

공작기계구조물의 열적 거동 해석에 관한 연구

이영우*(창원대 메카트로닉스공학부), 성활경(창원대 기계공학과)

Thermal Behavior Analysis of Machine Tool Structures using a Predictor-Corrector Method

Y. W. Lee(Mechatronics Eng. Dept., CNU), H. G. Seong(Mech. Eng. Dept., CNU)

ABSTRACT

To achieve high precision machine tools with high speed, it is needed to develop excellent rigidity statically, dynamically and thermally as well. In this view the chief things that thermal deformation of machine tool structure is directly related to high precision. And thermal behavior for transmission procedure have an effect on high precision. It is needed to exact temperature distribution of each members and all contact elements included for machine tool structure.

This paper deals with thermal behavior caused by temperature variation in a high speed feeding process. At this procedure of temperature distribution is estimated using a Predictor-Corrector Method.

Key Words : Predictor-Corrector Method, High Speed Feeding

1. 서 론

공작기계의 가공정도에 대한 열변형의 영향은 매우 크고, 가공정도를 나쁘게 하는 가장 큰 요인 중의 하나이다. 이는 공작기계 내부에 많은 열원을 가지고 있고, 열적 환경의 영향을 받을 수 있는 공작기계구조물의 특성 때문이라고 할 수 있다. 그래서 공작기계 구조물의 열변형을 해석하는 일은 고정도화, 고속화 및 고능률화의 최적화를 이루는데 있어서 빼 놓을 수 없는 부분이라고 할 수 있다.

그러나 공작기계에서 열적 영향에 대한 정밀도를 안정시키는 명쾌한 해결책은 아직 나오지 않고 있다. 공작기계의 내부 그리고 기계와 주위 환경 사이에서 구성되는 복잡한 열적 상호작용뿐만 아니라 특히, 고속이송시의 열원의 거동은 정밀도 문제를 더욱 심각하게 만든다. 하지만 이러한 환경에도 높은 생산능력 및 가공정도에 대한 요구는 점점 커지고 있는 것이 당연한 현실이라고 할 수 있다.

실제의 공작기계는 형상이 복잡하고, 많은 열원이 포함되어 있을 뿐만 아니라, 열원과 발열량 등이 시간에 따라 변화하거나 이동하기 때문에 공작기계의 온도분포와 발열량을 이론해석에 의해 구한

다는 것은 거의 불가능하다. 그래서 근사적인 방법으로 유한요소법과 같은 수치해석 방법을 많이 이용하고 있다.

지금까지 공작기계의 열적 거동에 대한 연구는 대부분의 경우 스피들(Spindle), 칼럼(Column) 그리고 베드(Bed)와 같은 본체의 구조 혹은 테이블, Slide 등에 대한 최적화를 얻는 측면에서 행해져 왔다. 최근에 유한요소법이 적용되어 온도분포 및 열변형이 계산되었지만,⁽³⁻⁵⁾ 열전달을 정확하게 계산하는 방법, 제어, 열적 거동에 관련한 여러 변수들의 조작, 그리고 열변형에 대한 보상 방법 등은 아직 개발이 절실히 요구되고 있다고 할 수 있다.

이에 공작기계구조물의 최적설계를 통하여 열변형을 최소화하는 것이 가장 효과적인 방법으로 손꼽히고 있으며, 요구되는 가공정밀도를 실현하기 위해서는 가공 공정 중에 발생하는 열적 거동을 예측하고 구조설계에 반영하는 기술은 꼭 필요하게 된다.

그래서 본 연구에서는 정적 및 동적으로 최적화된 공작기계구조물에 대해^(1,2) 열강성을 정의하고 Predictor-Corrector Method를 적용하여 고속 이송 중의 열적 거동을 해석하는 방법을 제안한다.

2. 열강성

열강성(熱剛性)이라 함은 열적인 환경과 이로부터의 열전달 의해 기계구조물의 온도변화가 일어나고, 그 결과로서 발생하는 열변형의 정도로 정의된다. 특히 공작기계구조물의 열변형 거동은 온도상승에 의한 단순한 신장과 온도차에 의한 기울기로서 나타나는데, 이에 대한 가장 큰 원인으로서는 주축 모터와 주축 베어링 등의 내부열원에 의한 것과, 주위의 온도변화 등 외부 열원에 의한 것을 들 수 있다.

