

임계노즐에서 발생하는 비정상유동에 관한 연구

김재형* · 김희동** · 박경암***

Study of the Unsteady Gas Flow in a Critical Nozzle

Jae-Hyung Kim*, Heuy-Dong Kim** and Kyung-Am Park***

Key Words: Critical Nozzle(임계노즐), Compressible Flow(압축성 유동), Choke(초크), Boundary Layer(경계층), Unsteady Flow(비정상 유동), Shock Wave(충격파), Supersonic Nozzle(초음속 노즐)

ABSTRACT

The present study addresses a computational result of unsteady gas flow through a critical nozzle. The axisymmetric, unsteady, compressible, Navier-Stokes equations are solved using a finite volume method that makes use of the second order upwind scheme for spatial derivatives and the multi-stage Runge-Kutta integral scheme for time derivatives. The steady solutions of the governing equation system are validated with the previous experimental data to ensure that the present computational method is valid to predict the critical nozzle flows. In order to simulate the effects of back pressure fluctuations on the critical nozzle flows, an excited pressure oscillation with an amplitude and frequency is assumed downstream of the exit of the critical nozzle. The results obtained show that for low Reynolds numbers, the unsteady effects of the pressure fluctuations can propagate upstream of the throat of critical nozzle, and thus giving rise to the applicable fluctuations in mass flow rate through the critical nozzle, while for high Reynolds numbers, the pressure signals occurring at the exit of the critical nozzle do not propagate upstream beyond the nozzle throat. For very low Reynolds number, it is found that the sonic line near the throat of the critical nozzle remarkably fluctuates with time, providing an important mechanism for pressure signals to propagate upstream of the nozzle throat, even in choked flow conditions. The present study is the first investigation to clarify the unsteady effects on the critical nozzle flows.

1. 서 론

임계노즐은 노즐 목(nozzle throat)에서 유동을 초크(choke)시켜, 노즐을 통하는 유량을 노즐입구의 압

력과 온도만으로 예측하기 위한 일종의 교축형 유량 계로, 다양한 공학분야에서 광범위하게 응용되어 왔다. 일반적으로 노즐입구의 압력과 배압의 비가 어느 임계값(공기의 경우 대략 1.9) 이상으로 되면 노즐을 통하는 유동은 노즐 목에서 초크하게 된다. 이러한 유동의 초크 현상은 압축성 유동특유의 현상으로, 일단 유동이 노즐 목에서 초크하면, 노즐 하류에서 발생하

* 안동대학교 기계공학과 대학원
** 안동대학교 기계공학부
*** 한국표준과학연구원 유체유동그룹

는 압력조건에 무관하게 노즐 상류의 조건만으로 노즐을 통하는 유동이 결정되게 된다^(1,2). 이와 같은 비점성 기체역학 이론의 결과는 임계노즐을 통하는 기체유동의 실험결과와 잘 일치하는 것으로 알려져 있다.

종래의 연구^(3,4)에 의하면, 임계노즐을 통하는 유동은 노즐 목을 특성길이로 하는 레이놀즈수에 강하게 의존하는 것으로 알려져 있다. 일반적으로 임계노즐 유동의 레이놀즈수가 수만 또는 수십만 이상의 경우에는 기체역학 이론과 실험결과가 잘 일치하지만, 레이놀즈수가 수천 이하의 저레이놀즈수 영역에서 작동되는 임계노즐의 경우 이론예측 결과는 실험결과와 잘 일치하지 않는다고 보고되어 있다. 이것은 직경이 작은 임계노즐의 경우, 유동이 노즐 목에서 발생하는 기체의 점성이나 벽면 열전달 등에 영향을 받기 때문인 것으로 이해되고 있다. 최근 Kim^(5,6,7) 등은 임계노즐을 통하는 기체유동을 예측하기 위하여, 축대칭 Navier-Stokes 식을 이용한 수치계산을 수행하여, 노즐 목에 발생하는 난류경계층을 상세하게 조사하였으며, 임계노즐을 통하는 기체유동은 레이놀즈수 뿐만 아니라, 노즐의 작동압력비, 노즐 목의 곡률, 디퓨저의 형상 등에 의하여 영향을 받는다고 보고하였다.

저레이놀즈수의 영역에서 작동되는 임계노즐의 경우, 노즐 목에서 발생하는 난류경계층의 두께는 노즐 목직경의 수퍼센트 정도에 달하게 되며⁽⁸⁾, 난류경계층 내부에는 초음속 유동영역과 벽면 바로 근처의 아음속 유동을 구분하는 음속선(sonic line)이 존재하게 다. 이 경우 비점성 기체역학 이론에서 예측하는 바와 같은 유동의 초크 현상은 노즐 목에서 발생하는 난류경계층의 아음속 영역으로 인하여 발생하지 않을 수 있다. 따라서 노즐 목의 하류에서 발생하는 유동의 압력변화는 난류경계층의 아음속 부분을 통하여 노즐 상류로 전파하게 된다.

