

## 반응표면분석법을 이용한 퍼지제어기의 설계

김동철\*(한양대 기계공학부), 이세현(한양대 기계공학부)

### Design of a Fuzzy Logic Controller Using Response Surface Methodology

D. C. Kim(Mechanical Eng. Dept. Hanyang Univ.), S. H. Rhee(Mechanical Eng. Dept., Hanyang Univ.)

#### ABSTRACT

When the fuzzy logic controller (FLC), which is designed based on the plant model, is applied to the real control system, satisfactory control performance may not be attained due to modeling errors from the plant model. In such cases, the control parameters of the controller must be adjusted to enhance control performance. Until now, the trial and error method has been used, consuming much time and effort. To resolve such problem, response surface methodology (RSM), a new method of adjusting the control parameters of the controller, is suggested. This method is more systematic than the previous trial and error method, and thus optimal solutions can be provided with less tuning. First, the initial values of the control parameters were determined through the plant model and the optimization algorithm. Then, designed experiments were performed in the region around the initial values, determining the optimal values of the control parameters which satisfy both the rise time and overshoot simultaneously.

**Key Words :** Fuzzy logic controller(퍼지제어기), Optimization(최적화), Response surface methodology(반응표면분석법), Desirability function(호감도함수)

#### 1. 서론

퍼지제어기는 비선형 또는 복잡한 시스템에 적용되고 있다. 그리고 퍼지제어기의 성능은 주로 입출력변수의 스케일팩터, 소속함수, 제어규칙에 의해 영향을 받는다. 퍼지제어기 설계에서는 이런 인자들이 주로 작업자의 경험이나 설계자의 플랜트에 대한 지식으로부터 결정되었으며 시행착오법에 의해 수정되었다[1]. 이런 방법에 의한 설계는 많은 시간, 노력, 비용이 드는 단점을 가지고 있다. 이런 단점을 극복하기 위해 플랜트 모델에 기초하여 제어기를 최적화하는 연구들이 있었다[2]. 이와 같이 플랜트 모델과 최적화 알고리즘에 의해 설계된 퍼지제어기는 처음부터 실제 플랜트에 대하여 퍼지제어기를 튜닝하는 것보다 시간과 비용면에서 무척 효과적이지만 플랜트 모델에 기초하여 설계된 제어기를 실제 제어시스템에 적용하여 다시 튜닝하여야 할 경우가 많다.

본 연구에서는 실제 제어시스템에서 양호한 제어결과를 얻을 수 있는 퍼지제어기의 설계법을 제안한다. 이 방법의 첫번째 단계에서는 플랜트 모델

에 기초하여 퍼지제어기의 제어파라미터의 초기값을 설정한다. 이 값은 모델링 오차를 가진 플랜트 모델로부터 얻은 것이므로 실제 제어시스템에 적용했을 때 만족할 만한 제어결과를 나타내지 못할 경우가 있다. 두번째 단계는 첫 단계에서 얻은 정보를 이용하여 실제 플랜트를 대상으로 제어파라미터의 최적값을 설정하는 단계이다. 이 단계에서는 실제 플랜트를 대상으로 제어기를 튜닝하기 때문에 가능한 한 적은 실험횟수로 만족할 만한 제어성능을 얻는 것이 중요하다. 따라서 실험계획, 통계적 모델링, 최적화로 구성된 반응표면분석법을 이용하여 제어파라미터의 최적값을 결정하는 방법을 제안하였다. 이 최적값은 상승시간(risetime)과 오버슈트(overshoot)를 동시에 만족시키도록 결정하였으며, 제안된 방법의 타당성을 보이기 위해 컴퓨터 시뮬레이션(simulation)을 수행하였다..

#### 2. 퍼지 제어기와 유전 알고리즘

##### 2.1 퍼지 제어기 구성

일반적인 퍼지 제어기는 Fig. 1 과 같이 퍼지화

기, 제어규칙, 비퍼지화기로 구성되어 있다.

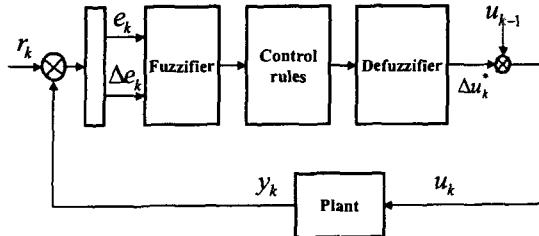


Fig. 1 Structure of a fuzzy control system.

퍼지제어기의 입력변수로 오차와 오차의 변화량을 사용했다. 그리고 제어기 출력은 식(1)과 같다.

$$u_k = u_{k-1} + \text{defuzzifier}(\Delta u_k) \quad (1)$$

식(1)에서 제어기 출력변화량  $\Delta u_k$ 은 오차와 오차의 변화량에 따라 결정된다. 이 제어기 출력변화량은 입력변수와 출력변수 사이의 제어규칙을 이용하여 계산된다.

