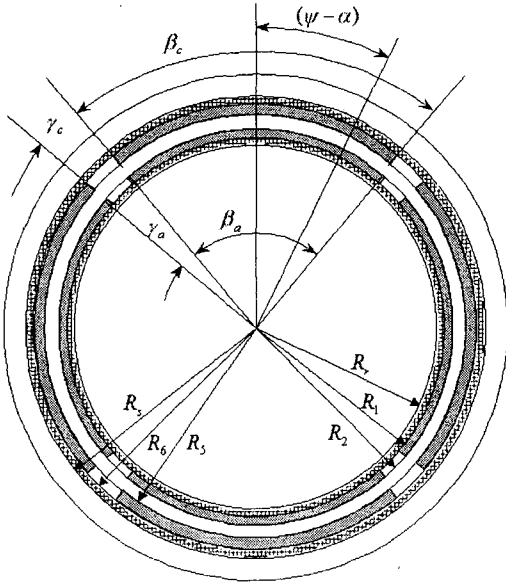


그림 2 보상 펄스 발전기의 권선

여기서 공극을 사이에 두고 전기자 권선과 보상 권선이 배치된 것을 알 수 있다. 이 그림에서 전기자 권선이 위치하는 영역은 R_1 에서 R_2 까지이며 보상 권선이 위치하는 영역은 R_5 에서 R_6 까지이다.

2.2 보상 펄스 발전기의 권선에 의한 자기장 세기

보상 펄스 발전기의 인덕턴스를 계산하기 위해서는 먼저 보상 펄스 발전기 권선의 분포를 살펴봐야 한다. 보상 펄스 발전기의 권선 분포는 그림 2와 같이 분포된다. 이 경우에 전기자 권선이나 보상 권선에 일정한 전류가 흐를 경우에 권선에 의한 전류 밀도 분포는 다음 그림 3과 같이 축을 기준으로 하여 회전자 각도에 따라서 나타낼 수 있다.

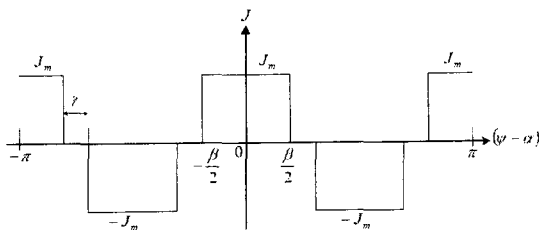


그림 3 회전자 각도에 따른 전류 분포

이와 같이 전류 밀도가 분포될 때 이 전류 밀도를 푸리에 변환(Fourier Transform)을 하면 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$J = J_0 + \sum_{n=1}^{\infty} J_n \cos n(\Psi - \alpha)$$

여기서 각 요소는 다음과 같이 나타낸다.

$$J_0 = 0$$

$$J_n = \frac{8J_m}{n\pi} \sin\left(\frac{n\beta}{2}\right) \quad n = 2, 6, 10, 14, \dots$$

$$J_n = 0 \quad n = \text{otherwise}$$

여기서 축(z)방향으로의 벡터 변수를 다음과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 K_n 변수는 면전류 밀도이다.

$$\bar{K}_n = \bar{a}_z K_n \cos n(\Psi - \alpha), \quad K_n = J_n d\rho$$

그리고 자기장 세기는 Maxwell 방정식에 의해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\nabla \times \bar{H} = 0$$

이와 같이 자기장 세기가 나타날 경우에 자기장 세기는 다음과 같이 자기 위치 에너지 U 를 이용해서 나타낼 수 있다.

$$\bar{H} = -\nabla U$$

그리고 자속 밀도와 자기장 세기와의 관계는 투자율에 따라서 결정된다.

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H}$$

그리고 자속 밀도는 Maxwell 방정식에 의해서 다음과 같은 성질을 갖고 있다.