어떤 작업 조건하에서 발생한 열이 공작기계에 전달되어 각 구조 부재에 온도 상승이 발생하고, 이에 따라서 구성 요소는 열팽창하여 신장(伸長), 굽힘, 비틀림 등의 거동을 일으킨다. 공작기계에서 열발생이 높은 부위는 주축계로서 주축구조, 기하학적 정도(精度), 조립정도, 예압, 윤활유 및 냉각 조건 등 많은 열변형 요인에 노출되게 된다. 특히 고속화가 이루어지고 있는 현재에는 주축의 회전수가 더욱 높아지게 되고, 이에 따라서 증가하는 열적 특성의 분석은 중요한 연구과제로 되어 있다.

2.1 온도분포

균일 재질의 온도분포에 관한 지배방정식은 다음과 같이 정의된다.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{Q} \quad (1)$$

여기서 T 는 온도, t 는 시간, ρ 는 단위 체적당 질량, c 는 비열, λ 는 열전도 계수이며, \dot{Q} 는 단위 시간당 단위 체적당 물체 내부에서의 열발생량을 나타낸다. 또한 온도분포 해석을 위하여는 초기 조건과 4 종류의 경계조건을 필요로 한다. 즉,

i) 초기조건

$$T = T(x, y, z, 0) \quad (2)$$

ii) 경계 S_1 에서의 온도(Temperature)조건

$$T = T_0 \text{ on } S_1 \quad (3)$$

iii) 경계 S_2 에서의 열속(Heat Flux)조건

$$q = q_0 \text{ on } S_2 \quad (4)$$

iv) 경계 S_3 에서의 열대류(Heat Convection)조건

$$q = h(T - T_c) \text{ on } S_3 \text{ (단, } T_c \text{는 주변온도)} \quad (5)$$

v) 경계 S_4 에서의 복사(Radiation)조건

$$\left. \begin{aligned} q &= \epsilon \sigma F (T^4 - T_r^4) \\ &= h_r (T - T_r) \text{ on } S_4 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

식 (1)을 이용, Residual을 정의한 후 Galerkin의 방법 및 형상함수를 도입하여 요소 내에서의 온도 분포를 나타낸 후 정리하면, 다음과 같은 유한요소 온도분포 해석 방정식을 얻을 수 있다.

$$K\bar{T} + C\bar{q} = \bar{F} \quad (7)$$

여기서,

K : Heat Conductivity Matrix

C : Heat Capacity Matrix

\bar{F} : Heat Flux Vector

\bar{q} : Rate of Heat Transfer per Unit Area

2.2 열변형

2.1절에서 구한 평균온도분포를 이용하면 구조물의 열변형을 예측할 수 있다. 즉, 요소내의 온도 변화에 따라서 열변형을 일으키는데, 열변형은 초기변형의 형태로 취급된다. 또한 이때 발생하는 응력은 실제의 변형과 초기 변형의 차이에 의해 다음 식과 같이 표현된다.

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\} + \{\sigma_0\} \quad (8)$$

여기서,

$\{\sigma\}$: Stress Vector

$\{\epsilon\}$: True Strain

$\{\epsilon_0\}$: Initial Strain Vector

$\{\sigma_0\}$: Initial Residual Vector

$[D]$: Elasticity Matrix

또한 요소의 경계에 작용하는 응력 및 요소내의 분포하중을 받고 있는 임의의 요소에 대하여, 정적인 상태에서 가상일의 원리를 적용하고 해를 구한다. 임의의 절점에 대하여 가상변위를 고려하고 다음과 같이 등가 절점력의 식을 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \{F\}^e &= \int_V [B]^T [D] [B] dv \cdot \{\sigma\}^e \\ &\quad - \int_V [B]^T [D] \{\epsilon_0\} dv - \int_V [N]^T \{p\} dv \\ &= [K]^e \cdot \{\delta\}^e + \{F\}^e_{\epsilon_0} + \{F\}^e_p \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,

