韓國精密工學會 2002年度 春季學術大會論文集 pp.215～218 KSPE 02S047

확률제어기의 실시간 적용을 위한 연구

김용관*(고려대학교 제어계측공학과 대학원생), 이종복, 윤영수, 최원석,
허 훈(고려대학교 제어계측공학과 교수)

A Study of Realizing Technique for Stochastic Controller

Y. K. Kim(Control & Inst. Eng. Dept., KOREA Unv.), J. B. Lee, Y. S. Yoon, W. S. Choi, H. Heo.

ABSTRACT

A control strategy for a dynamic system under irregular disturbance by using stochastic controller is developed. In order to design stochastic controller, system dynamic model in real domain is transformed dynamic moment equation in stochastic domain by F-P-K approach. A study of real time control technique for stochastic controller is performed in this paper.

Key Words : Stochastic Control(확률제어), F-P-K(Fokker-Plank-Kolmogorov) Equation (포커-플랑크-콜모고로프 방정식), Random Disturbance(불규칙 외란)

1. 서론

자연계에서 동적 계는 다양한 외란에 노출된다. 특히 불규칙 가진은 가장 빈번한 경우이다. 이와 같은 불규칙 가진을 받는 동적 계의 예로는 대기중이나 경계층의 난류와 제트유동에 노출되는 항공기와 노면에 의해 야기되는 진동을 받는 차량과 항공기, 바람과 지진에 노출되는 지상구조물 그리고 파도에 영향받는 해상구조물 등이 있다. 이때 각각의 물리적 변수들은 시간과 공간 모두에서 불규칙적으로 변동된다.

최근 이러한 동적 계는 점점 복잡화되고 거대화되는 추세를 보이고 있으며, 결과적으로 계에 대한 불규칙 교란 및 잡음의 영향은 계의 설계에 있어 그 중요성이 커지고 있다. 따라서 이러한 계에 대한 제어는 많은 관심을 불러일으키고 있다. 불규칙 교란을 제어하기 위한 많은 제어기가 시도되었고 실용적인 결과를 보였다. 제어기 설계에 있어 확장된 불규칙 신호 정보의 사용을 위하여, 1995년 한정엽등에 의해 F-P-K(Fokker - Plank - Kolmogrov)방법에 의한 확률 추정기 설계로 확률제어기 설계에 대한 가능성을 보여주었으며, F-P-K 방법은 내, 외부 및 상호 영향적인 불규칙 교란에 노출되는 계의 확률밀도 함수의 거동을 해석하는 방법 중에 하나이다. F-P-K 방정식의 해는 계의 응답의 확률적인 거동에 대한 정보를 제공해주며 F-P-K과정에 의해 변환된 계는 동적 모멘트 형태의 미분방정식 꼴로 나타내어진다.

이러한 개념의 확률제어기는 상수 형태나 간단한 함수 형태의 PSD값으로 나타내어지는 외란을 사용하여 확률영역에서 설계가 되어질 수 있다. 시간영역에서 개발된 어떤 종류의 제어기도 확률영역에 적용할 수 있으며, 확률영역 제어기는 Monte-Carlo방법과 같은 랜덤신호 발생 알고리즘에 의해 실현될 수 있다. 확률영역의 제어신호는 PSD값 형태로 나타나며, 이 신호를 시간영역의 제어 신호로 변환하여 사용한다.

확률제어기의 실시간 실현을 위해서는 PSD값 형태의 제어신호를 시간영역의 제어신호로 변환시키는 알고리즘과 시간영역의 모델을 확률영역의 동적 모멘트 방정식으로 변환하는 F-P-K 방정식의 해를 구하는 알고리즘 등이 구현되어야 한다. 본 논문에서는 이러한 확률제어기의 실시간 구현 방법에 대한 연구 결과를 수록하였다.

2. 확률영역 해석 과정

2.1 브라운 운동과 마코프 과정

브라운 운동은 충돌력과 기타 힘에 노출되는 액체 속의 분자들의 움직임을 묘사한 것이다. 브라운 운동에 있어서 각각의 위치는 상호 독립적이며 완전 램덤 과정이다. 브라운 운동은 독립적이고 단조증가 과정이기 때문에 중간값 정리법칙에 의해 브라운 운동은 가우시안 과정으로 나타낼 수 있다.