실제 노즐을 통하는 기체유동의 경우, 노즐 목 하류의 디퓨저내에서 충격파가 발생하여 벽면경계층과 복잡한 상호간섭(interaction)을 일으켜 충격파가 상하류로 강하게 진동하거나, 디퓨저 하류에 위치하는 밸브나 기타 유로 단면적의 급변화 부분에서 발생하는 유동 박리나 기타 와류 등으로 인하여, 강한 압력변동이 발생하는 것으로 알려져 있다^(9,10). 이와 같은 압력변동이 임계노즐 목의 하류에서 발생하는 경우, 압력변동의 신호는 노즐 목의 상류로 전파하여, 유동

이 초크하지 않게 되므로 더 이상 임계노즐의 기능을 수행하지 못하게 될 수 있다.

임계노즐 목에서 초음속 부분(또는 음속)과 아음속 부분이 공존하여 발생하는 기체유동은 최근 Lee 등⁽¹¹⁾에 의하여 연구된 바와 같이 복합초크(compound choke) 현상으로 이해될 수 있다. 이들은 노즐 목에서 아음속 부분과 초음속(또는 음속) 부분이 공존하는 상태에서 유동이 초크할 수 있음을 보고하였으며, 복합음파(compound sound wave)의 이론을 이용하여, 복합마하수(compound Mach number)가 노즐 목에서 1.0으로 되는 경우에 노즐 목에서 유동은 초크하게 됨을 밝혔다. 따라서 저레이놀즈수의 영역에서 작동되는 임계노즐의 경우, 통상적인 일차원 기체역학적 이론으로 임계노즐의 초크현상을 설명하는 것은 한계가 있을 수 있으며, 노즐 목에서 유동이 초크할 수 있는 작동압력비 이상으로 되더라도 노즐 하류에서 발생하는 압력변동은 노즐 목 상류로 전파하여, 노즐을 통하는 유량의 변동을 야기시킬 수 있다.

최근 von Lavante⁽¹²⁾ 등은 수치해석법을 통하여, 임계노즐을 통하는 기체유동의 비정상성을 조사하여, 노즐 목에서 유동이 초크할 수 있는 압력비 이상에서도 유량의 변동이 발생할 수 있음을 지적한 바 있다. 그러나 이들 연구에서는 유동의 초크현상과 압력변동이 노즐 목 상류로 전파하게 되는 메커니즘을 규명하지 않았으며, 이들 연구를 제외하고는 임계노즐을 통하는 비정상 유동에 관한 연구는 현재까지 수행되지 않았다.

본 연구에서는 수치해석법을 통하여, 저레이놀즈수의 영역에서 작동되는 임계노즐을 통하는 기체유동의 비정상성을 조사하였다. 수치계산은 비정상 압축성 축대칭 Navier-Stokes 방정식을 유한체적법으로 이산화하여 정상유동의 수치해를 구하였으며, 그 후 노즐 출구에 임의의 진폭과 주파수를 가지는 압력변동을 부여하여 비정상 유동해석을 수행하였다. 그 결과 임계노즐의 목에서 유동이 초크할 수 있는 압력비 이상이 되더라도, 노즐 하류에서 발생하는 압력변동은 노즐 목 상류로 전파하게 되며, 이러한 현상은 레이놀즈수, 압력변동의 진폭 및 주파수 등에 의존하게 된다는 것을 알았다. 본 연구는 임계노즐 유동의 비정상성을 규명한 첫 번째 연구결과라는 점에서 의미가 있으며, 저레이놀즈수의 영역에서 작동되는 임계노즐의 유량을 예측하는데 매우 중요한 단서를 제공할 것으로 기대된다.

2. 수치해석 방법

본 연구에서는 임계노즐 하류에서 발생하는 압력변동이 노즐내부 유동에 미치는 영향을 수치적으로 묘사하기 위하여, $k-\epsilon$ 난류모델을 사용하는 비정상, 축대칭, 압축성 Navier-Stokes 방정식에 유한 체적법을 적용하였다. 수치계산에 적용된 지배방정식의 적분형태는 다음과 같다.

$$\Gamma \frac{\partial}{\partial t} \int_V Q dV + \oint [F - G] dA = 0 \quad (1)$$

여기에서 F 와 G 는 각각 점성, 비점성, 유속벡터, Q 는 주요변수들의 시간종속 벡터를 의미하며, 식(2)와 같이 정의된다.

