

대칭 및 비대칭 유동장에서 다회선 초음파 유량계의 유속분포 적분 방법 평가

김주영* · 김경진* · 박성하**

Performance Evaluation of the Velocity Profile Integration for the Multi-Path Ultrasonic Flowmeter in Symmetric & Asymmetric Flow Field

Joo-Yeung Kim*, Kyung-Jin Kim*, Sung-Ha Park**

Key Words ; Multi-path Ultrasonic Flowmeter(다회선 초음파 유량계), Symmetric & Asymmetric Flow Field(대칭 및 비대칭 유동장), Velocity distribution Integration(유속분포적분), Flow Measurement Uncertainty(유량측정 불확도)

ABSTRACT

Generally, the system of calculation for the multi-path ultrasonic flow meters can be divided into two methods by how to get the mean velocity, namely, weighting and direct method. Weighting-method derive the mean velocity through modeling in theoretical velocity profile. Direct-method derive the mean velocity through actual flow distribution. The system of calculation varies with maker's transducer configuration and integration method. Each system has merits and demerits. This paper describes the system of integration that calculates line velocity over cross-section of the circular pipe. Flow rate error discussed in this paper is a difference between theoretical flow rate and integrated flow rate according to values of Reynolds number in symmetric flow field or theoretical flow rate and integrated flow rate according to rotated model in asymmetric flow field.

1. 서론

일반적으로 다회선 초음파 유량계의 유량계산 방법은 평균 유속을 얻는 방법에 따라 모델에 의한 가중치 계산 방법과 현장의 실제 분포를 직접 계산하는 적분 방법으로 구분할 수 있으며 각 제조사별 다회선 구성 방법과 계산 방법에 따라 적용이 다르게 나타나며, 이는 각각의 장단점을 함께 가지고 있다.

이 논문에서는 유체의 흐름을 공식화한 몇 가지의 profile 식을 이용했으며 이러한 profile 식을 3차원 화시킨 후에 재구성된 유체 모델들의 단면을 수평으로 분할하여 다회선의 선 유속을 구하는 방식에서 최적화 적분 방법을 분석하였다.

균등하게 5회선으로 수평 분할한 선 유속을 이용 적분방법에 따라 유동장이 대칭인 경우 Re 수 변화에 따른 유량오차를 비교하였다.

유동장이 비대칭인 경우에는 비대칭 peak가 1개인 경우와 2개인 경우를 구분하고 이들 모델을 10도씩 회전시키면서 유량오차를 조사하였다.

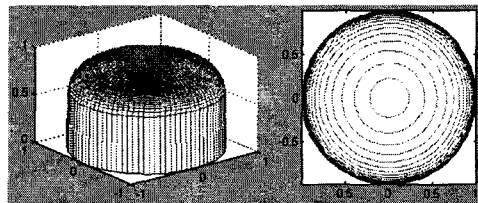


Fig 1 Symmetric Flow Field

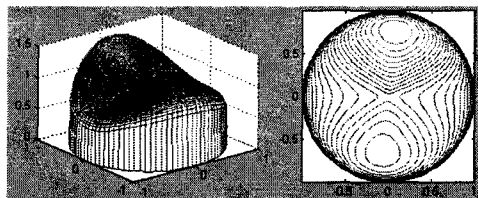


Fig 2 Asymmetric Flow Field

* 창민테크 부설연구소

** 창민테크 부설연구소

coolit@changmin.co.kr

2. 실험 프로그램 및 실험 방법

2.1 실험을 위한 프로그램

유량 적분 방법의 오차를 조사하기 위하여 Matlab software를 이용, profile 식을 3차원의 유량 모델로 재구성 하였다. 이 모델을 통과하는 변환기 쌍의 초음파 전달 경로의 평균 유속을 구하고 이를 이용하여 유량 적분을 하는 프로그램을 만들고 이 프로그램에 각각의 유량 모형을 입력하여 simulation 하였다.