입력변수인 오차와 오차변화량의 크기를 나타내는 퍼지집합의 소속함수를 Fig. 2 과 Fig. 3 에 각각 나타내었다. 출력변수인 제어기 출력변화량의 크기를 나타내는 퍼지집합의 소속함수를 Fig. 4 에 나타내었다.

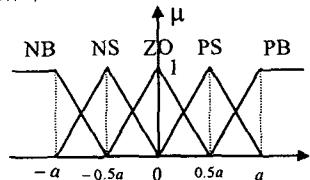


Fig. 2. Membership functions for  $e_k$ .

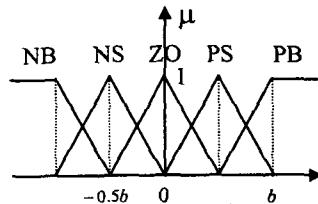


Fig. 3. Membership functions for  $\Delta e_k$ .

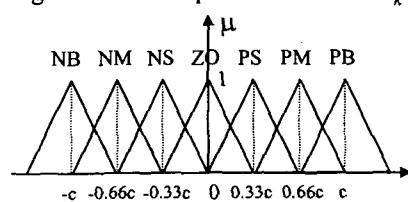


Fig. 4. Membership functions for  $\Delta u_k$ .

제어기 출력변화량의 실수값은 계산면에서 효율적인 가중평균 비퍼지화기에 의해 계산하였다[3].

위와 같이 구성된 퍼지제어기에서 퍼지제어기의 출력은 입력변수와 출력 변수의 소속함수를 결정하는 파라미터인  $a, b, c$ 에 의해 결정된다.

## 2.2 유전 알고리즘

본 논문에서는 플랜트 모델에 기초하여 퍼지제어기의 제어파라미터의 초기값을 결정하기 위하여 유전알고리즘을 이용하였고, 유전 알고리즘을 이용한 최적화 과정은 다음과 같다[4].

Step 1. Generate an initial population of candidate solutions at random.

Step 2. Calculate fitness function values of each individual of current populations.

Step 3. Generate the next population using three genetic operators.

Step 4. Go to step 2 until some termination conditions are satisfied.

유전알고리즘에서 개체수, 교차율, 돌연변이율, 스트링 길이 등이 성능에 영향을 주는 중요한 인자들이다[4,5]. 본 연구에서는 가능한 작은 개체수에서도 양호한 결과를 얻기 위해 Grefenstette[5]의 연구에 근거하여 유전알고리즘의 파라미터를 설정하였다.

## 3. 호감도 함수와 반응표면분석법

반응표면분석법(RSM)은 실현계획, 통계적 모델링, 응답의 최적화로 구성된다[6]. 본 논문에서는 제어성능을 최적화하기 위한 제어파라미터를 결정하기 위해 RSM을 이용하였다. 퍼지제어기의 제어파라미터인  $a, b, c$ 를 변환시킨  $x_1, x_2, x_3$ 을 입력변수로 하고, 상승시간( $y_r$ )과 오버슈트( $y_o$ )를 응답으로 하는 관계식을 이차모델로 가정하였다.

$$y_r = \beta_0 + \sum_{i=1}^3 \beta_i x_i + \sum_{i=1}^3 \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{j=2}^{j-1} \sum_{i=1}^{j-1} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon_r \quad (2)$$

$$y_o = \gamma_0 + \sum_{i=1}^3 \gamma_i x_i + \sum_{i=1}^3 \gamma_{ii} x_i^2 + \sum_{j=2}^{j-1} \sum_{i=1}^{j-1} \gamma_{ij} x_i x_j + \varepsilon_o \quad (3)$$

회귀식 (2)와 (3)은  $x_1, x_2, x_3$ 의 값에 따라 제어기의 성능을 나타내는 관계식으로 양호한 제어기는 상승시간과 오버슈트를 최소화하는 것을 의미한다. 따라서 상승시간과 오버슈트를 동시에 만족시키는 입력변수의 최적값을 선택할 필요가 있다. 그리고 두 응답을 동시에 최적화하기 위한 방법으로 Derringer and Suich[7]가 제안한 호감도 함수를 이용한 최적화 방법을 이용하였다.

