

論 文

선박조타의 TSK 퍼지 비선형제어시스템 설계

채양범* · 이원창** · 강근택**

Design of TSK Fuzzy Nonlinear Control System for Ship Steering

Yang-Bum Chae · Won-Chang Lee · Geun-Taek Kang

1. 서 론

선박의 자동조타에 대한 연구는 오래 전부터 해왔다. 선박조타의 제어시스템에 대한 연구를 위해 사용되는 선박의 운동방정식이 비선형 미분방정식이다. 그러나 대부분의 선박의 자동조타에 대한 연구에서 선박의 운동방정식을 선형으로 근사화하여 다루고 있다. 그러나 선박의 속도가 빠를 경우 선박의 운동방정식에서 비선형항이 무시되지 못한다. 본 연구에서는 선박의 운동방정식에서 비선형항을 고려한 퍼지제어의 설계방법을 제안한다.

선박의 자동조타에 퍼지이론을 이용한 연구는 많이 되어왔다[1]. 그러나 선박시스템의 비선형 모델에 근거한 퍼지제어기 설계는 아직 이뤄지지 않고 있다. 본 연구에서는 TSK퍼지이론[2]을 이용하여 선박조타의 비선형 제어시스템을 설계하고자 한다.

TSK퍼지모델은 비선형 시스템을 매우 효율적으로 표현할 수 있다[3]. 또한 TSK퍼지모델은 결론부가 선형식으로 이뤄져 있어 체계적인 제어기 설계가 가능하다[4]. 본 연구에서는 선박의 운동방정식을 TSK퍼지모델로 표현하는 방법과 그 모델로부터 체계적으로 TSK 퍼지제어기를 설계하는 방법을 설명한다. 또한 간단한 예로 그 제안한 방법을 시뮬레이션한 것을 보인다.

2. 선박 운동방정식의 TSK 퍼지모델 표현

선박 운동방정식은 Bech와 Smith[5]에 따르면 다음과 같은 비선형 미분방정식으로 주어진다.

$$T_1 T_2 \frac{d^3 \theta(t)}{dt^3} + (T_1 + T_2) \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + H \left(\frac{d\theta(t)}{dt} \right) = K(\delta(t) + T_3 \frac{d\delta(t)}{dt}) \dots\dots\dots (1)$$

여기서 $\theta(t)$ 는 배의 편각이며 $\delta(t)$ 는 타각(rudder angle)이다. 그리고 T_1, T_2, T_3 은 조정성능지수, K 는 조정이득정수이며, $H(\frac{d\theta(t)}{dt})$ 는 $\frac{d\theta(t)}{dt}$ 의 비선형함수이다.

TSK퍼지제어시스템을 설계하기 위해서는 선박 운동방정식을 TSK 퍼지모델로 표현하여야 한다. 그러기 위해 먼저 식(1)의 비선형항 $y(t) = H(\frac{d\theta(t)}{dt})$ 을 다음과 같은 TSK 퍼지규칙들로 표현한다.

$$M^i: \text{if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^i \text{ then } y(t)^i = c_0^i + c_1^i \frac{d\theta(t)}{dt} \dots\dots\dots (2)$$

여기서 M^i 은 모델의 i 번째 규칙임을 뜻하고, F^i 는 퍼지집합, c_j^i 는 결론부 파라미터, $H(\frac{d\theta(t)}{dt})^i$ 는 규칙 M^i 로 부터의 출력을 각각 뜻한다. 출력

* 한국해양대학교 해사대학
** 부경대학교 전자공학과

$y(t)$ 는 다음과 같이 구한다.

$$y(t) = \left(\sum_{i=1}^r F^i \left(\frac{d\theta(t)}{dt} \right) \right) (c_0^i + c_1^i \frac{d\theta(t)}{dt}) / \left(\sum_{i=1}^r F^i \left(\frac{d\theta(t)}{dt} \right) \right) \quad (3)$$

여기서 r 은 규칙의 개수이며 $F^i(\frac{d\theta(t)}{dt})$ 퍼지집합 F^i 에서 $\frac{d\theta(t)}{dt}$ 의 멤버쉽치이다. 식(2)의 퍼지모델은 $y(t) = H(\frac{d\theta(t)}{dt})$ 로 부터 얻어지는 입출력 데이터를 이용하여 인식되어지며 그 알고리즘은 참고 문헌[3]의 것을 이용한다.

