

전류모드제어를 위한 연속시간모델의 새로운 유도 방법

정동열, 홍성수, 최병조*, 사공석진
국민대학교, 경북대학교*

Alternative Derivation of Continuous-Time Model for Current-Mode Control

Dong-Yeol Jung, Sung-Soo Hong, *Byung-Choi Choi, and Sug-Chin Sakong

Department of Electronics Engineering, Kookmin University

*School of Electronic and Electrical Engineering, Kyungpook National University

ABSTRACT

Two existing continuous-time models for the current-mode control have presented noticeable differences in their small-signal predictions. As an attempt to clarify the origin of these disparities, this paper presents an alternative way of deriving a continuous-time model for the current-mode control. The results of this paper would provide insights to comprehend the dissimilarity in the modeling method and final results of the earlier models of current-mode control.

1. 서 론

전류모드제어는^{[1]-[2]} 수십여년동안 스위칭 파워서플라이에서 사용되어져 왔고, 연속시간영역에서 샘플링효과를 모델링하기 위한 다수의 방법^{[3]-[7]}이 개발되어왔다. 그 결과, 전류모드제어의 두 가지 다른 연속시간모델이 현재 사용되고 있다. 연속시간모델은 Ridley에^[6] 의해 제안되었고, unified model은 Tan에^[7] 의해 제안되었다. 이러한 연속시간모델은 s-domain 분석을 쉽게 하여 스위칭 파워서플라이의 전류모드제어의 소신호 동특성을 연구하는데 적합하도록 했다. 그러나 이러한 두 개의 모델이 모델링 접근방식과 결과가 차이를 보이고 있다^[8]. 이러한 불일치의 주요 원인으로서는 인덕터전류의 검출 방법 및 이에 따른 전류루프이득의 측정방법에 따른 것이다. 주스위치의 전류를 검출하는 경우에는

전류루프이득의 측정을 위해 부득이하게 디지털모듈레이터 방식을 사용해야 한다^[9]. 이 경우에는 Ridley의 모델이 적용될 수 있다. 인덕터전류를 그라운드루프의 검출저항을 통해 직접 검출하는 경우는 아날로그방식으로 측정할 수 있으며, 이 경우 적용할 수 있는 모델이 Tan에 의해 개발되었다.

본 논문에서는 아날로그 측정방식의 모델에 적합한 Tan모델의 새로운 유도방법을 제시하고자 한다. 이는 Ridley의 연속시간모델을 유도하는 과정과 매우 유사하다. Ridley모델은 샘플링효과를 케환루프에 적용하였으나 아날로그 방식으로 측정하는 방식의 특성상, 본 논문에서는 이를 모듈레이터 블록에 포함했을 뿐이다. 한편, 본 논문에서 Tan모델의 정확성을 실험을 통하여 다시 한번 확인하였다.

2. 모델 유도

그림 1(a)는 PWM 스위칭 파워서플라이에 전류모드제어를 적용시킨 것을 보여준다. 입출력 전압, 제어 전압 (v_c)이 각 스위칭 주기 (T_s)안에서 상수라는 것을 가정하고 전류검출회로 (CSN : Current sensing network)를 사용하여 파워 스테이지로부터 검출 받은 인덕터 전류 (i_L), 램프 신호의 기울기 (S_e), 램프전압 (v_{ramp})을 도시하였다. 전류케환전압 (v_f)과 제어 전압이 비교되어 전압케환회로를 형성한다.

그림 1(b)는 모듈레이터를 사용한 PWM 블록의 동작 파형을 나타낸 것이다. 그림 1(b)에 나타난 R_i 는 전류검출회로 블록의 이득을 나타낸다.