$$F = \left[\rho v, \rho v v_x + p \hat{i}, \rho v v_y + p \hat{j}, \rho v v_z + p \hat{k}, \rho v H \right]^T$$

$$G = \left[\tau_{xi}, \tau_{ji}, \tau_{zi}, \tau_{ij} v_j + q \right] \quad (2)$$

$$Q = \left[p, v_x, v_y, v_z, T \right]$$

위의 식에서 H 는 단위질량당 전엔탈피, E 는 내부 에너지와 운동에너지를 포함하는 전에너지를 의미하며, 이들의 관계는 다음과 같다.

$$H = E + p / \rho \quad (3)$$

식(1)에 나타나 있는 행렬 Γ 는 다음과 같다.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \theta & 0 & 0 & 0 & \rho_T \\ \theta v_x & \rho & 0 & 0 & \rho_T v_x \\ \theta v_y & 0 & \rho & 0 & \rho_T v_y \\ \theta v_z & 0 & 0 & \rho & \rho_T v_z \\ \theta H - \delta & \rho v_x & \rho v_y & \rho v_z & \rho_T H + \rho C_p \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기에서 ρ_T 는 일정한압에서 온도와 관련된 밀도이며, 압축성 유동에서는 $\delta = 0$ 이다. 매개변수 θ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\theta = (1/U_T^2) - (\rho_T H + \rho C_p) \quad (5)$$

식(5)에서 U_T 은 기준속도, C_p 는 정압비열을 의미한다.

Fig. 1은 본 연구에 적용된 개략도와 경계조건을 나타낸다. 노즐 목의 직경을 $D(=0.3\text{mm})$ 로 하였을 경우, 공기유동은 길이 $1D$ 의 축소부를 통해 가속된 후, 노즐 목을 지나 초음속으로 상태로 된다. 이후 길이 $5D$, 확대반각이 4 도인 확대부를 지난 유동은 높이 $5D$, 길이 $20D$ 의 노즐 외부로 유출한다.

경계조건으로는 노즐입구에 pressure inlet, 노즐 외부의 계산경계에는 pressure outlet 조건을 적용하였다. 모든 벽면에는 단일 no-slip 벽조건을 적용하였다.

본 연구에서는 작동압력비(p_b / p_0)가 0.6 인 경우에 정상유동의 해를 구한 후, 노즐 하류의 배압을 여기시켜 비정상해를 구하였다. 그림에 나타난 바와 같이 계산 영역의 하류에서 압력 변동은 $A \sin(\omega t + \varphi)$ 로 주었으며, 여기에서 A 는 $0.01(0.6p_0)$, ω 는 $2\pi \times 60k$ 로 가정하였다. 본 수치계산에서는 그림에 나타난 압력 측정점인 점 A, B, C 및 D에서 시간변동 압력을 구하여, 노즐 유동의 비정상성을 조사하였다.

Fig. 2는 본 연구에 적용된 정렬격자계이며, 격자점은 대략 50000 개 정도 사용하였다.

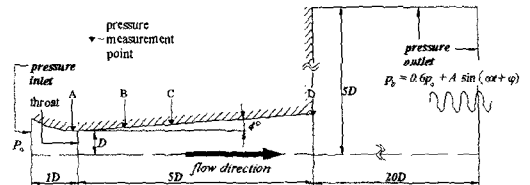


Fig. 1 Schematic diagram of critical nozzle

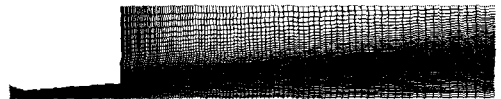


Fig. 2 Typical computational grid system

3. 결과 및 고찰

Fig. 3은 노즐 중심축과 벽면을 따르는 국소정압의 분포를 나타낸다. 그림의 횡축의 x/D 는 노즐 목을 원점으로 하는 축방향 거리 x 를 노즐 목의 직경 D 로 무차원한 값이며, 종축은 국소정압 p 를 노즐 상류의

정체압 p_0 로 무차원한 값이다. 레이놀즈수(Re)가 7470의 경우, 중심축을 따르는 유동은 노즐 목을 지나 초음속으로 가속하며, x/D 가 약 1.3인 위치에서 충격파가 발생한다. 이후 노즐 벽면의 경계층과 충격파의 간섭으로 인하여 유동은 다시 팽창(post-shock expansion)되며, 1차 충격파 후방에 의사 충격파(pseudo-shock)가 발생한다. $Re = 7470$ 인 경우에 벽면에서의 국소정압분포는 중심축에서의 정압분포와는 상당히 다르게 나타나고 있다. 벽면에서 충격파는 약 $x/D = 1.0$ 에서 발생한다. 이것은 충격파가 λ 형태로 발생하기 때문이다. 레이놀즈수가 3740인 경우의 노즐 중심축을 따르는 국소정압분포를 보면, 1차 충격파의 위치는 약 $x/D=1.1$ 이며, 1차 충격파와 의사충격파의 강도는 레이놀즈수가 7470인 경우에 비해 다소 낮게 나타나고 있다. 레이놀즈수가 7470, 3740 및 1840인 경우에는 노즐 목 상류에서의 노즐 중심축을 따르는 국소정압분포가 거의 같은 값으로 예측되지만, 레이놀즈수가 500인 경우에는 국소정압이 동일한 축상의 거리에서 좀더 높은 값을 가진다. 레이놀즈수가 500인 경우, 노즐벽면에서의 정압분포와 중심축에서의 정압분포는 거의 동일한 값으로 예측되며, 노즐목을 지나 유동의 압력은 단조롭게 증가하는 경향을 보인다.