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0$$

이때 자속 밀도 대신에 자기장 세기를 대입해서 방정식을 구해보면 다음과 같은 라플라스 방정식을 계산할 수 있다.

$$\nabla^2 U = 0$$

이러한 라플라스 방정식은 원통형 좌표계에서는 다음과 같은 방정식을 유도할 수 있다.

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} = 0$$

이와 같은 방정식에서 유일성 정리(Uniqueness Theorem)에 의해서 다음과 같이 방정식의 해를 곱의 형태로 둘 수 있다.

$$U = U_r U_\theta$$

이 경우에 위에 제시한 미분 방정식의 해를 구하면 자기 위치 에너지는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$U_n = (Cr^n + Dr^{-n})(A \sin n\theta + B \cos n\theta)$$

자기 위치 에너지가 위와 같이 정해질 때 각 성분의 자기장 세기를 다음 식과 같이 둘 수 있다.

$$H_{rn} = -\frac{\partial U_n}{\partial r} = n(-C_n r^{n-1} + D_n r^{-n-1})(A_n \sin n\theta + B_n \cos n\theta)$$

$$H_{\theta n} = -\frac{1}{r} \frac{\partial U_n}{\partial \theta} = n(C_n r^{n-1} + D_n r^{-n-1})(-A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta)$$

각 성분의 자기장 세기가 위와 같이 주어질 때 자기장 세기의 각 벡터 성분은 다음과 같이 회전자로 향하는 성분과 고정자로 향하는 성분으로 나눌 수 있다.

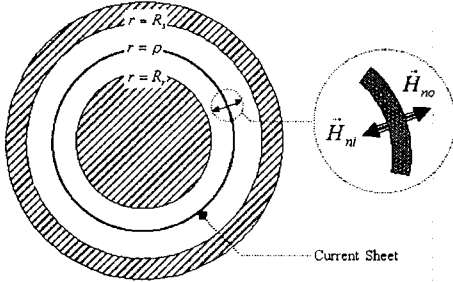


그림 4 자장 벡터

그러면 위와 같이 자기장 세기 방향이 주어졌을 때 각 부분에서의 경계 조건을 대입하여 라플라스 방정식의 해를 구할 수 있다. 이 경우 재질에 따라서 경계조건이 달리 나타난다. 여기서는 임의로 회전자는 투자율이 매우 높은 강자성체 재질로 구성이 되어 있고 고정자는 대신 전도도가 매우 높은 재질로 구성이 되어있다. 그러면 경계조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다. 먼저 회전자 면($r = R_r$)에서의 경계 조건은 다음과 같이 나타난다.

$$H_{\theta i} = 0$$

이와 같은 경계 조건을 이용하여 자기장 세기의 각 계수의 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D_{mi} = -C_{mi} R_r^{2n}$$

그리고 고정자면($r = R_s$)에서의 경계조건은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H_{r0} = 0$$

이 경우에 각 계수의 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D_{no} = C_{no} R_s^{2n}$$

그리고 다른 경계조건을 대입할 때 각 계수의 관계식도 계산할 수 있다.

그래서 이와 같이 계수간의 관계가 주어졌을 때 자기장 세기 성분은 내부로 향하는 자기장 세기 성분과 외부로 향하는 자기장 세기 성분은 각각 다음과 같이 나타난다.

$$H_{mi} = \frac{K_n r^{n-1} \left(1 + \frac{R_r^{2n}}{r^{2n}}\right) (\rho^{2n} - R_s^{2n})}{2\rho^{n-1} (R_s^{2n} + R_r^{2n})} \sin n(\theta - \alpha)$$

$$H_{\theta mi} = \frac{K_n r^{n-1} \left(1 - \frac{R_r^{2n}}{r^{2n}}\right) (\rho^{2n} - R_s^{2n})}{2\rho^{n-1} (R_s^{2n} + R_r^{2n})} \cos n(\theta - \alpha)$$

$$H_{r0} = \frac{K_n r^{n-1} \left(1 - \frac{R_s^{2n}}{r^{2n}}\right) (\rho^{2n} + R_r^{2n})}{2\rho^{n-1} (R_s^{2n} + R_r^{2n})} \sin n(\theta - \alpha)$$

$$H_{\theta0} = \frac{K_n r^{n-1} \left(1 + \frac{R_s^{2n}}{r^{2n}}\right) (\rho^{2n} + R_r^{2n})}{2\rho^{n-1} (R_s^{2n} + R_r^{2n})} \cos n(\theta - \alpha)$$