$\{F\}^e$: Equivalent Nodal Force

$[K]^e$: Stiffness Matrix

$\{F\}^e_{\epsilon_0}$: Nodal Force by Initial Strain

$\{F\}^e_p$: Equivalent Nodal Force to Body Force

$\{\delta\}^e$: Virtual Displacement

식 (9)를 해석대상으로 하는 전 요소에 대해서 조합하면, 다음 식과 같이 된다.

$$\{F\} = [K] \cdot \{\delta\} + \{F\}_{\epsilon_0} + \{F\}_p \quad (10)$$

식 (10)은 다음과 같이 변형할 수 있다

$$[K] \cdot \{\delta\} = \{F\} - \{F\}_{\epsilon_0} - \{F\}_p \quad (11)$$

열변형을 구하기 위해서는 우선 요소의 평균온도를 구해서, 식(9)에서 $\{\epsilon_0\}$ 를 우변 제 2항의 적분에 적용하고, 또한 그 결과를 조합함으로써 식(11)을 구성하여 이것을 풀면 된다. 임의의 시각에서 해석대상 구조물의 온도분포를 구함에 따라서, 복수 개 시각 분포에 대한 복수 조의 절점 변위를 구할 수 있고, 이를 시간에 따라 연결하면, 비정상적

인(Unsteady)변위가 구해질 수 있다.

2.3 Predictor-Corrector Method

2.1 절의 과정에서 시각 t 에서의 온도분포 \bar{T}_n 및 Heat Flux 분포 \bar{q}_n 을 구했다고 할 때 시각 t_{n+1} 에서의 온도분포 \bar{T}_{n+1} 및 Heat Flux 분포 \bar{q}_{n+1} 을 구해야 한다. 이 과정은 초기 조건으로 t_0 에서의 온도 분포 \bar{T}_0 가 주어졌을 때 \bar{q}_0 는 t_0 에서 세워진 상태방정식을 이용하여 구하게 된다. 즉 다음과 같이 된다.

$$C\bar{q}_0 = \bar{F} - K\bar{T}_0 \quad (12)$$

t_0 에서 \bar{T}_0 및 \bar{q}_0 가 구해지고, 시간의 증분 Δt 가 일정하다고 하면, n 번째 Time Step까지의 상태변수가 구해졌을 때 $(n+1)$ 번째 Time Step의 상태변수를 구하기 위하여 Predictor-Corrector Method를 사용한다. $(n+1)$ 번째 Time step에서의 온도분포의 Predicted Value \bar{T}_{n+1}^p 은 다음과 같이 예측된다.

$$\bar{T}_{n+1}^p = \bar{T}_n + (1-\alpha) \cdot \Delta t \cdot \bar{q}_n \quad (13)$$

여기서 α 값은 Trapezoidal family 요소로서 특수한 값을 가지게 된다.⁽⁶⁾

3. 유한요소법을 이용한 온도분포 및 열변형 예측

공작기계의 열변형을 구함에 있어서, 가장 먼저 행하여야 할 것은 공작기계 구조물 각 요소의 온도 분포를 상세하게 구하는 것이다. 또한 구성요소들을 결합하고 있는 결합부의 열적 성질에 대해서도 명확한 정의가 이루어지지 않으면, 공작기계 구조물 전체의 온도분포 및 열변형을 예측한다는 것은 불가능하게 될 것이다. 그래서 본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 공작기계 구조물의 온도분포 및 열변형을 규명하고자 한다.