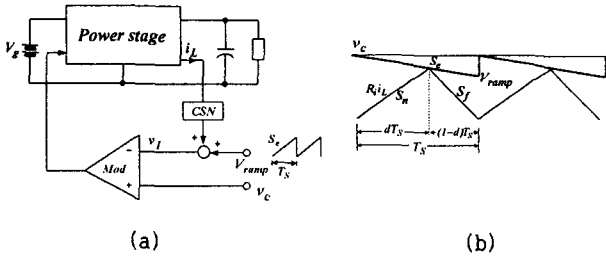


그림 1 전류모드제어 (a) 블록선도 (b) 동작 파형
Fig.1 Current-model control. (a) Functional block diagram. (b) Steady-state operation

2.1 제어전압-인덕터전류 전달함수

본 논문에서 제안된 모델을 전개해 나가는데 첫 번째로, 제어전압-인덕터전류의 전달함수를 s-domain 으로 표현한다. 이 전달함수를 다음절에서 논의 할 PWM 블록의 모듈레이터 이득을 정확히 구하는데 필요하다. 고정주파수 전류제어시스템은 샘플홀드 시스템으로 생각할 수 있다. 이산신호 방정식은 모듈레이터의 샘플홀드 함수로 나타낼 수 있다.

$$\hat{i}_L(k+1) = -\alpha \hat{i}_L(k) + \frac{1}{R_i} (1+\alpha) \hat{v}_c(k+1) \quad (1)$$

$$\alpha \equiv \frac{(S_f - S_e)}{(S_n + S_e)} \quad (2)$$

여기서 “ $\hat{}$ ”는 각 변수들의 소신호 성분, S_n 은 검출된 전류의 온-시간 기울기, S_f 는 검출된 전류의 오프-시간 기울기를 나타낸다. 제어전압-인덕터전류의 s-domain 전달함수는 식(1)을 z-변환한 후에 $z = e^{sT_s}$ 을 대입하고, $(1 + e^{-sT_s})/sT_s$ 을 곱해서 구하게 되는데, 식(3)으로 표현된다.

$$H(s) = \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{v}_c(s)} = \frac{1}{R_i} \frac{1+\alpha}{sT_s} \frac{e^{sT_s} - 1}{e^{sT_s} + \alpha} \quad (3)$$

Pade 근사법인 식(4)를 적용하여,

$$e^{-sT_s} \approx \frac{1 - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{s}{w_s/2} \right) + \left(\frac{s}{w_s/2} \right)^2}{1 + \frac{1}{2\pi} \left(\frac{s}{w_s/2} \right) + \left(\frac{s}{w_s/2} \right)^2} \quad (4)$$

식(3)을 식(5)와 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$H(s) = \frac{1}{R_i} \frac{1}{1 + \frac{1}{Q_s} \left(\frac{s}{w_s/2} \right) + \left(\frac{s}{w_s/2} \right)^2} \quad (5)$$

$$Q_s = \frac{2}{\pi} \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \quad (6)$$

본 논문에서 다른 방법을 사용하여 전개한 전달함수 식(5)가 Tan이 제시한 전달함수와 동일한 것을 알 수 있다^[7].

2.2 PWM 블록의 모듈레이터 이득

제어전압-인덕터전류 전달함수의 다른 표현은 전류모드제어를 위한 새로 제안된 모델의 블록선도로부터 증명되어질 수 있다. 이전의 수식과 비교, 분석하기 위하여 여기서는 연속시간모델의 PWM 블록을 표현하였다.

그림 2는 두 가지의 다른 소신호모델을 나타내었다. 그림 2(a)는 기존의 모델이고^[6], 그림 2(b)는 Tan이 제안한 모델이다. Ridley에 의해 제안된 전류모드제어의 소신호모델인 그림 2(a)는 전류모드 제어시스템에서 폭넓게 사용되어져 왔다. 전류제한 루프안에 위치한 기능 블록 $H_e(s)$ 는 전류모드제어의 샘플링효과를 표현하고 있다. $H_e(s)$ 의 복소지수방정식은 그림 2(a)의 페루프 전달함수인 식(3)에 의해 증명되었고, 그 결과 2차다항식으로 근사화하였다. 한편, PWM 블록의 모듈레이터 이득인 F_m 은 전압모드제어에서 일반적으로 사용해진 PWM 이득을 적용시켜 상수처럼 모델화했다. 그림 2(b)는 기능블록 $H_e(s)$ 가 없고, PWM 블록의 모듈레이터 이득이 s-domain 전달함수, $F_m(s)$ 로 모델링 되었다. 이것은 샘플링효과가 PWM 블록의 모델에 포함되었다는 의미이다. 이런 변화를 준 이유는 샘플링효과가 전류 샘플링 자체보다는 PWM 블록에서 생기는 PWM 작용을 통하여 시스템에 전달된다는 것을 직시하였기 때문이다. 그림2(b)에 Mason이득법칙을 적용하면, 제어전압-인덕터전류 전달함수가 식(7)과 같이 표현된다.