여기서 면 전류 밀도 K_n 을 다음과 둘 수 있다.

$$K_n = J_n d\rho$$

그러면 이러한 면전류 밀도와 전류 밀도 사이의 관계가 주어졌을 때 실제 자기장 세기 성분을 계산할 수 있다. 그러면 보상 권선에 의한 각 영역에서의 자기장 세기 성분을 계산해보면 먼저 $R_5 < \rho < R_6$ 인 영역에서는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$H_{nc} = \int_{R_5}^{R_6} dH_{nic}$$

$$H_{mc} = \frac{E_{nc} J_{nc}}{2B_n} r^{n-1} \left(1 + \frac{R_r^{2n}}{r^{2n}}\right) \sin n(\theta - \alpha_c)$$

$$H_{\theta nc} = \frac{E_{nc} J_{nc}}{2B_n} r^{n-1} \left(1 - \frac{R_r^{2n}}{r^{2n}}\right) \cos n(\theta - \alpha_c)$$

다음으로 $R_5 < \rho < R_6$ 인 영역에서의 자장은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$H_{nc} = \int_{R_5}^r dH_{noc} + \int_r^{R_6} dH_{nic}$$

$$H_{mc} = \frac{J_{nc}}{2B_n} \left[C_{nc} r^{n-1} + \left(\frac{2n}{4-n^2}\right) B_n r + D_{nc} r^{-n-1} \right] \cdot \sin n(\theta - \alpha_c)$$

$$H_{\theta mc} = \frac{J_{nc}}{2B_n} \left[C_{nc} r^{n-1} + \left(\frac{4}{4-n^2}\right) B_n r - D_{nc} r^{-n-1} \right] \cdot \cos n(\theta - \alpha_c)$$

마지막으로 $R_6 < \rho < R_5$ 인 영역에서의 자장은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$H_{nc} = \int_{R_5}^{R_6} dH_{noc}$$

$$H_{mc} = \frac{A_{nc} J_{nc}}{2B_n} r^{n-1} \left(1 - \frac{R_s^{2n}}{r^{2n}}\right) \sin n(\theta - \alpha_c)$$

$$H_{\theta mc} = \frac{A_{nc} J_{nc}}{2B_n} r^{n-1} \left(1 + \frac{R_s^{2n}}{r^{2n}}\right) \cos n(\theta - \alpha_c)$$

그리고 여기서 사용된 상수는 다음과 같다.

$$A_{nc} = \frac{R_6^{n+2} - R_5^{n+2}}{n+2} + R_r^{2n} \left(\frac{R_6^{2-n} - R_5^{2-n}}{2-n} \right)$$

$$B_n = R_s^{2n} + R_r^{2n}$$

$$C_{nc} = \frac{R_6^{n+2} - R_5^{n+2}}{n+2} - \frac{R_s^{2n} R_6^{2-n} + R_r^{2n} R_5^{2-n}}{2-n}$$

$$D_{nc} = \frac{R_s^{2n} R_5^{n+2} + R_r^{2n} R_6^{n+2}}{n+2} - \frac{R_s^{2n} R_r^{2n}}{2-n} (R_6^{2-n} - R_5^{2-n})$$

$$E_{nc} = \frac{R_6^{n+2} - R_5^{n+2}}{n+2} - R_s^{2n} \left(\frac{R_6^{2-n} - R_5^{2-n}}{2-n} \right)$$

이와 같은 방법으로 전기자 권선에 의한 자기장 세기 성분도 계산할 수 있다. 그러면 이러한 자기장 세기 성분이 주어졌을 때 인덕턴스는 저장되는 자기 에너지의 양을 계산함으로써 계산할 수 있다.