5회선 유량계를 기준으로 하였으며 유량계의 변환기 위치는 아래의 Fig 3과 같다. 관로의 반지름을 '1'로 설정을 하고 관로 중앙에서부터 -2/3, -1/3, 1, 1/3 그리고 2/3의 위치에 변환기 쌍의 초음파 전달 경로가 그려질 수 있도록 변환기를 배치한다.

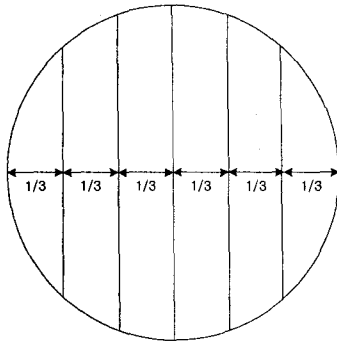


Fig 3 Multi-path ultrasonic flowmeter path configuration.

2.2 실험 방법

우선 각 모델들의 체적을 구하여 오차가 없는 유량 값을 구한다. 여기에서 말하는 오차 없는 유량은 유량계의 변환기 쌍을 193로 설정하고 그 평균 유속 과 193개의 부분 면적에 의해서 구해진 유량을 말한다. 실제 유량계에서는 193개의 변환기 쌍을 설치하는 것은 불가능 하지만 프로그램 상에서는 가능하다. 그렇다면 이것이 이론적인 실제 유량과의 오차는 얼마나 되는지 알아야 된다. 이를 위하여 반구와 원뿔을 하나의 유량 모델로 가정하고 이론적 체적과 평균에 의한 체적 오차를 알아보았다.

반구의 경우: 오차 → 0.0017%

원뿔의 경우: 오차 → 0.0007336%

부분 면적과 회선의 개수를 더욱 많이 하면 이 오차는 줄어든다. 하지만 프로그램 상에서 계산시간이 너무 많이 걸리는 단점이 있다. 그러므로 이론상의 체적과의 오차를 0.002% 이내로 생각하고 이것을 실제 유량으로 생각한다.

차후 모든 유량 적분 방법이 도출되면 부분 면적의 개수를 더욱 늘려서 보다 정확한 실제 유량으로 확인하는 절차가 필요하다.

2.2.1 대칭 유속 분포

대칭 유속분포를 나타내는 유속 profile 식을 이용하여 Re 수를 변화시켜가면서 유량오차를 조사한다.

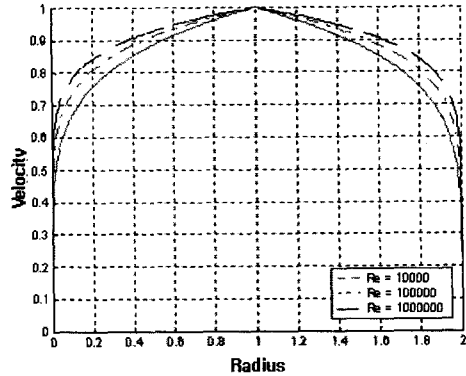


Fig 4 A comparison of point velocity with Re

2.2.2 비대칭 유속 분포

비대칭 유속분포를 나타내는 유속 profile 식을 이용하여 3차원 유속 모델을 재현하고 이러한 모델을 10씩 회전시키면서 유량 오차를 조사한다.

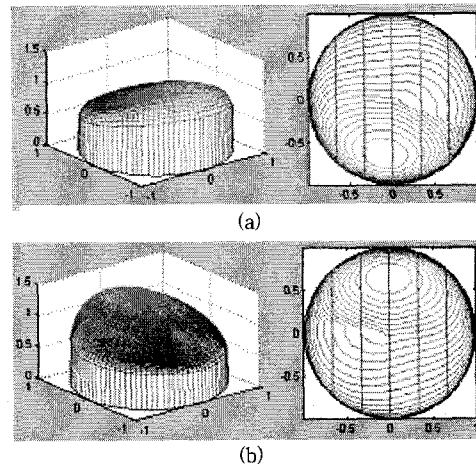


Fig 5 Flow profile varied with 20° (a), 190° rotation (b)

Fig 5에서 두 그림은 하나의 비대칭 모델을 20도와 190도로 회전 시킨 예를 보인 것이다. 각 그림의 오른쪽 등고선 그림안의 직선은 5 회선 변환기 쌍의 초음

파 전달 경로를 나타낸다.

