

압전센서와 액츄에이터를 이용한 복합재 평판의 진동제어

권대규*(전북대 연구원), 유기호**, 이성철**(전북대, 공업기술연구소)

Vibration Control of a Composite Plate with Piezoelectric Sensor and Actuator

Tae-Kyu Kwon*(CNU), Kee-Ho Yu**, Seong-Cheol Lee**(RIIT, CNU)

ABSTRACT

This paper is concerned with the experiments on the active vibration control of a plate with piezoceramic sensors and actuators. The natural frequencies of the composite plate featured by a piezo-film sensor and piezo-ceramic actuator are calculated by using the modal analysis method. Modal coordinates are introduced to obtain the state equations of the structural system. Six natural frequencies were considered in the modelling, because robust control theory which has inherent robustness to structured uncertainty is adopted to suppress the transients vibrations of a glass fiber reinforced(GFR) composite beam. A robust controller satisfying the nominal performance and robust performance is designed using robust theory based on the structured singular value. Simulations were carried out with the designed controller and effectiveness of the robust control strategy was verified by results.

Key Words : Modal analysis(모달 해석), PVDF sensor(압전필름 센서), μ -synthesis controller(뮤 합성 제어기), Piezoceramic actuator(압전세라믹 액츄에이터), Composite plate(복합재 판)

1. 서 론

항공기나 우주구조물은 시스템 중량이 성능에 미치는 영향이 크기 때문에 끊임없이 경량구조의 개발이 추구하고 있다. 구조물의 경량화는 구조강성의 저하를 수반하게 되고 강성이 작은 유연구조물은 작은 외란에 대해서도 큰 동적 반응을 보인다. 이러한 외란에 대하여 능동적으로 반응하는 기능성 재료의 연구는 구조물의 고성능화, 고기능화를 위해 개발되고 있으며, 특히, 외란을 감지하여 제어신호를 생성, 작동시킬 수 있는 기능성 재료 중 압전 액츄에이터 및 센서가 포함된 지능구조물에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.^{1)~2)}

최근 이러한 지능 구조물에서 피드백 능동제어 시스템의 성능을 향상시키기 위한 연구가 고조되고 있는데, 그 예로써 Smith³⁾ 등은 최적공간 보상 설계 방법을 개발하여 적응구조물의 최적설계를 구현하였고, Lazarus⁴⁾ 등은 Rayleigh-Ritz 가정 모드 방법을 이용하여 시스템을 모델링하고 MIMO LQG제어를 수행하였다. St-Amant⁵⁾ 등은 부착된 압전세라믹을 이용하여 평판의 능동제어에 관한 이론과 실험을 수행하였으며, 이외에도 실험을 통한 평판 구조물의 제

어⁶⁾에 관한 논문들이 발표되고 있다.

본 연구에서는 PVDF 압전필름과 PZT 압전세라믹 액츄에이터가 부착된 평판 구조물의 진동제어에 관한 이론적 연구를 수행하였다. 제어방법으로는 구조화 특이치(structured singular value, μ) 평가에 의한 μ -합성법을 적용하여 제어계의 공칭제어 성능과 안정성을 평가하고, 시뮬레이션을 통한 복합재 평판 구조물의 진동제어 시스템의 성능을 고찰하였다.

2. 이론 해석

2.1 고정-자유단 판의 이론해석

본 연구에서는 항공기용으로 사용되고 있는 열경화성 복합재 평판에 PVDF 필름, PZT 압전세라믹이 포함된 모델을 고려하여 시스템 방정식을 유도하였다. 압전소자는 압력이나 힘을 가했을 때 소자에 전압이 발생하는 압전효과와 반대로 전압을 가했을 때 압전소자의 크기에 변형을 일으키는 역압전효과를 나타내고 있어 이러한 성질이 이용한다. 본 연구에서 제어대상으로 구성한 복합재 판 전체의 개략도를 Fig. 1에 나타내고 있다.