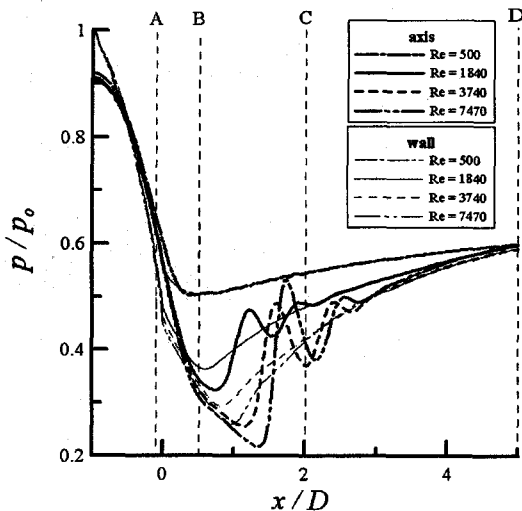


Fig. 3 Time-mean static pressure distributions along the nozzle

Fig. 4는 유출계수(C_d)와 레이놀즈수의 관계를 나타낸다. 그림에서 ●는 본 연구에서 얻어진 수치계산 결과이며, 실선은 문헌(3)의 실험결과이다. 문헌(3)의 결과는 노즐 목의 직경이 0.3mm, 레이놀즈수의 범위가 $9.0 \times 10^2 \leq Re \leq 4.4 \times 10^3$ 으로서, 본 수치계산조건과 매우 유사하다. $1/(Re)^{1/2}$ 가 증가할수록 경계층의 영향은 증가하여, 유출계수의 값은 낮아진다. 본 연구에서 얻어진 수치계산 결과와 실험결과는 상당히 잘 일치하고 있다.

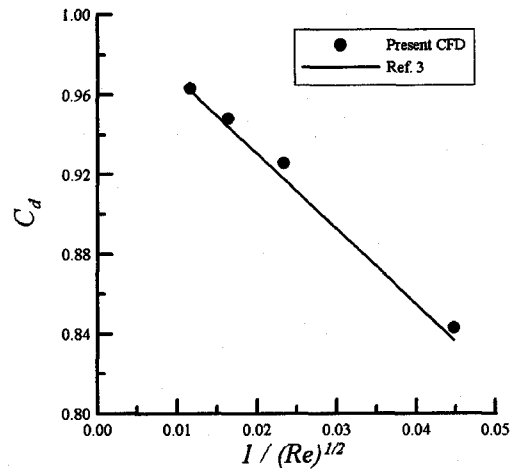


Fig. 4 Discharge coefficient vs $1/(Re)^{1/2}$

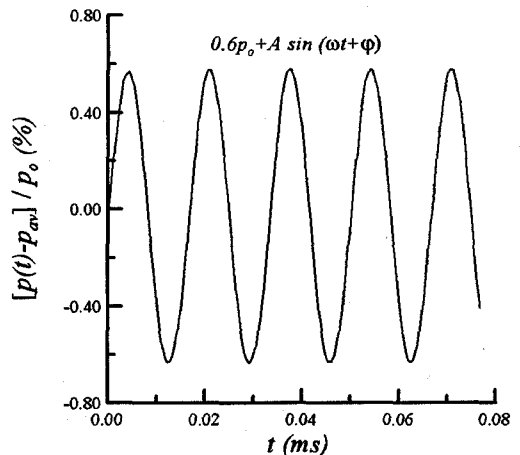


Fig. 5 Excited back pressure signals

Fig. 5는 수치계산에서 가정한 노즐 하류 배압의 시간변동을 나타낸다. 그림의 횡축은 시간을 의미하

며, 종축은 시간에 따른 압력 $p(t)$ 와 평균압력 p_{av} 의 차를 노즐 상류의 압력 p_0 로 무차원한 값이다. 그림은

진폭 $A = 0.01(0.6p_0)$ 으로 정상상태의 배압의 1% ω 는 $2\pi \times 60k$, 위상은 $\varphi=0$ 으로 가정하였다.