2.3 자장 에너지를 이용한 인덕턴스 계산

앞에서 구한 자기장 세기로 저장되는 자장 에너지를 구할 수 있다. 자장 에너지는 또한 각 권선의 자기 인덕턴스와 권선 간의 상호인덕턴스로도 구할 수 있다.

그러면 먼저 저장되는 자기장 에너지는 다음과 같은 식으로 계산이 된다.

$$W_m = \int_{vol} \frac{1}{2} \mu_0 H^2 d\tau$$

$$W_m = \int_0^{2\pi} \int \frac{1}{2} \mu_0 (H_r^2 + H_\theta^2) l r dr d\theta$$

하지만 전체 저장되는 자장 에너지는 각 고조파 성분을 합한 것과 같다. 여기서 각 고조파는 직교한 특성이 있으므로 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$W_m = \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn}$$

여기서 각 harmonic 성분은 다음과 같다.

$$W_{mn} = \int_0^{2\pi} \int \frac{1}{2} \mu_0 (H_{rm}^2 + H_{\theta m}^2) l r dr d\theta$$

여기서 각 자장 성분은 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$H_{rm} = H_{rmm} \sin n(\theta - \alpha)$$

$$H_{\theta m} = H_{\theta mm} \cos n(\theta - \alpha)$$

위의 각 자장 성분은 위 식에 대입한 결과 다음과 같다.

$$W_{mn} = \frac{\pi \mu_0 l}{2} \int (H_{rmm}^2 + H_{\theta mm}^2) r dr$$

먼저 보상 권선의 각 영역에 대해서 저장되는 에너지를 구할 수 있다.

이와 같이 될 경우에 자기 포화가 일어나지 않는다는 가정하에서 자기 인덕턴스에 저장되는 에너지는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$W_m = \frac{1}{2} L i^2$$

그러면 다음과 같은 관계식에 의해서 자기 인덕턴스를 계산할 수 있다.

먼저 그림 2와 3에서 보상 권선에 의해 분포되어 있는 전류 밀도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$J_{mc} = \frac{N_{12} i_c}{\pi (R_6^2 - R_5^2) \beta_c / 360^\circ}$$

그러면 결과적으로 자기 인덕턴스는 다음과 같은 식을 이용해서 구해낸다.

$$L = \sum_{n=1}^{\infty} L_n$$

여기서 L_n 은 다음과 같은 식으로 들 수 있다.

$$L_{nc} = 2 \left[\sum_{j=1}^3 \left(\frac{W_{mnc}}{i_c^2} \right) \right]$$

그러면 이제는 전기자 권선과 보상 권선 간의 상호 인덕턴스를 계산해 보면 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다. 먼저 상호 인덕턴스에 저장되는 자장 에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_m = M i_a i_c$$

상호 인덕턴스는 또한 각 고조파 성분으로 나타낼 수 있다. 아래와 같이 각 고조파 성분을 포함한 상호 인덕턴스로 나타낼 수 있다.

$$M = \sum_{n=1}^{\infty} M_n \cos n(\alpha_a - \alpha_c)$$

그리고 여기서 M_n 은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$M_n = \sum_{k=1}^5 \frac{W_{mn}}{i_a i_c}$$

이와 같은 방법으로 전기자 권선과 보상 권선의 자기 인덕턴스 값을 해석적 방법으로 계산할 수 있다. 그리고 전기자 권선과 보상 권선 간의 상호 인덕턴스 또한 계산할 수 있다.

2.4 재질 변화 시 인덕턴스 값 변화

보상 펄스 발전기를 이루는 재질은 강자성체 재질과 전도도가 크면서 투자율이 공기와 같은 재질로 들 수 있다. 이 경우에 라플라스 방정식의 경계 조건이 변화된다.