3.1 공작기계의 유한요소모델 및 경계조건

정적 및 동적으로 최적화 된 모델을 이용⁽¹⁾ 열강성을 평가하기 위해서 모델을 수정해서 사용하는 방법을 택했다. 여기서 토폴로지 변형은 없게 하고 단지 요소의 크기만을 수정해서 Fig. 1과 같이 절점 수 12313개 요소수 12750개로 사각형 요소를 사용하여 베드, 칼럼, 크래들 및 쉘을 구성했다. 그리고 칼럼과 크래들 및 크래들과 쉘 사이의 결합부는 접촉 면압 및 접촉면간의 거리, 점성유(粘性油)의 유무 등 복잡한 열적 경계조건이 고려되어야 하지만 본 연구에서는 스프링들로부터의 전열에 의한 등가온도 조건을 구속조건으로 적용하였고, 고속 이송부인 베드와 칼럼 사이의 결합부에는 그리스(Grease) 윤활 마찰 조건을 고려하고, 롤러의 구름 선접촉에 의한 발열량을 계산하여 이송간의 마찰발

열량으로 116.97 W를 적용했다.⁽⁷⁻⁹⁾ 그리고 주위와의 열전달율은 Nishiwaki 및 Okushima의 조건^(3,4)을 참조하여 부재의 외부 자연대류 경계조건으로 1.2 ~ 12 W/m²·K를 적용하였다.

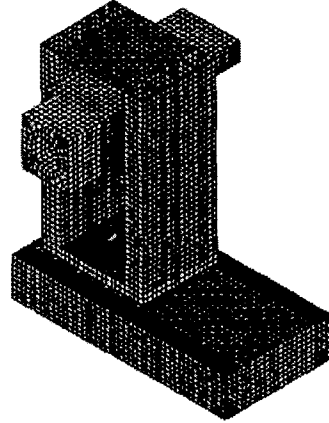


Fig 1. Thermal Analysis Model

3.2 고속이송 열원에 대한 온도분포 해석 및 열변형 해석

본 연구에서 적용된 공작기계는 60 m/min의 고속 이송 기계구조물이다. 고중량의 고속이송에 상응하는 모터의 적용은 그만큼 큰 열원의 부담을 안게 된다. 또한 고속이송 중의 열원에 기인하는 열변형은 고정밀 가공에 큰 영향을 미치게 할 수 있다. 그래서 고속 이송 중에 있는 열원에 대한 구조물의 열강성을 평가하기 위하여 Predictor-Corrector Method를 정의하고, 크래들 및 쉘이 고정된 상태에서 칼럼이 베드 레일 위를 고속 이동하는 조건을 가정하여, 칼럼의 1스트로크를 등분하여 이송중인 열원에 대한 온도분포 및 열변형을 계산했다. 여기서 내부열원 및 이송간에 발생하는 마찰열원은 일정한 조건으로 적용하였다.

열 경계조건을 적용하여 출발 상태의 온도분포 및 그에 따른 Predicted Temperature를 다음 단계의 초기조건으로 정의하는 Predictor-Corrector Method 알고리즘을 이용해서, 전 스트로크 이송 중의 온도 분포를 구하였다. 또한 실내 가공상태를 가정하고, 대기온도는 18~21로 설정, 스프링들의 외부 벽 온도 및 쉘과의 접촉 부분에서의 온도 조건을 정의하여 Fig. 2~Fig. 4 와 같은 초기 출발 상태 및 이송중의 온도분포를 얻었다.

Fig. 3, 4는 이송 열원에 대한 비정상적인 온도분포를 나타내고 있다. Fig. 5에서 탐색된 세 점은 베드에서 칼럼과 결합이 이루어지는 Slide-Way Contact의 마찰열 발생 부위로서, 레일이 위치하는 선상에서 택해진 점들이다. 2935절점은 이송이 시

작되는 지점, 3286절점은 칼럼의 이송 스트로크 중간, 그리고 3474절점은 스트로크의 제일 끝단에 위치하는 점이다. 결과에서 보면 열원의 이동에 따른 온도분포의 변화를 명확하게 판단할 수 있다.

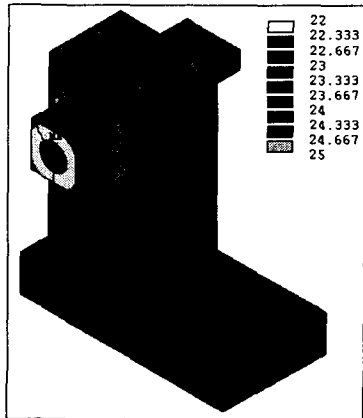


Fig. 2 Temperature Distribution for 1 step.