마코프(Markov) 과정은 현재가 결정되었다면 과거의 결과가 미래에 영향을 미치지 않는 과정을 말한다. 이는 수식으로 다음과 같이 표현되어진다.

$$P\{ \mathbf{x}(t_n) \le x_n | \mathbf{x}(t), t \le t_{n-1}\} = P\{ \mathbf{x}(t_n) \le x_n | \mathbf{x}(t_{n-1})\}, \quad t_{n-1} < t_n \qquad [2\text{-}1]$$

또한 마코프과정은 식[2-2]와 식[2-3]을 만족한다.

$$f(x_n | x_{n-1}, \ldots, x_1) = f(x_n | x_{n-1}) \qquad [2\text{-}2]$$

$$E\{ \mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{n-1}, \ldots, \mathbf{x}_1\} = E\{ \mathbf{x}_n | \mathbf{x}_{n-1}\} \qquad [2\text{-}3]$$

2.2 F-P-K 과정

F-P-K 과정은 내,외부 및 상호 영향적인 불규칙 교란에 노출되는 계의 확률밀도 함수의 거동을 해석하는 방법 중에 하나이다. 이러한 F-P-K 방정식의 해는 계의 응답의 확률적인 거동을 제공해준다. F-P-K 방정식을 유도하는데는 두 가지의 기본적인 가정이 필요하다.

첫째, 교란되는 움직임이 불규칙 변동의 1차 미소 값의 중첩으로 연속적인 궤적의 형태로 표현될 수 있도록 불규칙 입력은 항상 충분히 작아야한다.

두 번째로 랜덤과정은 과거에 영향을 받지 않는 마고프 과정이어야 한다. 부유(1차증분모멘트)계수와 확산(2차증분모멘트)계수로 구성된 일반적인 형태의 F-P-K 방정식 식[2-4]와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} p(X,t) = -\sum_{i=1}^{n} a_i(X,t) \frac{\partial}{\partial X_i} p(X,t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(X,t) \frac{\partial^2}{\partial X_i \partial X_j} p(X,t) \qquad [2\text{-}4]$$

여기서 ai(X,t)는 부유계수이고 bij(X,t)는 확산계수이다.

$$a_i(X,t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} E[x_i(t+\Delta t) - x_i(t)]$$
$$b_{ij}(X,t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} E[\{x_i(t+\Delta t) - x_i(t)\}\{x_j(t+\Delta t) - x_j(t)\}] \qquad [2\text{-}5]$$

F-P-K 방정식은 정상(正常, Gaussian) 백색잡음 형태의 불규칙 가진에만 사용할 수 있다. 방정식의 해는 계의 응답의 확률론적인 거동을 나타내어준다. 그러나 대부분의 경우 해석적인 방법으로 동적계 F-P-K 방정식의 일반 해를 구하는 것은 불가능하다. F-P-K 방정식의 정상(定常: stationary) 혹은 비정상(非定常:nonstationary) 확률밀도함수의 해를 구하는 대신, 모멘트 응답으로 나타내어지는 미분방정식의 형태로 표현할 수 있다. Φ (X)를 일반적인 좌표계 X에 대한 응답이라고 하면

$$\Phi(X) = X_1^{k_1} X_2^{k_2} \cdots X_n^{k_n} = \prod_{i=1}^{n} X_i^{k_i} \qquad [2\text{-}6]$$

ki 차 모멘트는 다음과 같이 표현된다.

$$m_{k1,k2,\cdots,kn} = E[\Phi(X)] = \int \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(X) p(X,t)\, dX_1 dX_2 \cdots dX_n \qquad [2\text{-}7]$$

동적모멘트 미분방정식은 F-P-K 방정식 양변에 Φ (X)를 곱하여 -∞<X<∞ 영역에 대해 적분을 하면 식 [2-8]과 같은 동적 모멘트 방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{m}_{k_1,k_2,\cdots,k_n} = \int \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(X) \frac{\partial p(X,t)}{\partial t} dX_1 dX_2 \cdots dX_n$$
$$= -\int \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(X) \sum_{i=1}^{n} a_i(X,t) \frac{\partial}{\partial X_i} p(X,t) dX_1 dX_2 \cdots dX_n \qquad [2\text{-}8]$$
$$+ \frac{1}{2} \int \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(X) \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}(X,t) \frac{\partial^2}{\partial X_i \partial X_j} p(X,t) dX_1 dX_2 \cdots dX_n$$