먼저 회전자와 고정자의 재질을 적층 형태의 강자성체 재질로 구성하였을 때의 경계 조건은 어떻게 달라지는 지 알아 보면 고정자 재질이 앞서 계산한 것과 달라졌기 때문에 고정자 표면 ($r=R_s$)에서 경계 조건으로 인해서 다음과 같은 계수의 관계가 성립된다.

$$D_{no} = -C_{no} R_s^{2n}$$

이 경계조건으로 바뀌는 성분은 자기장과 에너지 값이 달라진다. 계산 결과를 구해서 비교해 본 결과로는 다음의 성분의 부호가 바뀔 수 있었다.

$$R_s^{2n} \rightarrow -R_s^{2n}$$

자기장과 자기장에 쓰였던 상수 값과 그리고 에너지 값에서 위의 성분을 바꾸어 주면 간단히 인덕턴스를 계산할 수 있다.

그러면 다음으로 회전자와 고정자의 재질을 복합재 재질로 구성하여서 공심형 회전자로 하였을 때는 인덕턴스를 어떻게 계산하는 지를 알아보겠다. 이때 고정자의 성분도 또한 전도도가 매우 높고 투자율이 상대적으로 낮은 재질로 구성하였다. 이 경우에 재질에 따른 경계조건의 변화는 어떻게 달라지는지 알아

보면 회전자의 재질이 달라졌기 때문에 회전자 재질에 따른 회전자 표면($r=R_r$)에서의 경계조건은 다음과 같이 나타난다.

$$H_{\theta i}=0 \rightarrow r=0 \text{에서 } H_{\theta i}=0$$

즉 회전자의 표면에서 자기장이 0이 되는 것이 아니라 회전자의 중심에서 자기장이 0이 된다. 이와 같이 될 경우 자기장과 에너지 값에서 달라지는 성분은 R_r 을 0으로 바꾸면 인덕턴스를 간단하게 계산이 된다.

이와 같은 방법으로 다양한 재질에 관해서도 각 권선의 인덕턴스 성분을 계산할 수 있다.

3. 결 론

이 논문에서는 보상 펄스 발전기의 인덕턴스를 계산하기 위해서는 라플라스 방정식을 이용하여 계산하는 방법을 제시하였다. 이 경우에는 재질에 따른 경계 조건으로 분석해서 인덕턴스 값을 계산하는 방법이다. 그리고 다양한 재질에 의한 인덕턴스 성분을 계산하기 위해선 라플라스 방정식의 경계조건의 변화가 있는데 이 논문에서는 변화되는 요소에 대해서 설명하였다.

이 논문은 국방과학연구소의 연구비 지원에 의하여 연구되었습

참 고 문 헌

- Applied to A Model Iron-Cored Compulsator", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 31, No. 1, PP. 587-592, JAN. 1995.
- [5] W. F. Weldon, M. D. Driga, and H. H. Woodson, "Compensated Pulsed Alternator", U.S. Patent 4,200,831, 1978.
- [1] W. A. Walls, M. L. Spann, S. B. Prata, D. Bresie, Wm. Brinkman, J. Kitzmiller, J. Herbst, K. Hsieh, H. Liu, S. Manifold, and B. Rech, "Design of a Self-Excited Air-Core Compulsator for a Skid-Mounted Repetitive Fire 9MJ Railgun System", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 25, No. 1, PP. 574-579, JAN. 1989.
- [2] M. D. Werst, W. G. Brinkman, and M. L. Spann, "Fabrication of a Compensated Pulsed Alternator for a Rapid Fire Railgun System", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-22, No. 6, PP. 1812-1816, NOV. 1986.
- [3] D. J. Wehrlen, R. A. Lee, and R. F. Thelen, "Power Electronics and Controls for Air Core Compulsator", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 31, No. 1, PP. 90-95, JAN. 1995.
- [4] J. F. Easthan, M. J. Balchin, R. J. Hill-Cottingham, and P. J. Leonard, "Numerical Analysis Techniques