이 방법은 각 응답의 호감도함수로 변환, 각 호감도 함수의 통합 호감도 함수로 변환, 그리고

통합 호감도함수의 최적화로 구성된다. 응답인 상승시간과 오버슈트가 최소화되기 위해서, 다음 식과 같은 호감도 함수가 필요하다.

$$d_i(\hat{y}_i(\mathbf{x})) = \begin{cases} 1 & \text{if } \hat{y}_i \leq A \\ \left( \frac{\hat{y}_i - B}{A - B} \right)^r & \text{if } A < \hat{y}_i < B \\ 0 & \text{if } \hat{y}_i \geq B \end{cases} \quad (4)$$

여기서  $A, B, r$ 은 설계자에 의해 결정된다. 그리고 단일 호감도함수는 각 호감도함수를 이용하여 다음 과 같이 정의할 수 있다.

$$D(\mathbf{x}) = (d_1 \cdot d_2 \cdots d_m)^{1/m} \quad (5)$$

여기서  $m$ 은 응답의 개수이다. 일단 식(5)과 같은 목적함수가 정의되면 최적화 알고리즘에 의해 식(5)을 최대로 하는 입력변수값을 결정할 수 있고, 유전알고리즘을 이용하여 최적해를 결정하였다.

#### 4. 시뮬레이션

플랜트에 대한 모델은 제어시스템의 해석 및 설계에 매우 중요하고, 물리적인 법칙이나 실험 데이터에 의해 유도할 수 있다. 그러나 플랜트 모델은 샘플링시간이나 모델구조 등에 따라 실제 플랜트를 정확하게 표현하지 못할 경우가 많다. 이것이 제어기를 실제 플랜트에 적용했을 때 만족할 만한 제어 결과를 나타내지 못하게 하고, 실제 플랜트를 대상으로 제어기를 다시 튜닝해야 한다.

본 논문에서 제안한 방법을 이용하여 퍼지제어기를 설계하는 방법의 타당성을 보이기 위해 Sinha 와 Puthenpura[8]가 사용한 플랜트 모델을 이용하였다. Sinha 와 Puthenpura 은 플랜트 모델의 파라미터를 예측하는데 샘플링타임이 중요한 영향을 준다는 것을 보였으며 그들이 사용한 실제 플랜트는 다음과 같고,

$$G_r(s) = \frac{2s+1}{s^2 + 5s + 6} \quad (6)$$

위의 실제 플랜트를 시스템식별법을 이용하여 예측한 모델은 다음과 같다.

$$G_e(z) = \frac{0.42486z - 0.38489}{z^2 - 0.81855z + 0.05908} \quad (7)$$

여기서  $G_e(z)$ 는 샘플링 시간을 0.20 초로 하여 모델링한 결과이다.

본 연구에서 구성한 제어기의 제어파라미터는 소속함수의 파라미터이고, 이 제어파라미터의 초기 값은 유전알고리즘을 이용하여 결정하였다.

먼저 퍼지제어기의 성능을 평가하는 목적함수로 ITAE를 사용하였다.

$$J = \sum_{t=0}^T (t | e(t) | \Delta t) \quad (8)$$

여기서  $\Delta t$ 는 샘플링시간,  $T$ 는 시뮬레이션 시간이다. 본 연구에서는  $1/J$ 를 적합도 함수로 하였고 개체수는 30, 교차율은 0.95, 돌연변이율은 0.01로 하였다[ 7].

모델  $G_e(z)$ 에 대해서 유전알고리즘을 이용하여 구해진 제어파라미터의 최적값은  $(a, b, c) = (2.2387, 1.6774, 37.0968)$  이었다. Fig. 5 는 최적화된 퍼지제어기로 구성된 제어시스템에서  $G_e(z)$ 의 스텝응답을 나타내고 있다.

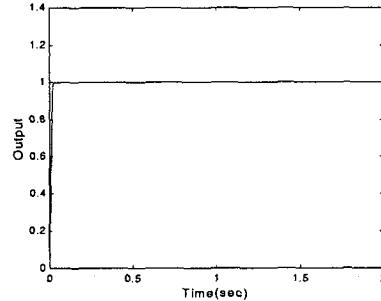


Fig. 5. Step response of  $G_e(z)$  with the optimized fuzzy logic controller.

플랜트 모델에 기준하여 설계된 제어기를 실제 제어시스템에 적용하였다. Fig. 6는 최적화된 퍼지제어기로 구성된 퍼지제어시스템에서 실제 플랜트의 스텝응답을 나타내고 있다. Fig. 6로부터 예측모델로부터 얻은 최적화된 제어기를 실제 플랜트로 구성된 제어시스템에 적용할 경우 모델링 오차로 인해 오버슈트가 큰 만족하지 못한 제어 결과를 보인다는 것을 알 수 있다. 따라서 보다 양호한 제어성능을 얻도록 제어파라미터를 다시 튜닝할 필요가 있다.