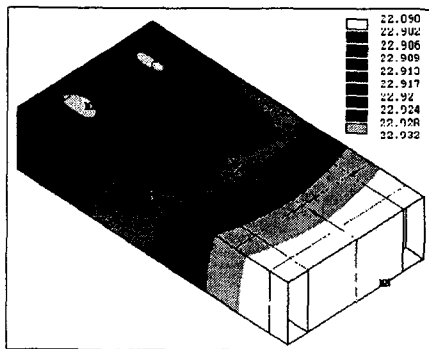


Fig. 3 Temperature Distribution of Bed at 1st step.

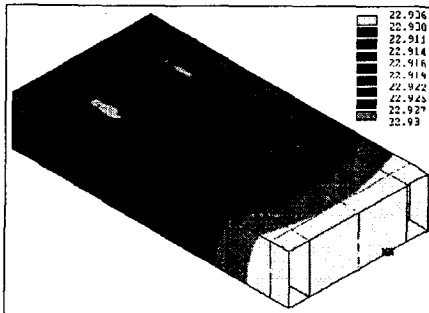


Fig. 4 Temperature Distribution of Bed at 10th step.

4. 결론

정적 및 동적 최적화 과정을 거친 모델의 열강성 평가에서는 고속이송 조건 및 내부 열원에 대한 상세 열전달 구조를 파악하기 위하여 요소의 크기를 변경하는 방법을 적용했다. 칼럼의 이송 스트로

크 중의 연속적인 온도해석을 위하여 요소를 새롭게 구성함으로써 단위 시간당 이송량에 대하여 결합부를 통한 열적 경계조건을 원활하게 적용시킬 수 있었고, 그에 따른 이송간의 온도 분포를 쉽게 파악 할 수 있었다.

또한 이동열원에 대한 온도분포 및 열변형 거동은 x축 방향으로 서로 대칭인 구조를 확인 할 수 있지만, z축 방향인 전후 방향에서는 비대칭인 구조로 되어 있음을 알 수 있다. 이는 열적으로 보았을 때 전후에서 서로 다른 열용량을 가진 부재들이 구성되어 있고, 스피들부 내부 열원의 이동에 기인 되는 것으로 사료된다.

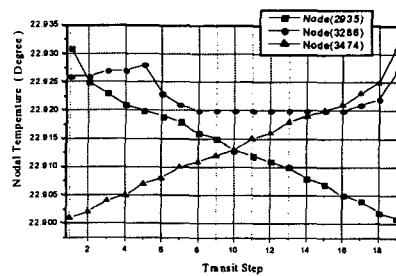


Fig. 5 Temperature Variation of Specified Base Nodes

참고문헌

1. 이영우, 성활경, "공작기계구조물의 동강성 해석 및 동적 최적화에 대한 연구", 한국정밀공학회 2001년도 춘계학술대회논문집, 2000
2. 이영우, "유전자 알고리즘을 이용한 공작기계 구조물의 다단계 및 다목적 최적화에 관한 연구", 창원대학교 박사학위논문, 2001
3. T. Sata, et al., 1972, "Analysis of thermal deformation of machine tool by the Finite Element Method", Annals of the CIRP, Vol. 21, No. 1, pp. 123
4. K. Okushima, Y. Kakino, and T. Kikuchi, 1972, "Study on the Thermal Deformations of Machine Tools(2nd Report)", 精密機械, Vol. 38, No. 7, pp. 565-571
5. Y. Kakino, K. Okushima, 1974, "Study on the Thermal Deformations of Machine Tools(4th Report)", 精密機械, Vol. 40, No. 12, pp. 1105-1110
6. Thomas J.R. Hughes, 1987, "The Finite Element Method Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis", Prentice-Hall
7. Eschmann, Hasbargen, Weigand, "Ball and Roller Bearings", John Wiley and Sons, pp.201-214
8. Tedric A. Harris, 1966, "Rolling Bering Analysis", John Wiley & Sons, pp. 446-451