$$H(s) = \frac{F_m(s) F_i(s)}{1 + F_m(s) F_i(s) R_i} \quad (7)$$

여기서, $F_i(s)$ 는 듀티비-인덕터전류의 전달함수를 나타낸다. 그림 2의 전원단 모델로부터 $F_i(s)$ 를 구하면 식(8)이 된다.

$$F_i(s) \equiv \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{d}(s)} = \frac{V_{ap}}{sL} \quad (8)$$

여기서

$$V_{ap} = V_{ac} + V_{cp}, \quad S_n = \frac{R_i V_{ac}}{L}, \quad S_f = \frac{R_i V_{cp}}{L}$$

의 관계를 이용하여 정리하면, 식(9)와 같이 된다.

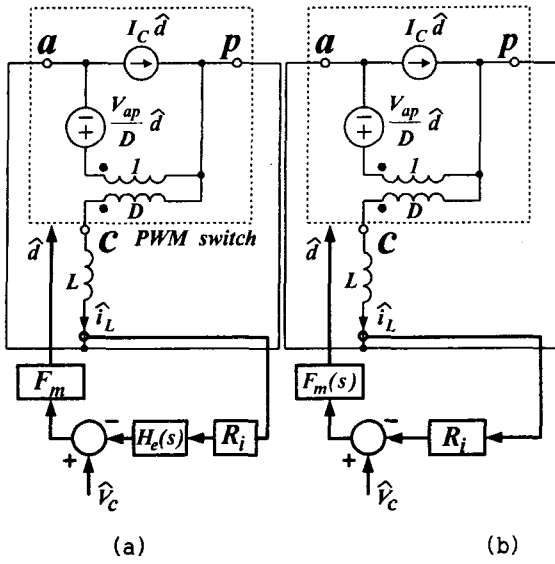


그림 2 전류모드제어의 소신호모델 (a) 기존의 소신호모델 (b) 제안된 새로운 소신호모델
 Fig.2 Small-signal model for current-mode control.
 (a) Small-signal model proposed in [6].
 (b) Newly proposed small-signal model.

$$F_i(s) = \frac{1}{R_i} \frac{S_n + S_f}{s} \quad (9)$$

식(9)를 식(7)에 대입하여 식(5)와 같이 표현하면, PWM 블록의 모듈레이터 이득이 식(10)과 같이 증명되어진다.

$$F_m(s) = \frac{F_m'}{1 + \frac{s}{w_p}} \quad (10)$$

$$F_m' = \frac{1}{(0.5S_n - 0.5S_f + S_e) T_s} \quad (11)$$

$$w_p = \frac{w_s^2}{4F_m'(S_n + S_f)} \quad (12)$$

이러한 결과는 첫 번째로 low-frequency gain, F_m' 이 동일하다는 것을 확인하였고, 그 결과로서 제어설계의 샘플링효과를 지정하는 high-frequency pole, w_p 가 일치하는 것을 확인하였다^[7].

이상으로부터 본 논문에서 제안된 방법은 샘플링 효과를 포함하면서 매우쉽게 모듈레이터 이득을 구할 수 있음을 보여주고 있다. 흥미로운 것은, 식(11)이 참고논문^[3]에 제시된 모듈레이터이득을 표현하는 식과 동일하다는 것이다.