식(3)의 퍼지모델을 식(1)에 대입하면 선박 운동방정식은 다음과 같은 퍼지모델로 표현된다.

$$M^i: \text{if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^i \text{ then } \frac{d^3\theta(t)}{dt^3} = a_2 \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + a_1 \frac{d\theta(t)}{dt} + b_1 \frac{d\delta(t)}{dt} + b_0\delta(t) + d_0^i \quad (4)$$

$$\text{단, } a_2 = -\frac{(T_1+T_2)}{T_1T_2}, \quad a_1 = -\frac{c_1^i}{T_1T_2}, \\ b_1 = \frac{KT_3}{T_1T_2}, \quad b_0 = \frac{K}{T_1T_2}, \quad d_0^i = -\frac{c_0^i}{T_1T_2} \text{ 이다.}$$

식(4)의 퍼지모델을 상태방정식의 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$M^i: \text{if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^i \text{ then } \frac{dx(t)}{dt} = A^i x(t) + bu(t) + d^i \quad (5) \\ y(t) = cx(t)$$

$$\text{단, } y(t) = \theta(t), \quad u(t) = \delta(t), \\ x(t) = (x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t))^T \text{ 이며,}$$

$$A^i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_1^i & -a_2^i \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad d^i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{d_0^i}{b_0} \end{pmatrix}, \\ c = (b_0 \ b_1 \ 0) \text{ 이다.}$$

식(5)의 퍼지모델로부터 상태변수 $x(t)$ 는 다음과 같이 구한다.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \left(\sum_{i=1}^r w^i (A^i x(t) + bu(t) + d^i) \right) / \left(\sum_{i=1}^r w^i \right) \quad (6)$$

여기서 $w^i = F^i(\frac{d\theta(t)}{dt})$ 이며 r 은 규칙의 개수이다.

3. 선박조타의 TSK퍼지 제어시스템 설계

선박의 운동방정식이 식(5)과 같은 TSK퍼지모델로 표현되어 있을 때 그 모델로부터 TSK 퍼지제어시스템을 설계한다. TSK 퍼지제어시스템은 극 배치법을 이용하여 설계되며 상태 추정기와 상태 제어기로 구성된다.

다음은 식(5)의 TSK퍼지모델로부터 TSK퍼지 상태 제어기를 극 배치법으로 설계하는 방법을 설명한다. 모델의 i 번째 규칙 M^i 에 대한 퍼지제어의 규칙은 다음과 같다.

$$C^i: \text{if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^i \text{ then } u^i(t) = -G^i x(t) + \frac{d_0^i}{b_0} \quad (7)$$

여기서 $G^i = (g_1^i, g_2^i, g_3^i)$ 는 제어기의 이득이며, 제어기의 원하는 상태천이행렬을 ϕ_C 라 할 경우 다음과 같이 구한다.

$$\phi_C = A^i - bG^i \quad (8)$$

$\phi_C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \phi_{C1} & 0 & 1 \\ -\phi_{C2} - a_1^i & -\phi_{C3} - a_2^i & \end{pmatrix}$ 라하면 식(8)로부터 $G^i = (-\phi_{C1}, -\phi_{C2} - a_1^i, -\phi_{C3} - a_2^i)$ 가 된다. 제어입력 $u(t)$ 는 다음에 의해 구해진다.

$$u(t) = \left(\sum_{i=1}^r w^i u^i(t) \right) / \left(\sum_{i=1}^r w^i \right) \quad (9)$$

정리 1: 식(9)으로 구해진 제어입력으로 식(5)의 규칙들로 구성된 퍼지모델을 제어할 경우 그 퍼지모델의 거동을 원하는 상태천이행렬 ϕ_C 를 갖는 선형시스템의 거동과 같게 할 수 있다.

증명 :

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= (\sum_{i=1}^n w^i (A^i x(t) + bu(t) + d^i)) / (\sum_{i=1}^n w^i) \\ &= (\sum_{i=1}^n w^i (A^i x(t) + bu(t) + d^i)) / (\sum_{i=1}^n w^i) \\ &= (\sum_{i=1}^n w^i (A^i x(t) + b(-Gx(t) + \frac{d_0}{b_0}) + d^i)) / (\sum_{i=1}^n w^i) \\ &= (\sum_{i=1}^n w^i (A^i - bG)x(t)) / (\sum_{i=1}^n w^i) \\ &= \phi_c x(t) \end{aligned} \dots\dots\dots (10)$$

다음은 식(5)의 TSK 퍼지모델의 상태 $x(t)$ 를 추정하는 TSK 상태추정기(state estimator)의 설계에 대해 설명한다. TSK 상태추정기는 다음과 같은 TSK퍼지규칙들로 구성된다.