3. 실시간 구현 방법

3.1 확률제어기 구조

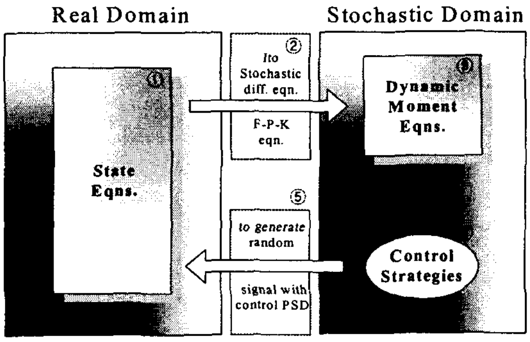

Fig. 1 Basic Concept for Stochastic Control

① 제어하고자할 대상
② 실영역에서의 운동방정식을 확률영역의 모멘트 방정식으로 변환하는 과정
③ 확률 영역의 모멘트 운동 방정식
④ 확률영역에서의 제어기
⑤ 확률영역의 제어신호를 실영역의 제어 신호로 변환

3.2 제어기 설계 과정

- 1 단계 : 시간영역의 지배방정식을 구한다.
- 2 단계 : 시간영역의 지배방정식을 F-P-K 방법을 사용하여 시간영역에서 확률영역으로 변환
- 3 단계 : 동적모멘트 방정식을 구한다. 이 때 외란의 특성은 Constant값을 가지게 된다.
- 4 단계 : 확률영역에서 제어기를 설계하여 제어 PSD 정보를 얻는다.
- 5 단계 : 제어 PSD값을 가지고, 실제 물리계의 제어 신호를 생성한다.

1단계는 일반적인 시간 영역에서 지배 방정식을 구하는 과정이고, 2단계는 F-P-K 과정과 방법을 사용하여 시간영역에서 확률영역으로 변환된 동적 모멘트 방정식을 구하는 단계이다. 4단계는 제어기 설계단계로 기존의 제어방법을 적용한다. 일반적으로 확률제어기의 설계는 동적 모멘트 응답의 크기를 감소시키는 방향으로 설계되어진다. 5단계는 확률영역에서 계산된 제어신호를 시간영역의 제어신호로 변환하는 과정이다.

3.3 제어기 설계 예

3.2절의 단계별 제어기 설계 과정을 예를 들어설명하면 다음과 같다.

- 1 단계 : 시스템 방정식(실 영역)

$$\ddot{x}+2\zeta\omega_n+\omega_n^2=f(t)$$

$f(t)$: random disturbance(white noise)

백색잡음은 브라운(Brown) 운동의 미분형태로 나타날 수 있다. 또한 다음과 같은 특성을 갖는 뷔너(Wiener) 과정으로 가정한다.

$$\dot{z}(t) = \frac{dB_z(t)}{dt}$$

$$E[\,dB_z^2(t)\,] = D_z \triangle t$$

여기서 $B_z(t)$: 브라운운동 과정

D_z : PSD (power spectral density)를 말한다.

- 2 단계 : F-P-K 방법을 이용 확률영역으로의 변환 식 [2-4]와 [2-5]에 의해서 확산계수와 부유계수는 다음과 같다.

$$x = X_1 \quad \dot{x} = X_2$$

$$\dot{X}_1 = d\frac{X_1}{dt}$$

$$\rightarrow dX_1 = \dot{X}_1\,dt = X_2\,dt$$

$$\dot{X}_2 = d\frac{X_2}{dt}$$

$$\rightarrow dX_2 = \{-\omega_n^2 X_1 - 2\zeta\omega_n X_2 + f(t)\}\,dt$$

$$a_1 = X_2,$$

$$a_2 = -\omega_n^2 X_1 - 2\zeta\omega_n X_2,$$

$$b_{11} = 0,\quad b_{12}=b_{21}=0,\quad b_{22}=\sigma^2$$

- 3 단계 : 동적 모멘트 방정식

위에서 구한 확산계수와 부유계수를 식 [2-8]에 대입하면 다음과 같은 확률영역에서의 모멘트 방정식을 구할 수 있다.

$$\dot{\boldsymbol{m}} = A_m\boldsymbol{m} + P_m D_z + B_m D_V$$

여기서 D_z는 인가된 외란의 PSD이고, D_V는 제어입력의 PSD이다.

$$\boldsymbol{m} = [\,m_{10}\ \ m_{01}\ m_{11}\ m_{20}\ m_{02}]^T$$

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\zeta\omega_n & -\omega_n^2 & \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\omega_n^2 & 0 & -4\zeta\omega_n \end{bmatrix}$$

- 4 단계 : 제어기 설계(확률 영역)

확률 영역에서의 제어기 설계는 기존의 모든 제어 방법을 사용할 수 있으며, 본 논문에서는 일반적인 PI 제어기를 사용하였다. 확률 영역에서 제어 게인은 PSD값이다.