2.3 Feedforward Gains

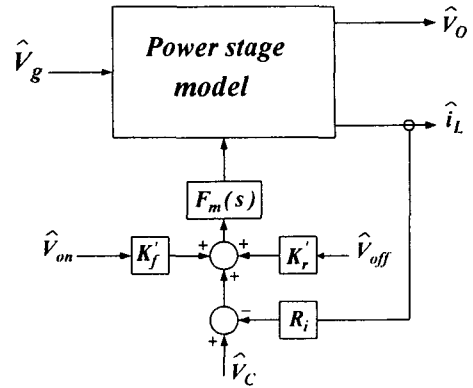


그림 3 전류모드제어의 소신호모델
 Fig.3 Complete small-signal model for current-mode control.

그림 3은 feedforward gains, k_f' 와 전류모드제어에 의해 생성된 k_r' 를 포함하고 있는 소신호모델이다. 본 논문에서 제안한 모델을 유도하는데 있어서 마지막 단계는 Ridley 방법에 기초를 둔 feedforward gains의 증명이다^[6]. 먼저, 그림 1(b)의 모듈레이터 파형으로부터 식(13)을 유도할 수 있다.

$$R_i \langle i_L \rangle = v_c - dT_s S_e - \frac{S_f(1-d)T_s}{2} \quad (13)$$

여기서, $\langle i_L \rangle$ 는 인덕터전류의 평균값을 나타낸다. 검출된 인덕터 전류의 오프-시간 기울기는 식(14)로 얻을 수 있다.

$$S_f = \frac{v_{off} R_i}{L} \quad (14)$$

여기서, v_{off} 는 오프-시간의 인덕터 전압이다. 인덕터의 flux-balance에 대한 주스위치의 듀티비를 표현하면 식(15)와 같다.

$$d = \frac{v_{off}}{v_{on} + v_{off}} \quad (15)$$

여기서, v_{on} 은 온-시간의 인덕터 전압이다. 식(14)와 식(15)를 식(13)에 대입하고, 소신호해석을 하면 식(16)이 된다.

$$\frac{\langle \hat{i}_L \rangle}{\hat{v}_{on}} = \frac{DS_e T_s}{(V_{on} + V_{off})R_i} - \frac{D^2 T_s}{2L} \quad (16)$$

여기서, V_{on} 과 V_{off} 는 직류 성분이다. 식(16)의

다른 표현식을 그림 3에서 유도할 수 있으며 식 (17)이 된다.

$$\hat{d} = (\hat{v}_{on} k_f' - R_i \langle \hat{i}_L \rangle) F_m' \quad (17)$$

d 와 v_{on} 에 대하여 식 (15)를 선형화 하면, 식 (18)이 된다.

$$\hat{d} = -\frac{D}{V_{on} + V_{off}} \hat{v}_{on} \quad (18)$$

식 (17)과 식 (18)을 이용하여 $\langle \hat{i}_L \rangle / \hat{v}_{on}$ 의 다른 표현식을 구하면 식(19)가 된다.

$$\frac{\langle \hat{i}_L \rangle}{\hat{v}_{on}} = \frac{1}{R_i} \left(\frac{D}{F_m'(V_{on} + V_{off})} + k_f' \right) \quad (19)$$

식 (16)과 식 (19)을 같다고 놓으면, k_f' 를 구할 수 있다.

$$k_f' = -\frac{D^2 T_s R_i}{2L} - \frac{D T_s R_i}{2L} \frac{V_{on} - V_{off}}{V_{on} + V_{off}} \quad (20)$$

식 (20)을 식 (15)를 이용하여 간략히 하면 식 (21)이 된다.

$$k_f' = -\frac{D(1-D)T_s R_i}{2L} \quad (21)$$

같은 방법으로 v_{on} 을 고정시키고 v_{off} 를 미소 변동시키면, 오프-시간 전압으로부터 feedforward gain을 식 (22)와 같이 구할 수 있다.

$$k_r' = \frac{D(1-D)T_s R_i}{2L} \quad (22)$$

식 (22)는 k_f' 와 동일하며, 이 식들은 Tan의 feedforward gain 과 동일한 것을 알 수 있다^[7].

그림 4는 입력과 출력전압의 변화에 대하여 feedforward gain을 새로운 값으로 적용할 수 있도록 소신호모델을 변경한 것이다.