3. 유속 profile식

3.1 대칭 유속 profile식

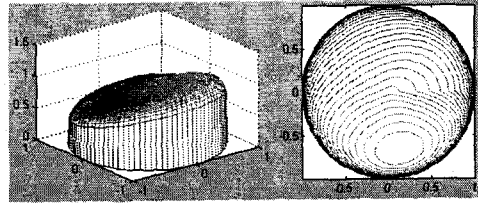
$$v(r) = v_{\max} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (1)$$

$$n = 2 \log_{10} \left(\frac{Re}{n}\right) - 0.8 \quad (2)$$

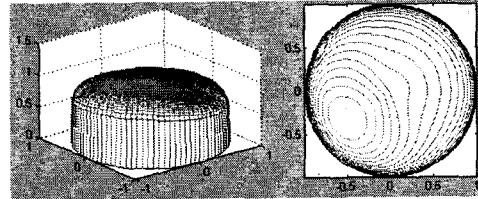
여기에서 Re : 레이놀즈 수, n: 레이놀즈 수(Re)와 파이프 내부 표면 거칠기 함수,

r : 관로 중심에서의 거리, v(r) : 관로의 중심에서 거리 r만큼 떨어진 지점의 유속이다.

대칭 유속 분포를 나타내는 공식은 참고문헌⁽¹⁾에서의 공식을 기본으로 한다.



One peak A2(b)



One peak A3(c)

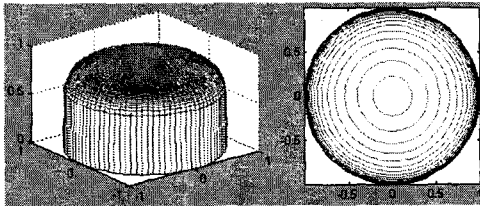


Fig 6 A symmetric flow profile model reconstruction

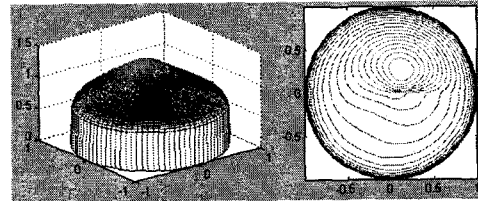
Fig 6은 식 (1)을 3차원 모델로 재구성한 3차원 모형이다.

3.2 비대칭 유속 profile 식

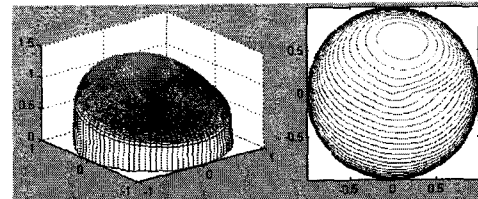
$$v = (1-r)^{\frac{1}{n}} + mr(1-r)^{\frac{1}{k}} f(\theta) \quad (3)$$

여기에서 m, k, f 함수 : 비대칭 모델을 만들기 위한 변수들⁽²⁾이다.

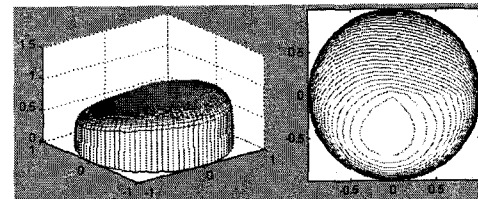
아래의 그림들은 이러한 m, k, f 함수를 변화 시켜 가면서 재구성한 14개의 모델이다.