사용한 재료는 한국화이버(주)의 상용 제품이며,

300 x 200 x 0.5(mm)의 고정된 외팔 복합재 평판 형태로 재료의 물성치는 Table 1에 나타난 바와 같다

Fig. 1에서와 같이 액츄에이터는 판의 고정단 부분에 2개가 부착되어 있고, 센서는 같은 크기로 반대쪽 면에 2개가 부착되어 있다.

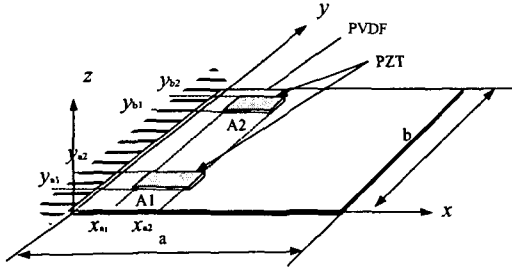


Fig. 1 Model of a composite plate induced to piezoelectric material

Table 1 Properties of Material

Property	PVDF	PZT	Beam
ρ (kg/m ³)	1.78	7.75	1.48
d_{31} (pC/N)	23	260	-
g_{31} (10 ⁻³)Vm/N	216	-	-
E(GPa)	2	63	5.0
ν 12	-	0.34	0.31

압전재료는 등방성으로 가정하고, 두께가 일정한 복합재 판의 대한 운동방정식으로 유도하면 식 (1)과 같다.

$$\rho_a h \ddot{w}(x, y, t) + D \nabla^4 w(x, y, t) = 0 \quad (1)$$

여기서, $w(x, y, t)$ 는 z 축상의 진동변위이고, ρ_a 는 평판의 면밀도, D 는 강성계수, ∇^4 는 정의된 중복조화 연산자(biharmonic operator)이다.

식(1)에서 각각의 경계조건과 압전소자를 포함하는 수식으로 다음과 같은 매개변수를 적용하여 운동방정식을 구한다.

$$D \approx \frac{1}{12(1-\mu^2)} (E_b h_b^3 + E_p h_p^3) \quad (2)$$

$$\rho_a h \triangleq \rho_p h_p + \rho_b h_b$$

압전액츄에이터가 (x_{a1}, y_{a1}) 에서 (x_{a2}, y_{a2}) 까지 부착된 외팔 평판의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \rho_a h \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x, y) \ddot{q}_i(t) + D \sum_{i=1}^{\infty} \nabla^4 \phi_i(x, y) q_i(t) \\ & = \eta_p [H(x-x_{a1}) - H(x-x_{a2})] \\ & \quad \times [H(y-y_{a1}) - H(y-y_{a2})] V_a(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, $\phi_i(x, y)$ 에서 식(4)를 만족하는 정규화된 고유함수 $\bar{\phi}_i(x, y)$ 를 만들 수 있다.

$$\int_0^b \int_0^a \rho_a h \bar{\phi}_i(x, y) \bar{\phi}_j(x, y) dx dy = 1 \quad (4)$$

운동방정식 (3)에 정규화된 고유함수 $\bar{\phi}_i(x, y)$ 를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \rho_a h \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^b \int_0^a \bar{\phi}_i(x, y) \ddot{\bar{\phi}}_i(x, y) dx dy \ddot{q}_i(t) \\ & + D \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^b \int_0^a \nabla^4 \bar{\phi}_i(x, y) \bar{\phi}_i dx, dy q_i(t) \\ & = \eta_p \int_0^b \int_0^a [H(x-x_{a1}) - H(x-x_{a2})] \\ & \quad [H(y-y_{a1}) - H(y-y_{a2})] \bar{\phi}_k(x, y) dx dy V_a(t) \end{aligned} \quad (5)$$