E^i : if $\frac{d\theta(t)}{dt}$ is F^i
 then $\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A^i \hat{x}(t) + bu(t) + L^i(y(t) - c\hat{x}(t)) + d^i$ (11)

단, $\hat{x}(t)$ 는 상태 $x(t)$ 의 추정치이며, $L^i = (l_1^i \ l_2^i \ l_3^i)^T$ 는 상태추정기의 이득이며 다음을 만족하도록 한다.

$A^i - L^i c = \phi_L$ (12)

단, ϕ_L 은 상태추정기의 원하는 상태천이행렬이다.

식(11)의 TSK퍼지 상태추정기로부터, 상태 추정치 $\hat{x}(t)$ 는 다음 식으로 구해진다.

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}(t)}{dt} &= (\sum_{i=1}^n w^i (A^i \hat{x}(t) + bu(t) + L^i(y(t) - c\hat{x}(t)) + d^i)) / (\sum_{i=1}^n w^i) \end{aligned} \dots\dots\dots (13)$$

정리 2 : 식 (11)의 규칙들로 구성되는 TSK퍼지 상태추정기를 사용하여 상태 $x(t)$ 를 추정할 경우, 그 추정 상태의 오차 $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ 의 거동은 원하는 상태천이 행렬 ϕ_L 과 같다.

증명 : 식(6), (12), (13)에 의해

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{x}(t)}{dt} &= \frac{dx(t)}{dt} - \frac{d\hat{x}(t)}{dt} \\ &= (\sum_{i=1}^n w^i (A^i - L^i c)(x(t) - \hat{x}(t))) / (\sum_{i=1}^n w^i) \\ &= \phi_L \tilde{x}(t) \end{aligned} \dots\dots\dots (14)$$

4. 시뮬레이션 결과

시뮬레이션에 사용한 배는 문헌[5]에서 인용된 화물선으로 식(1)의 비선형항이 다음과 같다.

$$H(\frac{d\theta(t)}{dt}) = h_1 \frac{d\theta(t)}{dt} + h_2 (\frac{d\theta(t)}{dt})^3 \dots\dots\dots (15)$$

식(1)과 (15)의 파라미터 값은 각각 $T_1=45, T_2=6, T_3=10, K=0.08, h_1=h_2=1$ 이다. 선박 운동방정식의 TSK퍼지모델을 작성하기 위해 먼저 비선형항인 $y(t) = (\frac{d\theta(t)}{dt})^3$ 의 TSK퍼지모델을 작성하였으며 그 결과는 그림 1과 같다.

그림 1의 퍼지모델은 $-1.5 \leq \frac{d\theta(t)}{dt} \leq 1.5$ 의 범위에서 데이터를 구해 문헌 [3]의 알고리즘을 이용하여 구하였다. 그림 1의 퍼지모델과 위의 파라미터 값을 이용하여 상태변수 형태의 TSK 퍼지모델을 구하면 다음과 같다.

M^1 : if $\frac{d\theta(t)}{dt}$ is F^1 then $\frac{dx(t)}{dt} = A^1 x(t) + bu(t) + d^1$
 $y(t) = cx(t)$
 M^2 : if $\frac{d\theta(t)}{dt}$ is F^2 then $\frac{dx(t)}{dt} = A^2 x(t) + bu(t)$
 $y(t) = cx(t)$
 M^3 : if $\frac{d\theta(t)}{dt}$ is F^3 then $\frac{dx(t)}{dt} = A^3 x(t) + bu(t) + d^3$
 $y(t) = cx(t)$ (16)

여기서 $A^1 = A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.0162 & 0.189 \end{pmatrix}$,
 $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.0045 & 0.189 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $d^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 18.55 \end{pmatrix}$,
 $d^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -18.55 \end{pmatrix}$, $c = (0.000296 \ 0.00296 \ 0)$ 이다.