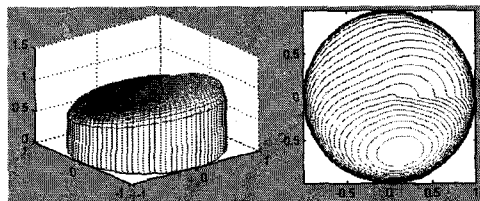
One peak A4(d)



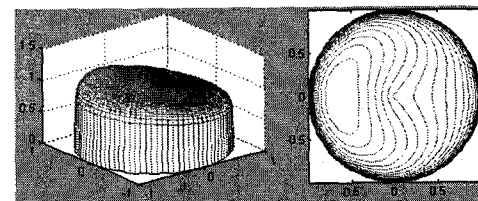
One peak A5(e)



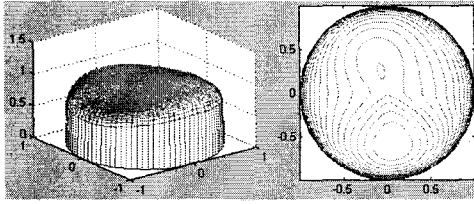
One peak A6(f)



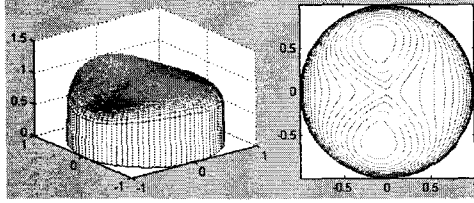
One peak A1(a)



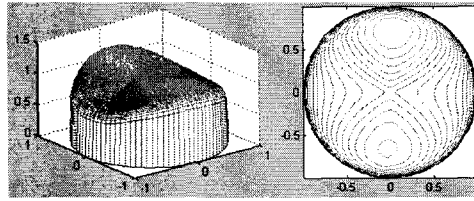
One peak A7(g)



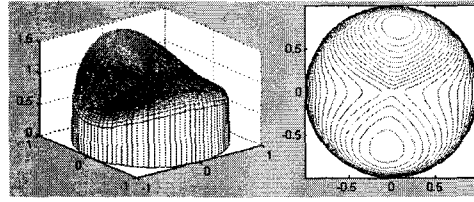
Two peak A8(h)



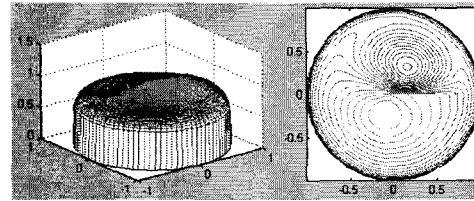
Two peak A9(i)



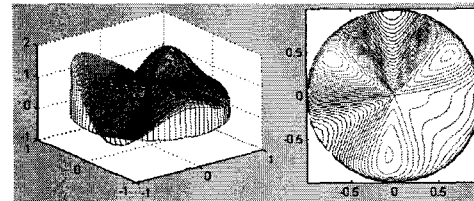
Two peak A10(j)



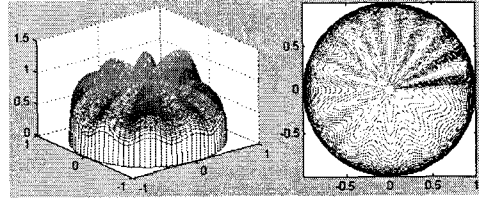
Two peak A11(k)



Two peak A12(l)



Multi peak A13(m)



Multi peak A14(n)

Fig 7 Asymmetric flow profile model reconstruction

위의 그림들은 참고문헌⁽²⁾의 공식들을 재구성한 것이다. Fig 7의 (a)에서 (g)까지의 모델은 peak를 1개 갖고 (h)에서 (l)까지의 모델은 2개, 그 외의 모델은 여러 개의 peak를 갖는다. A13과 A14의 모델은 앞으로 사용하고자하는 spline 보간법으로 유속분포를 재구성하는 것이 불가능하기 때문에 simulation에서 제외하였다.

4. 회전 평균 유속 분포도

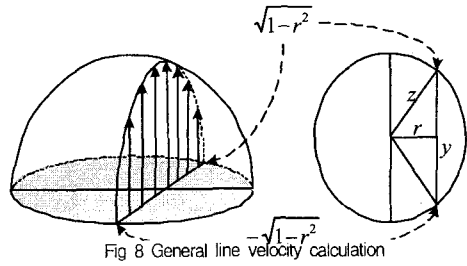


Fig 8 General line velocity calculation

y: 표준 평균 유속 분포를 산출하기 위한 변수.
r: 관로의 중심에서 회전 중심점까지의 거리.
z: y값의 변화에 의해 변경되는 변수.