고유함수들의 직교성과 Fig.1에 가로와 세로의 길이가 각기 a 와 b 인 외팔 평판의 경계조건들을 이용하면, 각 진동모드에 대한 일반화된 좌표계로 표현되는 2차 미분방정식을 얻을 수 있다. 그리고, 복합재 평판의 고정단에 압전센서 및 압전 액츄에이터가 부착된 경우, 모드 해석을 이용해서 구한 운동방정식에 비례 감쇠항을 첨가하면 식 (6)와 같은 비연계(uncoupling) 상미분방정식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \ddot{q} + \text{diag}(2\zeta_i \omega_i) \dot{q}_i + \text{diag}(\omega_i^2) q_i & = B \cdot u \\ y & = Cq \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,

$$q = \triangleq [q_1, q_2, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n]^T$$

이다. 위에서 유도한 상미분 방정식을 식 (7)과 같이 상태공간 형태의 방정식으로 바꿀 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) & = A_b X(t) + B_b u(t) \\ Y(t) & = C_b X(t) + D_b u(t) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,

$$A_b = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\omega_1^2 & \dots & 0 & -2\zeta_1 \omega_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \omega_n^2 & 0 & \dots & -2\zeta_n \omega_n \end{bmatrix}$$

$$B_b = \begin{bmatrix} 0_{i \times 2} \\ K_a \phi'_{i \times 2}((x_{a2} - x_{a1})(y_{a2} - y_{a1})) \end{bmatrix}_{i=1 \dots n}$$

$$C_b = \begin{bmatrix} \phi'_{i'}((x_{a2} - x_{a1})(y_{a2} - y_{a1})) & 0_i \\ 0_i & \phi'_{i'}((x_{a2} - x_{a1})(y_{a2} - y_{a1})) \end{bmatrix}_{i=1 \dots n}$$

$$D_b = [0_{n \times n}]$$

여기서, 출력행렬 C_b 는 PVDF로부터의 센서전압을 나타낸다.

3. μ 제어기 설계

강인제어기는 Fig. 2와 같이 μ -합성법 이론을 이용한 제어시스템을 설계하였다. Fig. 2에 보이는 것과 같이 공칭모델, 모델에러 Δ , 제어기 K , 모델 불확실성에 대한 가중함수 W_{del} , 제어기 성능에 대한 가중함수 W_p 로 구성되어 있다. 위에서 제시한 상태공간 모델은 유한한 자유도를 가지고 있으며, 고차 모드와 압전 액츄에이터의 히스테리시스를 무시한다. 공칭모델 G_{nom} 은 상태방정식 형태로 표시된 유한한 자유도의 이론적인 모델이며, Δ 은 실제 시스템과 공칭모델 사이의 전체 에러를 나타내는 값이다.

제어기 K 를 설계하기 위해서는 먼저 가중함수 W_{del} , W_p 를 결정해야 한다. 저주파수 근처에서 공칭모델의 에러는 작고, 고주파수에서는 상대적으로 모델링에서 고려하지 않은 고유진동수로 인하여 공칭모델 에러는 크게 되기 때문에 이를 고려하여 W_{del} 을 설계한다. 또한, $W_{del}T$ 는 강인한 안정조건이고, w 로부터 z 까지는 W_p 로써 공칭성능을 나타내는데, 실제로 μ -합성법은 이와 같이 2개의 성능을 달성하는 것 이외에 강인 성능으로써 식(8)과 같은 조건을 만족한다.

$$\text{Sup}_{\alpha(\Delta) \leq 1} |F_u(M, \Delta)|_{\infty} \leq 1 \quad (8)$$

여기서, F_u 는 선형분수변환 (Linear fractional transformation) 이라 부르고 다음과 같이 정의된다.

$$F_u(M, \Delta) = M_{22} + M_{21}\Delta(I - M_{11}\Delta)^{-1}M_{12} \quad (9)$$

실제 식(8)의 조건을 구하는 것은 다음의 등가의 식으로 계산된다.