새로운 feedforward gain을 찾기 위해, 스위칭 파워서플라이의 3가지 기본적인 형태에 대해 아래 식을 적용한다.

- 벡 컨버터 : $k_f = k_f' \ \& \ k_r = k_r' - k_f'$
- 부스트 컨버터 : $k_f = k_f' - k_r' \ \& \ k_r = k_r'$
- 벡-부스트 컨버터 : $k_f = k_f' \ \& \ k_r = k_r'$

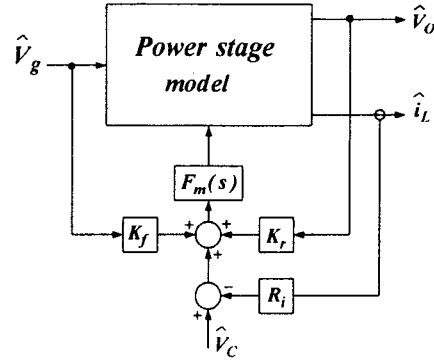


그림 4 소신호모델의 새로운 방법

Fig.4. Alternative representation of small-signal model.

<표1>은 그림 4에 나타난 이득블록을 정리한 것이다.

표 1 Feedforward 파라미터

Table I Parameters for Fig.4

Feedforward gains		
Buck converters	Boost converters	Buck/boost converters
$k_{f-} = \frac{D(1-D)T_s R_i}{2L}$	$k_r = 0$	$k_{f-} = \frac{D(1-D)T_s R_i}{2L}$
$k_r = 0$	$k_r = -\frac{D(1-D)T_s R_i}{2L}$	$k_{r-} = \frac{D(1-D)T_s R_i}{2L}$
Modulator gain for all converters : $F_m(s)$		
$F_m(s) = \frac{F_m'}{1 + \frac{s}{w_p}}$ with $F_m' = \frac{1}{(0.5S_r - 0.5S_r + S_r)T_s} \cdot w_p = \frac{w_p^2}{4F_m'(S_r + S)}$		

3. 시뮬레이션 및 실험 결과

본 논문에서 제시된 모델의 타당성을 검증하기 위하여 벡컨버터를 대상으로 하드웨어 실험과 시뮬레이션을 수행하였다. 하드웨어는 그림 5와 같은 구성을 갖는다. PWM IC, UC3843를 사용한 벡 컨버터 회로를 설계하였다. 전류검출저항으로부터 검출된 인덕터전류의 잡음을 감소시키기 위해 AD8044를 사용하여 차동증폭기를 삽입하였다. 벡컨버터의 파라미터는 $V_g=16V$, $V_{o1}=3.3V$, $V_{o2}=5V$, $L=56.1 \mu H$, $C=433 \mu F$, $R_c=0.07 \Omega$, $F_s=50kHz$ 이다.

그림 6은 각각 출력전압이 3.3V 와 5V 일 때의 전류루프를 Network_Analyzer (Model :AP102B)로 측정된 하드웨어 파형과 시뮬레이션 파형을 비교한 것이다. PWM 블록의 low-frequency gain의 파형 모양과 제어설계의 샘플링효과를 지정하는 high-frequency pole이 일치하는 것을 확인하였다.

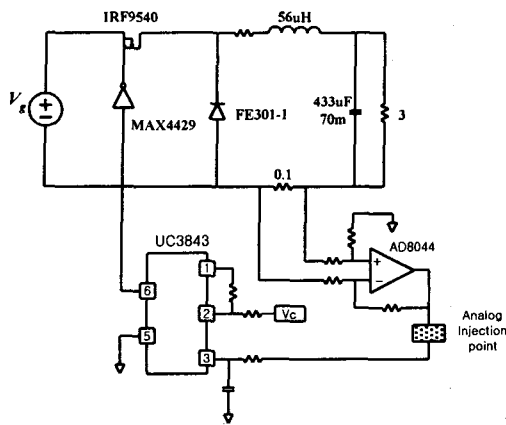


그림 5 소신호측정을 위한 벡컨버터 회로 구성
 Fig.5 Experimental Buck Converter for Small-Signal Measurements