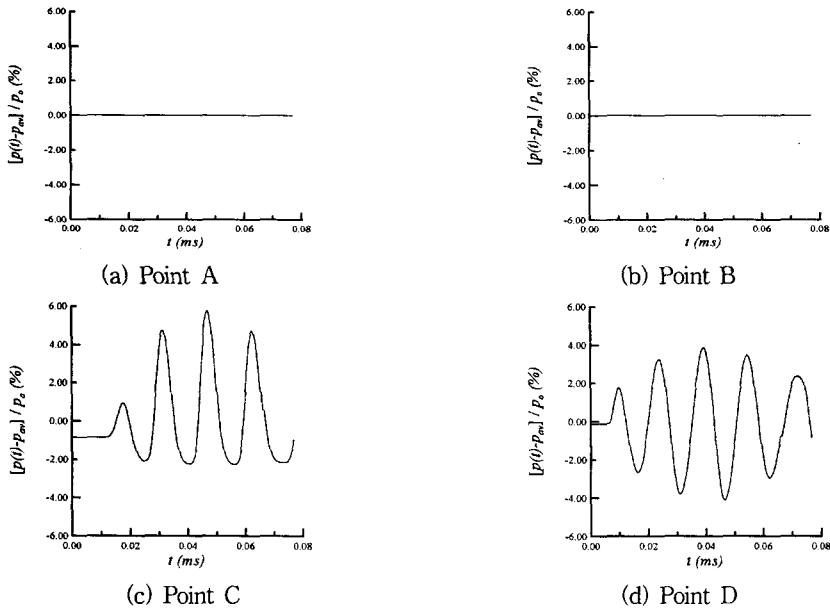


Fig. 6 Pressure-time histories at each point (Re=7470)

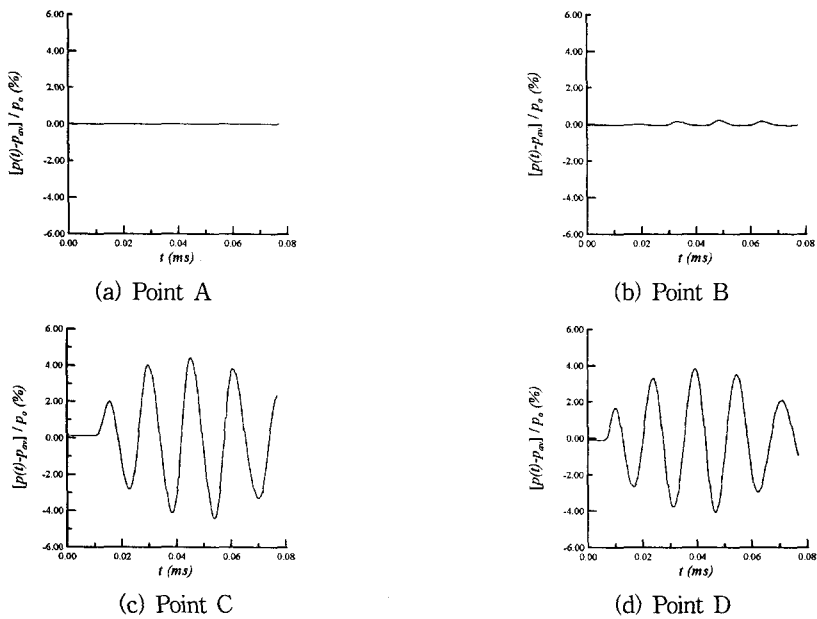


Fig. 7 Pressure-time histories at each point (Re=3740)

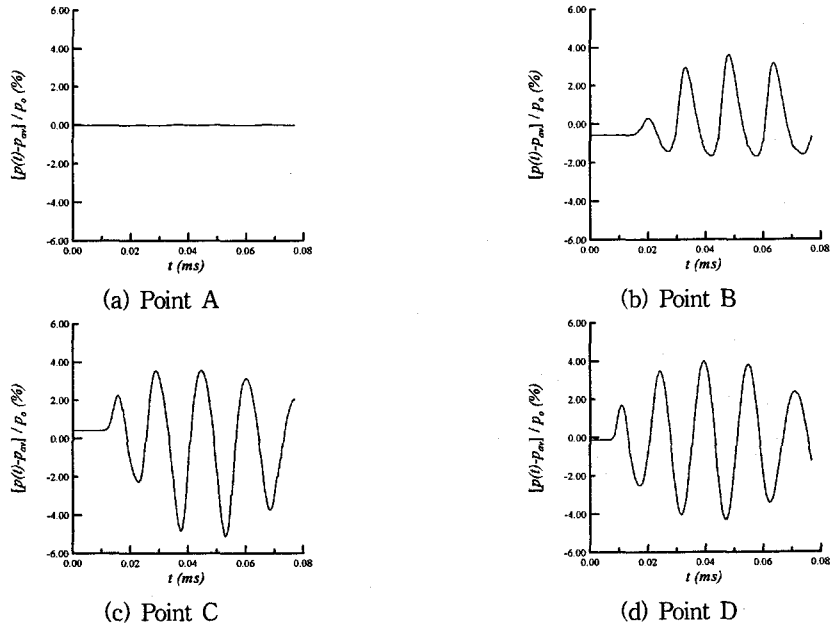


Fig. 8 Pressure-time histories at each point (Re=1840)