위의 Fig 8에서 회살표가 그려진 반구에서 이러한 회살표의 값들을 모두 적분하면 그 회선의 평균 유속을 구할 수 있게 된다. 그러므로 관로의 5회선의 평균 유속 값을 구하고 그 유속 값을 가지고 부분 면적의 개수만큼의 평균 유속을 보간법을 사용하여 유추하여야 한다.

$$part = \int_{\sqrt{1-r^2}}^{-\sqrt{1-r^2}} (1 - (r^2 + y^2)) dy \quad (4)$$

$$avg = \frac{part}{2\sqrt{1-r^2}} \quad (5)$$

avg 값이 회선의 평균 유속 값이 된다.

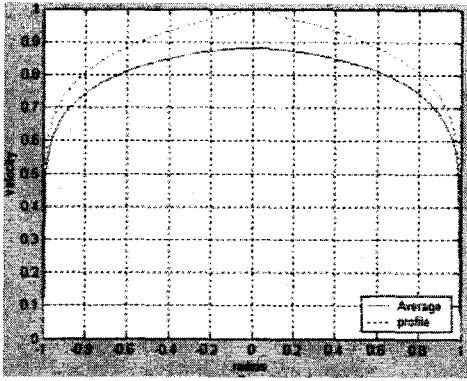


Fig 9 A comparison of line & point velocity profile

Fig 9에서 점선은 점 유속을 나타내고 실선은 평균 유속을 나타낸다. 점 유속 그래프보다 평균 유속 그래프가 매끄러운 곡선으로 나타남을 알 수 있다.

레이놀즈 수가 클수록 평균 유속과 점 유속의 분포 그래프는 직 사각형에 가까운 형태를 갖게 되고 레이놀즈 수가 작아지면 삼각형과 비슷한 형태를 갖게 된다.

5 보간법 적용

Spline interpolation은 고차 다항식에 의한 단점을 보완하기 위해 구간별 다항식을 사용하는 방법으로 최소 변형에너지를 나타낸다고 알려져 있다.

유량 계산을 위해 사용할 보간법은 3차 spline 보간법으로 cubic spline interpolation으로 불린다. 3차 스플라인 보간법은 적은 연산으로 부드러운 곡선을 만들 수 있는 방법으로 연산 시간을 줄일 수 있다는데 큰 장점이 있다.

$$s(x) = \begin{cases} P_1(x), & x_1 \leq x \leq x_2 \\ P_i(x), & x_i \leq x \leq x_{i+1} \\ P_{n-1}(x), & x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases} \quad (6)$$

$$P_i(x) = a_{i-1} \frac{(x_{i+1} - x)^3}{6h_i} + a_i \frac{(x - x_i)^3}{6h_i} + b_i(x_{i+1} - x) + c_i(x - x_i) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{h_i}{6} a_{i-1} + \frac{h_i + h_{i+1}}{3} a_i + \frac{h_{i+1}}{6} a_{i+1} \\ = \frac{y_{i+2} - y_{i+1}}{h_{i+1}} - \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} \end{aligned} \quad (8)$$

$$b_i = \frac{y_i}{h_i} - \frac{a_{i+1} h_i}{6}, \quad c_i = \frac{y_{i+1}}{h_i} - \frac{a_i h_i}{6} \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1, \quad a_0 = a_n = 0, \quad h_i = x_{i+1} - x_i$$

위의 공식들은 cubic spline interpolation을 위한 공식들이고 참고문헌⁽³⁾을 보면 spline interpolation에 대하여 설명되어 있다.