$$\mu_{\Delta}(M) \leq 1 \quad (10)$$

여기서, μ 는 구조화 특이치로 불린다. μ -합성법은 강인한 안정성과 공칭성능 이외에 식(10)의 강인한 성능을 평가한다. 식(10)은 출력 z 가 입력 w 에 대해서 항상 1이하가 되는 강인성의 안정문제에 귀착하게 된다. 이러한 안정문제에서는 하중함수 H_{∞} 제어

기로 강인한 성능이 만족하는 못 할 경우가 있다. 즉 γ 값이 1 을 초과하면, 시스템의 강인한 성능이 만족하지 않는다. 그러나, μ -합성법이 도입될 경우, H_{∞} 제어기에 의해 $\gamma=1.3$ 이었던 γ 를 0.98로 떨어뜨려서 강인한 성능조건을 만족한다.

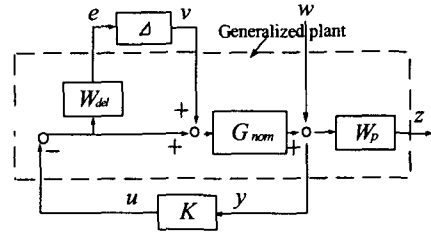


Fig. 2 μ -control system and generalized plant

이상의 방법을 적용하여 얻은 제어기는 시간에 의한 상미분 방정식으로 표시되고 이산화 된다.

4. 결과 및 고찰

본 연구는 진동계의 모달해석과 H_{∞} 제어기, μ -합성법을 이용하여 진동 요소를 효과적으로 제어하는 보상기를 설계하고, 제어시스템에 적용하였다.

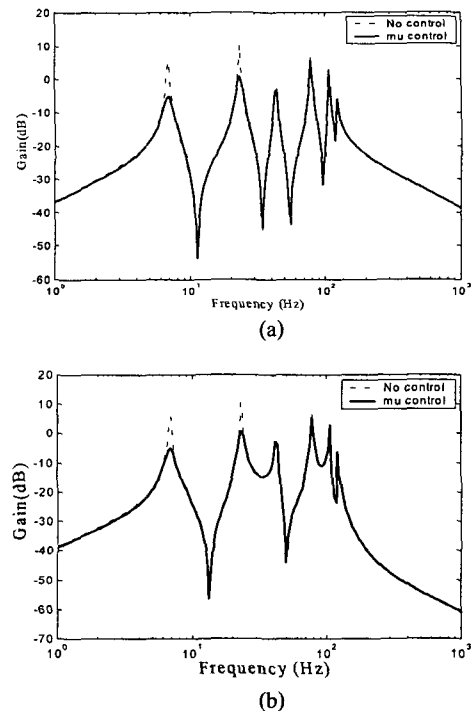


Fig. 3 Frequency response of a composite plate with μ -synthesis, (a) Actuator 1, Sensor 1, (b) Actuator 1, Sensor 2.

시뮬레이션은 MATLAB/SIMULINK 를 이용하여 수행하였으며, 복합재 보에 강인 제어를 적용하였을 경우의 과도진동 제어 효과를 평가하였다.

Fig.3(a)~(b)는 복합재 평판에 μ -합성법을 적용할 경우와 제어를 하지 않을 경우의 시뮬레이션 주파수 응답곡선이다. 액추에이터, 센서의 위치와 구조물의 대칭성으로 인해 Fig. 3 (a)~(b)은 액추에이터 1, 센서 1 위 위치와, 액추에이터 1, 센서 2의 주파수 응답함수만을 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 복합재 보의 각각 고유진동의 피크가 10dB 정도 감소하는 것을 알 수 있으며, 모델링 되었던 제어가 복합재 평판에 적용하였을 경우 제진 효과가 매우 좋다는 것을 알 수 있었다.