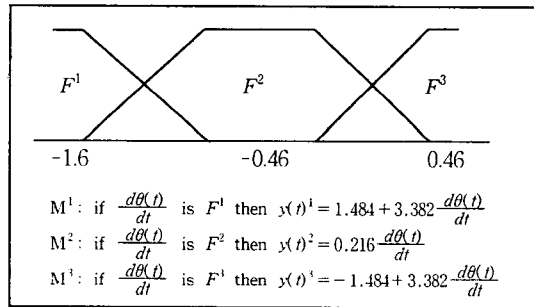


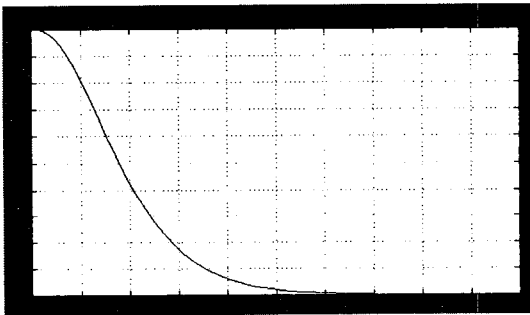
그림 1. $y(t) = (\frac{d\theta(t)}{dt})^3$ 의 TSK퍼지모델

제어기의 원하는 상태전이행렬을 $\phi_c = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \phi_{c1} & \phi_{c2} & \phi_{c3} \end{pmatrix}$

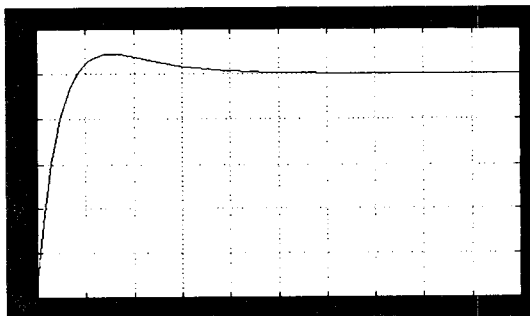
라면 식(8)과 (9) 및 식(16)의 퍼지모델에 의해 TSK 퍼지제어기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C^1: & \text{ if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^1 \text{ then} \\ & u^1(t) = (\phi_1 \phi_2 - 0.0162 \phi_3 - 0.189)x(t) - 18.55 \\ C^2: & \text{ if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^2 \text{ then} \\ & u^2(t) = (\phi_1 \phi_2 - 0.0045 \phi_3 - 0.189)x(t) \\ C^3: & \text{ if } \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ is } F^3 \text{ then} \\ & u^3(t) = (\phi_1 \phi_2 - 0.0162 \phi_3 - 0.189)x(t) + 18.55 \end{aligned} \quad (17)$$

그림 2에 $\theta(t)$ 의 초기치가 20° 일 때 제어 결과를 보인다.



(a) $\theta(t)$



(b) 제어입력 $\delta(t)$

그림 2. $\theta(t)$ 의 초기치가 20° 일 때 제어 결과

5. 결 론

본 연구에서는 선박 운동방정식에서 비선형항을 고려한 비선형 제어시스템의 설계 방법을 TSK 퍼지 시스템을 이용하여 제안하였다. TSK 퍼지모델을 이용할 경우 선박 운동방정식을 충분히 표현할 수 있음을 보여 주었다. 또한 선박 운동방정식이 TSK 퍼지모델로 표현되어 있을 때 비선형 제어시스템을 극 배치법을 이용하여 체계적으로 설계 될 수 있음을 보였다. 앞으로 좀 더 많은 실제 응용에 대한 연구가 필요하다고 본다.

참 고 문 헌

- 1) Jeffery R. Layne and Kevin M. Passino, "Fuzzy Model Reference Learning Control for Cargo Ship Steering", IEEE Control Systems, pp.23-34, December, 1993
- 2) Takagi T. and Sugeno M., "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modelling and Control", IEEE Trans. on SMC, 15(1), pp.116-132, 1985.
- 3) Sugeno M. and Kang. G., "Structure Identification of Fuzzy Model", Fuzzy Sets and Systems, vol. 28, pp.15-33, 1988.
- 4) Geuntaek Kang, Wonchang Lee, and Michio Sugeno, "Design of TSK Fuzzy Controller Based on TSK Fuzzy Model using Pole Placement", Proceedings of the 1998 IEEE World Congress on Computational Intelligence, pp.246-251, 1998.
- 5) N. Minorsky, "Directional Stability of Automatically Steered Bodies", J. of ASNE, vol.34, 1922