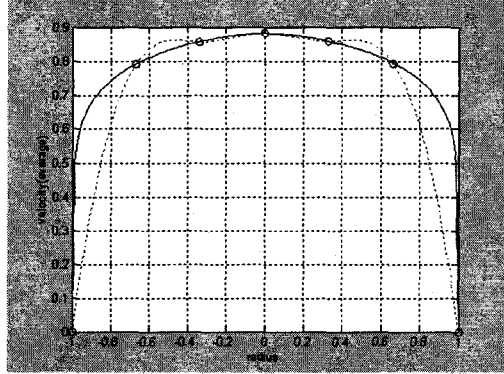


Fig 10 Curve fitting results with spline interpolation method

위의 그림은 레이놀즈의 수를 100,000으로 설정하고 유속 모델의 실제 유속 분포와 회선에서 측정된 5개의 데이터를 이용하여 cubic spline interpolation을 한 후 유속 분포도를 그린 것이다. 그래프 안이 5개의 작은 원이 유량계의 5 변환기 쌍에서 측정된 유속을 나타낸다. 실선이 실제 모델의 오차 없는 평균 유속 그래프이고 점선이 spline interpolation을 이용하여 재구성된 평균 유속 그래프이다. 위 그림에서 보면 알 수 있듯이 관로 벽면에서의 유속을 0으로 놓고 spline 보간법을 사용하는 경우 관로 벽면에서의 오차가 많음을 알 수 있다. 그러므로 단지 spline interpolation만을 가지고 유속 분포를 재구성하는 것은 많은 어려움이 따르면 이것을 위한 방안을 필요로 한다.

spline interpolation은 매끄러운 곡선에서 정확한 값을 재구성한다. 여기에서 매끄럽다는 것은 점과 점사이의 값들이 갑작스런 큰 변화를 보이지 않는 것을 나타낸다.

6 관로 외벽 오차를 줄이기 위한 보간법 적용

관로 외벽의 오차를 줄이기 위하여 처음에 언급했던 profile식을 이용, 관로 외벽의 유속을 보간 하였다.

식 (1)에서 v_max의 값을 관로의 외벽에서 가장 가까운 회선의 평균 유속의 값으로 대체하고 그러한 식을 사용하여 평균 유속 분포를 재현한다. Fig 10과 Fig 11을 비교하여 보면 Fig 10의 관로 외벽에서 발생하는 오차가 Fig 11에서는 나타나지 않는 것을 알 수 있다.

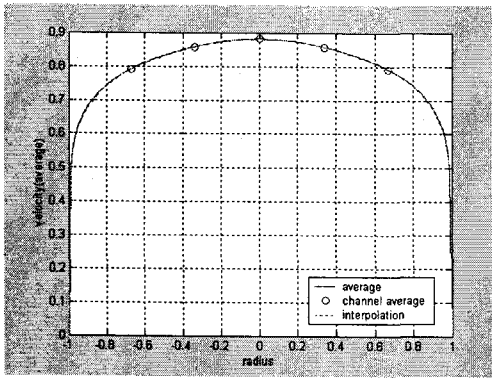


Fig 11 Line velocity profile correction in pipe wall

7 유량 계산

7.1 부분 면적

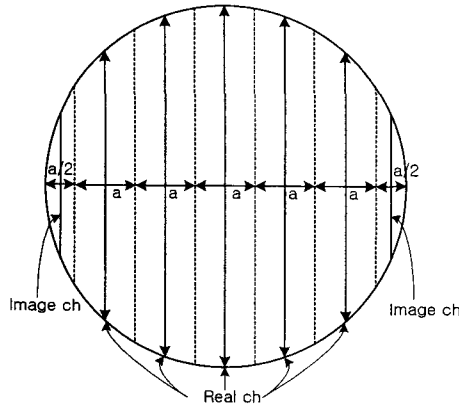


Fig 12 A schematic cross section of the close conduits

부분 면적 개수의 설정은 5회선 유량계를 기준으로 한다. 부분면적의 개수를 설정하기 위한 또 하나의 기준은 각 회선에 곱해지는 부분 면적의 중앙에 회선이 통과한다는 조건을 만족해야 한다. 그러므로 5회선 유량계의 경우 위의 그림과 같이 회선의 중앙을 지나는 5개의 면적과 최외각의 2개의 면적이 필요하게 되고 최외각의 면적에 곱하여 지는 면적은 보상, 보간에 의하여 산출된 유속 값이다. 부분 개수의 수를 7개보다 많은 수로 분할하고자 할 경우 위의 두 조건을 만족하는 부분 면적의 개수는 13, 25, 49, 97, 193, 385, 769, 1537이다. 앞으로의 simulation에서는 부분 면적의 개수를 7, 13, 25, 49, 97, 193으로 변경하면서 유량 오차를 측정하고자 한다.