Fig. 4 (a)~(b)는, 과도진동 시 얻어지는 제어효과를 보여주고 있다. 1ms 간격으로 이산화된 μ -제어를 복합재 판의 구조물에 피드백 시킴으로써 1초 동안에 97% 까지 감소함을 알 수 있었다. 또한, Fig. 4(a)에서 μ -합성법을 이용한 강인제어기는 흔히 PID 제어기에서 발생하는 Spill-over 현상도 발생하지 않음을 알 수 있다. 이에 μ -합성법으로 설계한 제어기가 복합재 평판 구조물을 능동적으로 제어하는데 신뢰성이 있다는 것을 알 수 있었다.

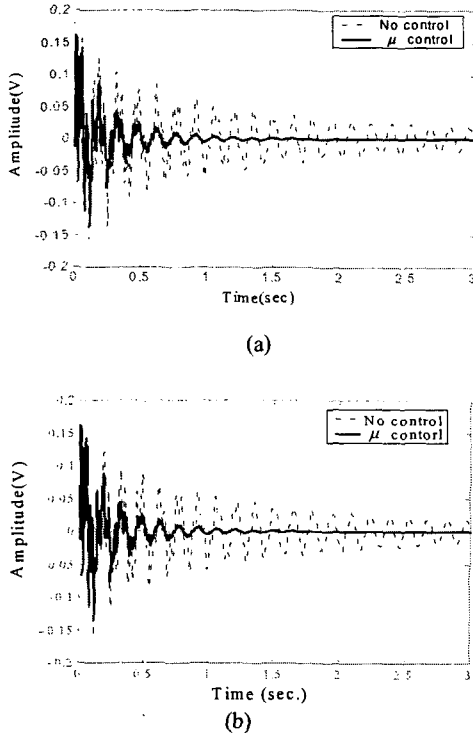


Fig. 4 Simulation result of transient vibration control with μ -synthesis, (a) Actuator 1, Sensor 1, (b) Actuator 1, Sensor 2.

4. 결론

본 연구에서는 판 구조물의 진동제어를 수행하기 위해 H_{∞} 제어기와 μ 제어법을 이용하여 그 진동성분의 억제력을 검토하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. H_{∞} 제어기와 μ -합성법을 이용하여 진동성분의 억제를 검토하여, 복합재 평판 구조물의 과도진동을 제어하는데 매우 효과적이라는 것을 알 수 있었다.
2. H_{∞} 제어 이론을 이용해서 강인한 성능을 만족하는 제어기가 구해지지 않을 경우, 구조화 특이치 평가에 의한 μ -합성법을 적용함으로써 PVDF 센서와 압전세라믹 액추에이터가 부착된 복합재 평판 구조물의 공칭제어 성능과 안정성이 달성되었다.
3. 본 연구에서 제안한 μ -합성법은 지능구조물의 진동제어뿐만 아니라 광범위한 선형 혹은 비선형 불확실성 제어시스템에 응용될 수 있다.

참고문헌

1. J. Tani, T. Takagi, and J. Qiu, "Intelligent Material Systems: Application of Functional Materials," ASME Applied Mechanics Reviews, Vol.51, No.8, pp.505-521, 1998.
2. J. Tani, "Intelligent Materials and Structures," Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineering, Ser.C, Vol.60, pp.2518-2525, 1994.
3. G. C. Smith, and R. L. Clark, "A Crude Method of Loop-Shaping Adaptive Structures Through Optimum Spatial Compensator Design," J. of Sound and Vibration, Vol.247, No.3, pp.489~508, 2001.
4. Crawley, E. F., and Lazarus, K. B., "Induced Strain Actuation of Isotropic and Anisotropic Plates," AIAA Journal, Vol.29, No.6, pp.944-951, 1991.
5. Y. St-Amant, and L. Cheng, "Simulations and Experiments on Active Vibration Control of a Plate with Integrated Piezoceramics," Thin-Walled Structure, Vol.38, pp.105~203, 2000.
6. Falangas, E. T., Dworak, J. A., and Koshigoe, S., "Controlling Plate Vibrations Using Piezoelectric Actuators," IEEE Control Systems, pp.34-41, 1994.