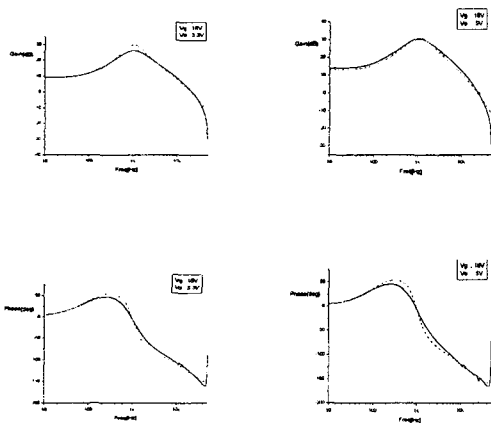


그림 6 전류루프이득의 하드웨어와 시뮬레이션 비교 파형
 Fig.6 Measured results (data points) and prediction (in asymptotes) of current-loop gain for buck converter with $V_g=16[V]$, $V_o=3.3[V]$, $5[V]$.

4. 결 론

전류모드제어의 두 가지 다른 모델인 Ridley모델과 Tan모델이 인덕터전류의 검출방법 및 전류루프이득의 측정방법에 의해 결과가 차이를 보이고 있다. 전류루프이득의 측정을 위해 주스위치의 전류를 검출하는 경우에는 Ridley모델을 적용하여 디지털모델레이터 방식으로 측정하고, 인덕터전류를 그라운드루프의 검출저항을 통해 직접 검출하는 경우에는 Tan모델을 적용하여 아날로그방식으로 측정할 수 있다.

본 논문에서는 아날로그 측정방식의 모델에 적합한 Tan모델의 새로운 유도방법을 제시하였다. 샘플링효과를 케환루프에 적용한 Ridley의 연속시간

모델을 유도하는 과정과 유사하지만 아날로그 방식의 특성상 샘플링효과를 모듈레이터 블록에 포함하였다. 본 논문에서는 Tan모델의 정확성을 하드웨어 실험과 시뮬레이션을 통하여 다시 한번 확인하였다.

참 고 문 헌

- [1] C. W. Deisch, "Simple switching control method changes power converter into a current source," *IEEE PESC Record*, pp. 300-306, 1978.
- [2] A. Capel, G. Ferrante, D. OSullivan, and A. Weinberg, "Application of the injected current model for the dynamics of switching regulators with the new concept of LC3 modulator," *IEEE PESC Record*, pp. 135-147, 1978.
- [3] F. C. Lee, Y. Yu, M. F. Mahmoud, "A unified analysis and design procedure for a standardized control module for dc-dc switching regulator," *IEEE PESC Record*, pp. 284-301, 1980.
- [4] R. D. Middlebrook, "Topics in multiple-loop regulators and current-mode programming," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 2, no. 2, pp. 109-124, 1987.
- [5] G. C. Verghese, C. A. Bruzos, and K. N. Mahabir, "Averaged and sampled-data models for current mode control: a re-examination," *IEEE PESC Record*, pp. 484-491, 1989.
- [6] R. B. Ridley, "A new, continuous-time model for current-mode control," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 6, no. 2, pp. 271-280, 1991.
- [7] F. D. Tan, and R. D. Middlebrook, "A unified model for current-programmed converters," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 10, no. 4, pp. 397-407, July 1995.
- [8] M. R. D. Al-Mothafar, and K. A. Hammad, "Small-signal modeling of peak current-mode controlled buck-derived circuits," *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, vol. 146, no. 6, pp. 607-619, 1999.
- [9] B. H. Cho, and F. C. Lee, "Measurement of Loop Gain with the Digital Modulator," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. PE-1, No. 1, pp. 55-62, Jan 1986.
- [10] V. Vorperian, "Simplified analysis of PWM converters using the model of the PWM switches- Part I: Continuous conduction mode," *IEEE Trans. Aerosp. Electron Syst.*, vol. 26, no.2, pp.490-496, May 1990.