7.2 유량 오차 계산

위에서 5개의 측정값과 Cubic Spline 보간법에 의해 부분 면적의 개수와 같은 수의 평균 유속을 구하고 그 결과를 재현했다. 재현한 평균 유속과 부분 면적의 곱을 이용하여 유량을 계산하고 오차를 산출한다. 그 결과는 아래의 Table 1(대칭 유속 모델) 그리고 Table 2(비대칭 유속 모델)와 같다.

7.2.1 대칭 모델

앞에서도 언급했듯이 대칭형 유량 모델은 Re 수를 변화 시켜가면서 유량 오차를 관찰하였으며 적당한 부분 면적의 수를 찾기 위하여 부분 면적의 수를 변경하면서 유량 오차를 관찰 하였다. Re 수에 대한 유량 오차는 3 가지의 Re 수에 대한(2320, 10^5 , 10^8) 오차만을 Table 1 에 나타내었다.

Table 1 Flow-rate error with session no.

Session number	2320(Re)	10^5 (Re)	10^8 (Re)
193	0.0370%	0.0357%	0.0265%
97	0.0367%	0.0356%	0.0265%
49	0.0366%	0.0360%	0.0270%
25	0.0406%	0.0401%	0.0301%
13	0.0689%	0.0621%	0.0449%
7	0.2140%	0.1624%	0.1074%

대칭 유속 분포 함수를 이용한 유량 오차의 계산에서 부분 면적의 개수가 13개 이상인 경우 레이놀즈 수가 작을 때(예: $Re=10$)에는 오차가 0.14% 정도 되지만 그 외의 경우는 대부분 0.1%를 넘지 않는다.

레이놀즈 수에 따른 오차를 살펴보면 부분 면적의 개수와는 상관없이 레이놀즈 수가 클수록 유량 오차는 작아진다.

레이놀즈의 수를 유속으로 생각하여 본다면 유속이 빠를수록 유량 측정 오차가 작아진다는 것을 알 수 있다.

7.2.2 비대칭 모델

비대칭 유속 분포 모델들을 회전 시켜가면서 97개의 모델들의 유량오차를 조사한 결과를 Table 2에 나타내었다. Table 2 를 보면 오차는 주로 -0.1% ~ 0.1%의 범위에 분포하고 그보다 큰 오차를 갖는 경우는 전체의 약 15%정도이다. 대부분의 비대칭 유속 모델의 유속 분포를 재구성하면 Fig 13의 (b)의 그림과 비슷하다.

Table 2 Flow-rate error with asymmetric models

-0.2% ~ -0.1%	4
-0.1% ~ -0.0%	44
0.0% ~ 0.1%	38
0.1% ~ 0.2%	9
0.2% ~ 0.27%	2

일반적인 비대칭 모델의 유속 분포 모델과 유속 분포 그래프는 아래의 Fig 13의 (a), (b)와 같다.

가장 큰 오차를 갖는 유속 분포도는 비대칭 유속 모델 중 One peak A4 인데 아래의 Fig 14의 (a)와 같은 형태를 갖는다. Fig 14가 최대 유량 오차를 나타내는 경우의 그림으로 다른 유속 분포도에 비해 평균 유속 분포 그래프가 다른 유속 분포도에 비하여 매끄럽지 못하다는 것을 볼 수가 있다. 그러므로 지금까지 사용되어진 유량 적분법은 평균 유속 그래프가 매끄러운 경우에 오차가 적음을 알 수 있다.

(One peak A13), (One peak A14)의 모델은 spline interpolation을 사용하면 유량 오차가 매우 크다. 그러므로 위의 두 모델에 관해서는 simulation을 하지 않았다.