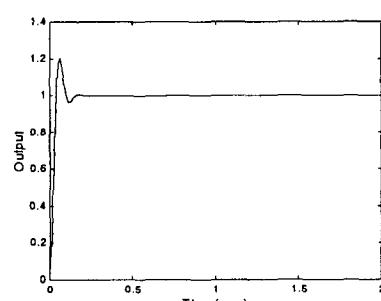


Fig. 6. Step responses of  $G_r(s)$  with the optimized fuzzy logic controller

$G_e(z)$ 에 대한 유전알고리즘으로부터 얻은 제어파라미터값을 초기값이라하고 하고, 이 값 근방의 영역에 대하여 CCD 실험계획에 따라 각 제어파라미터의 입력조건에 대하여 실제 모델  $G_r(s)$ 에 대하여 시뮬레이션을 수행한 후 획득된 제어성능인 상승시간과 오버슈트를 이용하여 2 차 회귀모델을 유도하였다. 다음에 실제 플랜트로부터 얻은 제어성능에 대한 데이터에 기초하여 다음과 같은 호감도함수를 정의하였다.

$$d_r(\hat{y}_r(x)) = \begin{cases} 1 & \text{if } \hat{y}_r \leq 0.02 \\ \frac{\hat{y}_r - 0.2}{0.02 - 0.2} & \text{if } 0.02 < \hat{y}_r < 0.2 \\ 0 & \text{if } \hat{y}_r \geq 0.2 \end{cases} \quad (9)$$

$$d_o(\hat{y}_o(x)) = \begin{cases} 1 & \text{if } \hat{y}_o \leq 0 \\ \frac{\hat{y}_o - 10}{-10} & \text{if } 0 < \hat{y}_o < 10 \\ 0 & \text{if } \hat{y}_o \geq 10 \end{cases} \quad (10)$$

마지막으로 식 (11)과 같은 목적함수를 이용하여 식(11)을 최대로 하는 입력변수의 최적해를 결정하였다.

$$D(\mathbf{x}) = \sqrt{d_r d_o} \quad (11)$$

유전 알고리즘으로 구한 제어 파라미터의 최적값은  $(a, b, c) = (2.4654, 1.0156, 51.6165)$  였다. Fig.7 은 RSM 에 의해 설계된 제어기로 구성된 제어시스템의 실제 플랜트의 스텝응답 결과를 나타내고 있다.

제어파라미터의 초기값으로 얻은 제어결과는 상승시간과 오버슈트가 각각 0.04sec, 20% 였고, 제어파라미터의 최적값으로 얻은 제어결과는 상승시간과 오버슈트가 각각 0.04sec, 2% 였다. 따라서 반응표면분석법을 통하여 제어성능이 현저하게 향상되었다는 것을 알 수 있다.

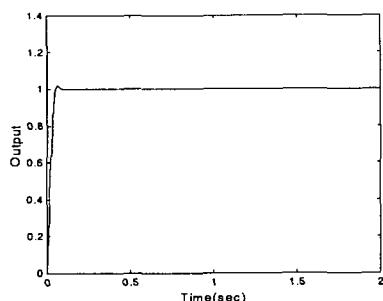


Fig. 7. Step response of  $G_r(s)$  with the fuzzy logic controller designed by RSM.

#### 4. 결론

실제 제어시스템에 대하여 퍼지제어기의 제어파라미터의 최적값을 결정하는 방법을 제안하였다. 먼저 퍼지제어기의 제어파라미터의 초기값은 플랜트 모델에 대하여 최적화 알고리즘을 이용하여 구한다. 둘째로 실제 플랜트에 대하여 초기값을 기준으로 계획된 실험을 수행하고, 제어성능을 회귀모델로 표현한다. 마지막으로 유도된 모델에 대한 각 응답의 호감도 함수로 정의된 목적함수를 최대로 하는 퍼지제어기의 파라미터의 최적값을 결정한다. 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였고 그 결과, 제안된 방법은 퍼지 제어기의 파라미터를 결정하는데 효과적이라는 것을 보였다.

#### 참고문헌

1. M. Braae and D. A. Rutherford, "Selection of parameters for a fuzzy logic controller," Fuzzy Sets and Systems, vol.2, pp.185-199, 1979..
2. S. Isaka and A. V. Sebald, "An optimization for fuzzy controller design," IEEE Trans. Syst. Man Cybern., vol.22, pp.1469-1473, 1992.
3. L. X. Wang, A course in fuzzy systems and control, Prentice-Hall, Inc., 1997, pp.108-115.
4. D. E. Goldberg, Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison-Wesley, 1989.
5. J. J. Grefenstette, "Optimization of control parameters for genetic algorithms," IEEE Trans. Syst. Man Cybern., vol.16, pp.122-128, 1986.
6. R.H. Myers and D.C. Montgomery, Response surface methodology: Process and product optimization using designed experiments, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
7. G. Derringer and R. Suich, "Simultaneous optimization of several response variables", Journal of Quality Technology, vol.12, pp. 214-219, 1980.
8. N.K. Sinha and S. Putthenpura, "Choice of the sampling interval for the identification of continuous-time systems from samples of input/output data," IEE Proc. D, vol. 132, no. 6, pp.163-267, 1985.