- 5 단계 : 실 영역 제어 신호 생성

확률영역의 PSD제어 게인을 실 영역의 제어 게인으로 변환하기 위해 새로운 알고리즘을 적용하였다.

설계된 제어기를 이용한 시뮬레이션 모델은 다음 그림[2]와 같다.

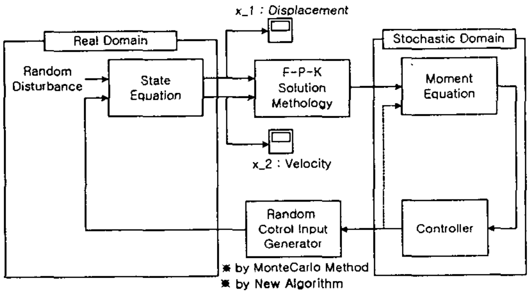

Fig. 2 Simulation Model

3.3.1 시뮬레이션 결과

사용된 외란은 PSD가 0.01인 백색잡음이며, 그림[3]과 같이 제어기의 성능을 확인할 수 있었다

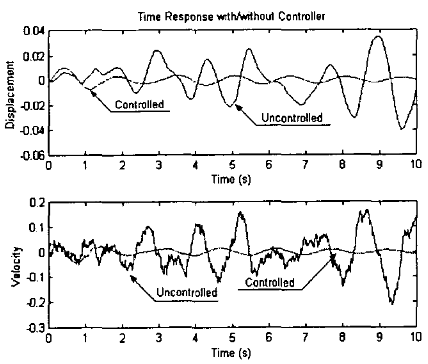

Fig. 3. Time Response with/without Controller

3.3 실시간 구현을 위한 방법 제안

- 실시간 F-P-K 방정식 해 알고리즘
  실 영역의 센서로부터 들어온 신호를 확률영역의 동적 모멘트 방정식으로 전환하는 실시간 알고리즘
- PSD값을 이용한 실시간 랜덤 제어 신호 생성
  확률영역의 PSD 제어 게인을 실 영역의 랜덤 제어 신호로 변환하는 제안된 제어기에 적합한 실시간 알고리즘 제안

4. 결론

현재까지 제시된 확률제어기는 선형 및 비선형 모델에 다양한 제어방식을 적용하여 설계되어져 왔으며 제어방식의 가능성 및 성능이 확인되었다. 이러한 확률제어기의 실시간 구현을 위해 아직은 시작단계 이지만, 실시간으로 F-P-K 방정식의 해를 구하기 위한 알고리즘 및 확률영역의 PSD 제어 이득을 실시간 랜덤 제어 신호로 생성하는 방법들을 제시하였다. 확률제어기의 완벽한 실시간 구현을 위한 연구를 계속 발전시켜 나갈 예정이다.

참고문헌

1. R. A. Ibrahim, "Parametric Random Vibration", Research Studies Press, Letchworth, England, 1985
2. N.C. Nigam, S. Narayanon, "Applications of Random Vibrations", Addison-Wesley, 1994
3. 한정엽, "확률론적 동력학계의 해석과 제어기번에 대한 이론 및 실험적 연구", 고려대학교, 석사학위 논문, 1996
4. Peter Hellekalek, "The WWW Virtual Library: Random Numbers and Monte Carlo methods", University of Salzburg.
5. 허훈, 조윤현, 양재혁, "Stochastic Control on Random Parametric System.", Journal of Dynamic System and Control (A.S.M.E : in prepation)
6. 허훈, 한정엽, ""A New stochastic Control Technique for probabilistic structual System.", A.I.A.A journal(under review)
7. Athanasions Papoulis, "Probability, Random Variables, and Stochastic Process", McGraw-Hill, 1991
8. R. A Ibrahim, H. Heo, "Stochstic Response of Nonlinear Structures with Parameter Random Fluctuations" A.I.A.A Journal Vol. 25, No. 2, February 1987