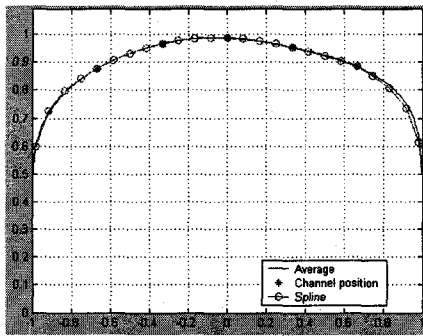
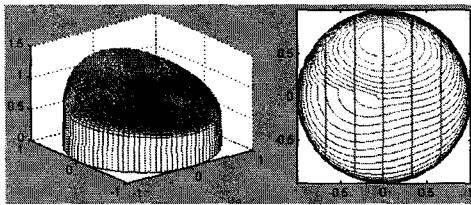


Fig 13 General velocity profile reconstruction with fitting method(One peak A1(190°))

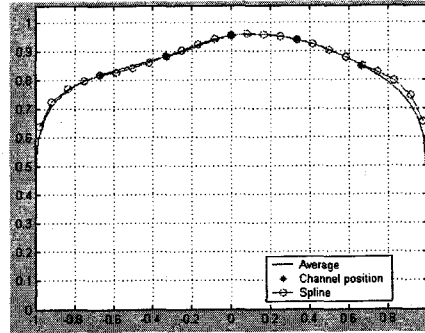
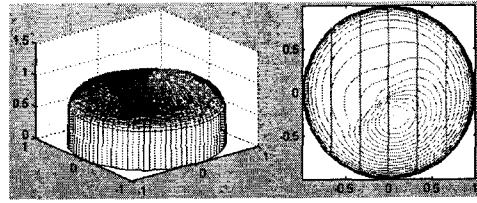


Fig 14 Maximum error in asymmetry flow profile (One peak A4 (140°))

8 결론

초음파 변환기의 쌍이 5개이고 이러한 변환기 쌍들의 초음파 전달 경로는 관로의 직경을 균등하게 5등분한 선상에서 서로 수평으로 구성되어진 유량계를 기준하여 유량 적분 방법을 평가하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 회선에서 측정된 유속을 cubic spline을 이용하여 변환기 쌍들의 사이의 유속을 재구성 하였다. 하지만 관로 외벽의 유속을 spline interpolation을 이용하여 보간하면 오차가 매우 커지게 된다. 그러므로 cubic spline 보간법은 회선상의 유속을 재현하기 위하여 사용하고 관로 외벽 근처의 유속은 다른 방법을 사용한다.
- 2) 관로 외벽의 유속을 재구성하기 위하여 profile 식을 사용하였으며 spline interpolation에 의한 보간법을 측정 회선 사이의 유속 재구성에만 사용하여 유량 오차를 줄였다.
- 3) 유속에 곱해지는 관로의 면적을 7, 13, 25, 49, 97 그리고 193개로 분할 하였고 이 부분면적의 개수가 25개 이상이면 거의 같은 유량 오차를 나타낸다. 그러므로 유량 계산에 걸리는 CPU 시간을 감안하면 25개의 부분면적의 개수가 가장 적합하다.
- 4) 이러한 보간법에 의한 유량 오차 범위는 대칭 모델인 경우 -0.1% ~ 0.1%를 넘지 않고 비대칭 유속 모델인 경우에는 -0.2% ~ 0.27%를 넘지 않는다. 비대칭 유속 모델인 경우에도 약 85%가 -0.1% ~ 1%의 오차 범위를 갖는다.

참고문헌

- (1) Ultrasonic metering Task Group, 2000, "Ultrasonic Flow Measurement for Natural Gas Applications" Transmission Measurement committee Report , No. 9, pp. c1-c41
- (2) Pamela I moore, Gregor J Brown, Brian P Stimpson, 2000, "Ultrasonic transit-time flowmeters modeled with theoretical velocity profiles : methodology"
- (3) 손권, 정상화, 정원용, 정태상, 2000, "수치해석", 13-468 호, 인터비전, 서울시 은평구 증산동, pp 306-319
- (3) 2000, "Creating graphical user interface" Mathworks