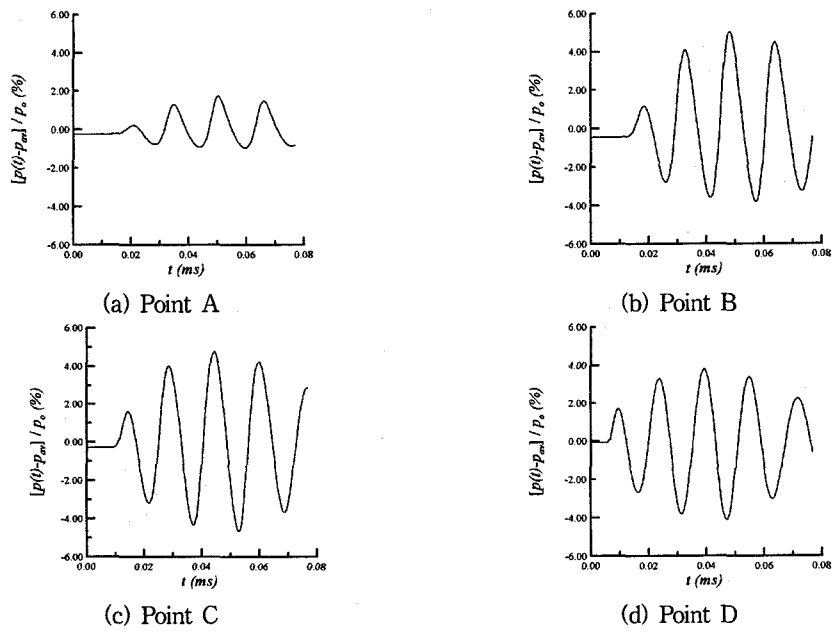


Fig. 9 Pressure-time histories at each point (Re=500)

Fig. 6은 레이놀즈수가 7470인 경우, 각 압력측정점에서의 압력의 시간변동을 나타낸다. Fig. 6(d)는 D점에서의 압력변동으로 노즐하류의 배압이 변동하기 시작한 후, 약 0.003ms 이후부터 압력이 변동하기 시작한다. 즉, 노즐 하류배압의 유동정보가 노즐 출구까지 도달하는데 걸리는 시간은 대략 0.003ms정도이며, 시간에 따라 변동의 진폭은 점차적으로 커지다가 0.05ms 이후부터는 다시 작아지는 경향을 보이고 있다. C점에서의 압력변동은 약 0.01ms이후부터 발생한다.

Fig. 7는 레이놀즈수가 3740인 경우, 각 압력측정점에서의 압력의 시간변동을 나타낸다. C, D점의 압력변동은 Fig. 6(d)와 유사하지만, 노즐 목과 상당히 가까운 B점에서는 압력변동의 진폭이 상대적으로 매우 약화되며, A점에서는 관찰되지 않는다. D점에서의 압력변동 진폭은 약 $\pm 4\%$ 이내이다.

Fig. 8은 레이놀즈수가 1840의 경우, 노즐 벽면 압력의 시간변동을 나타낸다. B점에서의 압력변동은 레이놀즈수가 3740인 경우보다 상당히 큰 폭으로 변동한다. 이것은 노즐 벽면에서 발생하는 난류경계층의 두께가 레이놀즈수가 작아지면서 두꺼워지기 때문에 충격파와 경계층과의 간섭에 의해 발생된 박리영역의 확대에 의해, 노즐 하류에서의 압력변동의 정보가 노즐 상류로 전달되기 때문이다. 따라서 유동이 초크했음에도 불구하고 노즐 목 상류로 배압변동의 정보가 전달되어, A점에서의 압력변동도 다소 나타나고 있다.

Fig. 9은 레이놀즈수가 500인 경우, 압력의 시간변동을 나타낸다. 배압의 변동정보가 B점까지 도달하는데 걸리는 시간은 대략 0.012ms정도이며, 진폭의 크기는 다른 레이놀즈수의 경우보다 상당히 증가하여, $\pm 5\%$ 이내에서 압력이 변동하고 있다. 또, 노즐 목 상류의 A점에서의 압력변동도 크게 나타나고 있다.

Fig. 10은 노즐을 통과하는 질량유량의 시간변화를 나타낸다. 그림의 종축은 각 시간에서의 질량유량 (\dot{m})을 정상유동에서 초크한 경우의 질량유량 (\dot{m}_c)으로 무차원한 값이다. 레이놀즈수가 7470과 3740인 경우에는 질량유량이 거의 일정하다. 그러나 레이놀즈수가 증가할수록 임계노즐을 통하는 질량유량은 점차 큰 폭으로 변동한다. $Re = 500$ 인 경우에는 특정시간에서 질량유량의 변동폭은 정상유동에서 얻어진 질량유량에 1.6%정도에 달한다.

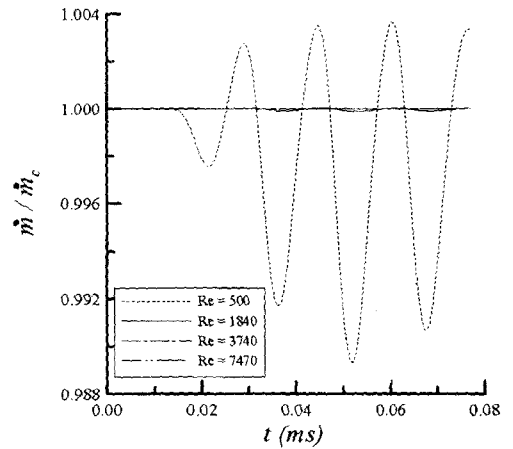


Fig. 10 Mass flow rate fluctuations with time

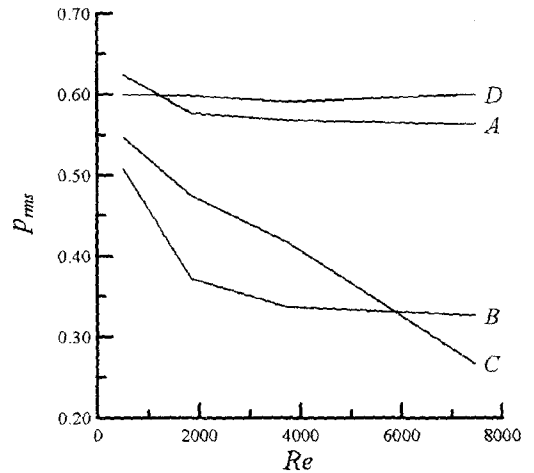
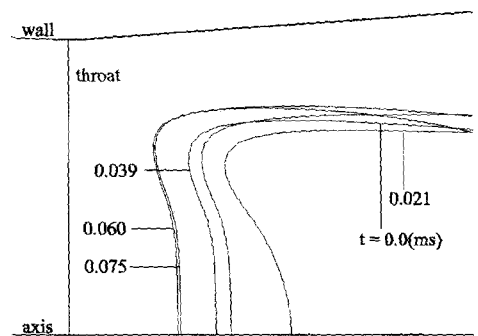


Fig. 11 Variation of P_{rms} with Reynolds number



(a) $Re = 500$

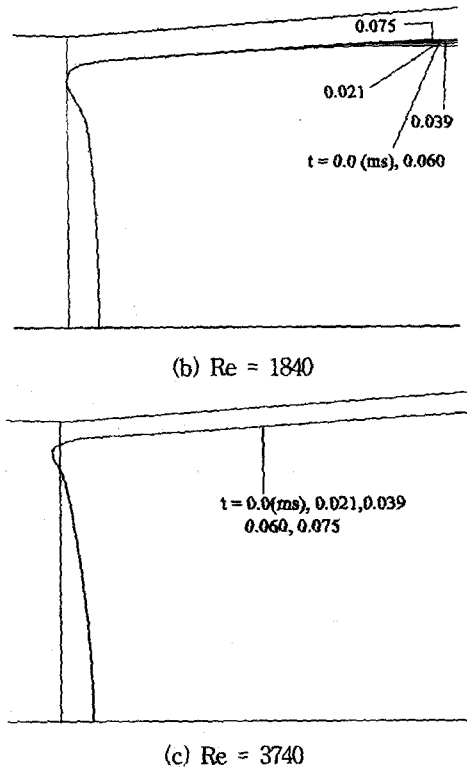


Fig. 12 Time-dependent sonic lines at nozzle throat

Fig. 11은 레이놀즈수와 각 측정점에서 압력변동의 rms값의 관계를 나타낸다. 측정점 D에서는 레이놀즈수에 따라 p_{rms} 의 변화는 거의 없다. 점A의 경우, Re가 2000이하의 영역에서는 p_{rms} 가 Re에 의존하지만, 2000이상에서는 p_{rms} 는 Re에 의존하지 않는 것으로 보인다. 노즐 목에서 가까운 하류에 위치한 B점에서도 A점에서의와 유사한 경향을 보인다. 그러나 C점에서는 p_{rms} 가 Re에 상당히 크게 영향을 받는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 12은 주어진 Re에 대하여 노즐 목에서 발생하는 음속선의 시간 변동을 나타낸다. Re = 500인 경우, 음속선은 노즐 목에서 상당히 벗어나있다. $t = 0.021ms$ 에서 음속선은 $t = 0.0ms$ 인 경우보다 경계층에서의 아음속 영역이 증가한다. 또, 시간에 따라 음속선의 위치가 상당히 변동한다. Re = 1840인 경우에는 노즐 벽면근처에서만 음속선이 시간에 따라 미소하게 변하는 것을 관찰할 수 있으며, Re = 3740인 경우에는 음속선의 위치는 거의 변화가 없다.

4. 결론

본 연구에서는 임계노즐 하류의 배압이 진동하는 경우, 임계노즐 내부 유동의 변화를 조사하기 위하여, 비정상, 축대칭, 압축성, Navier-Stokes방정식을 적용한 수치해석을 수행하였다. 본 연구에서 얻어진 결과를 정리하면 다음과 같다.

- 1) 레이놀즈수가 감소할수록 노즐하류 배압의 변동이 노즐 상류에 압력에 큰 영향을 미친다.
- 2) 임계노즐 목에서 발생하는 질량유량은 시간변동하며, 그 값은 대략 정상유동의 1.6%이다.
- 3) 노즐 목 상류와 노즐 목에서 가까운 위치의 p_{rms} 는 레이놀즈수가 낮은 범위에서 크게 변화한다.
- 3) 노즐 목에서 발생하는 음속선은 시간변동한다.

후 기

본 연구는 한국표준과학연구원 연합협동사업의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고 문헌

- (1) Kim, H. D., Kim, T. H. and Woo, S. H., 1999, "Futher Condideration on Internal Gas Flow Choke," 대한기계학회 춘계발표논문집(B), pp. 379-384.
- (2) Liepmann, H. W. and Roshko, A., 1957, "Elements of Gasdynamics," John Wiley & Sons, Inc., Chapter. 2.
- (3) Nakao, S., Yokoi, Y. and Takamoto, M., 1996, "Development of a Calibration Facility for Small Mass Flow Rates of Gas and Uncertainty of a Sonic Venturi Transfer Standard," Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 7, pp. 77-83.
- (4) Park, K. A., Choi, Y. M., Cha, T. S. and Yoon, B. H., 2001, "Evaluation of Critical Pressure Ratio of Sonic Nozzles at Low Reynolds Number," Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 12, pp. 37-41.
- (5) Kim, J. H., Kim, H. D. and Park, K. A., 2002,

- "The Influence of the Diffuser Divergence Angle on the Critical Pressure of a Critical Nozzle," Proceedings of the 2nd NCFE, pp. 131-134.
- (6) Kim, J. H., Woo, S. H., Kim, H. D. and Park, K. A., 2002, "Study of the Discharge coefficient and Critical Pressure Ratio of Gas Flow through a Critical Nozzle," 대한기계학회 춘계발표논문집, pp. 1654-1659.
- (7) Kim, H. D., Kim, J. H., Park, K. A., Setoguchi, T. and Matsuo, S., 2002, "Study for the Gas Flow through a Critical Nozzle," Jour. IMechE(in press).
- (8) Kim, J. H., Woo, S. H. and Kim, H. D., 2001, "A CFD Prediction of a Micro Critical Nozzle Flow," 대한기계학회 추계발표논문집(B), pp. 652-657.
- (9) Kim, H. D., Matsuo K., Kawagoe, S. and Kinoshita, T., 1991, "Flow Unsteadiness by Weak Normal Shock Wave/Turbulent Boundary Layer Interaction in Internal Flow," JSME Int. Jour. Series(II), Vol. 34, No. 4, pp. 457-65.
- (10) Kim, H. D., 1998, "Reduction of Normal Shock-Wave Oscillations by Turbulent Boundary Layer Flow Suction," KSME Series(B), Vol. 22, No. 9, pp. 1229-1237.
- (11) Lee, J. H., Baek, S. C., Choi, B. G. and Kim, H. D., 2002, "A Study of the Compound Choking Phenomenon in Gas Flows," KSME(in press).
- (12) von Lavante, E., Zachcial, A., Nath, B. and Dietrich, H., 2000, "Numerical and Experimental Investigation of Unsteady Effects in Critical Venturi Nozzles," Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 11, pp. 257-264.