

새로운 계층 구조를 이용한 퍼지 시스템 모델링

Fuzzy System Modeling Using New Hierarchical Structure

김 도완* · 김 문환* · 주 영훈** · 박 진배*

Kim Do Wan, Moon Hwan Kim, Young Hoon Joo, and Jin Bae Park

* 연세대학교 전기전자공학과,

** 군산대학교 전자정보공학부

요 약

본 논문은 수학적으로 모델링하기 어려운 비선형 시스템을 위한 새로운 계층적 규칙 기반 퍼지 시스템 모델링 기법을 제안한다. 제안된 기법은 퍼지 규칙 기반 구조를 상위 규칙 기반과 하위 규칙 기반으로 나누어 계층화 시키는 것이다. 계층적 퍼지 규칙을 적용함으로써 퍼지 규칙을 효율적이고 논리적으로 이용할 수 있다. 퍼지 규칙의 효율적, 논리적 사용은 퍼지 시스템의 정확성을 높일 수 있고 구조를 명료화 시킬 수 있다. 유전 알고리즘은 제안된 퍼지 규칙의 파라미터 최적화 과정에 이용된다. 가스로 데이터에 대한 퍼지 모델링 결과를 통해서 제안된 기법의 타당성 및 효용성을 검증하고 타 기법의 결과와 비교한다.

Key Words : 퍼지 모델링, 계층적 퍼지 규칙 기반, 유전 알고리즘, 가스로 데이터

I. 서 론

Zadeh[1]에 의해 최초로 도입된 퍼지 논리를 응용한 퍼지 모델링은 시스템 동정과 제어, 분류, 이상 진단, 의사결정 지원 시스템 및 수학적 모델로 구현하기 어려운 복잡하고 불확실한 시스템에 대해서 활발히 적용되고 있다[2-7]. 전문가 지식 기반 규칙 생성과 데이터 기반 규칙 생성은 퍼지 모델링의 주된 두 가지 접근 방식이다. 전문가 지식 기반 규칙 생성은 전문가의 지식이 완벽할 수 없기 때문에 많은 어려움이 있다. 이에 데이터 기반 규칙 생성 접근 기법이 활발히 연구되고 있다.

데이터 기반 퍼지 모델링 과정에서 문제점 중 하나는 퍼지 시스템의 정확성을 유지하면서 퍼지 시스템 구조의 명료화(해석 가능)에 있다. 그러나 데이터 기반 퍼지 모델링에서는 정확성을 유지하면서 명료화시키는 것은 매우 어렵다. 이에 최근 퍼지 시스템의 명료화 문제는 많은 연구 관심 분야 중의 하나이다. Roubos와 Setnes는 소속 함수의 유사성을 판단하여 유사한 소속 함수를 이동, 제거하는 기법을 제안하여 퍼지 시스템 명료화를 향상시켰다[8-9].

본 논문은 퍼지 시스템의 정확성을 높이고 명료화시키기 위해 새로운 계층적 퍼지 규칙 기반 구조를 도입하였다. 제안된 기법은 퍼지 규칙 기반 구조를 상위 규칙 기반과 하위 규칙 기반으로 나누어 계층화시키는 것이다. 유전 알고리즘 적용을 통해서 퍼지 상위 규칙 기반은 시스템 입력력 데이터 기반 모델로 동정되며 하위 규칙 기반은 시스템의 입력과 상위 규칙 기반의 오차를 데이터 기반 모델로 동정된다. 제안된 기법은 퍼지 규칙을 효율적이고 논리적으로 사용함으로써 경쟁적인 두 요소인 퍼지 시스템의 명료화(해석 가능)문제와 정확성 문제에 접근하는 방식이다. 본 논문은 다음과 같이 구성된다. II장에서는 계층적 퍼지 규칙 기반의 구조를 설명하며 III장

에서는 유전 알고리즘을 적용하여 제안된 퍼지 규칙의 파라미터 최적화 과정을 다룬다. 계층적 구조를 이용한 퍼지 시스템 모델링 과정을 IV장에서 다룬다. V장은 가스로 데이터에 대한 퍼지 모델링 결과를 통해서 제안된 기법의 타당성 및 효용성을 검증하고 타 기법의 결과와 비교한 내용을 담고 있다. 마지막으로 본 논문을 결론짓는다.

II. 계층적 퍼지 규칙의 구조

계층적 퍼지 규칙 기반은 상위 규칙 기반과 하위 규칙 기반의 구조를 가진다. 상위 규칙 기반은 시스템 입력력 데이터 기반 모델링을 통해서 구성되며 하위 규칙 기반은 시스템 입력과 상위 규칙 기반 모델의 오차율 데이터 기반 모델링을 통해서 구성된다. 계층적 퍼지 규칙 기반은 다음과 같이 표현된다.

상위 규칙 기반 : 후반부가 실수인 TS 퍼지 모델을 적용하여 i 번째 규칙을 다음과 같이 구성한다.

$$\text{Rule Base } 0: R_i^0: \text{IF } x_1 \text{ is } A_{i1} \text{ and } \dots x_n \text{ is } A_{in}, \quad (1)$$

$$\text{THEN } \hat{y}_i = w_i, i=1, \dots, q$$

여기서 $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 은 입력 벡터이고 \hat{y}_i 은 i 번째 규칙의 결과이며 A_{ij} 은 i 번째 규칙 j 번째 입력의 전반부 퍼지 집합이다. 상위 규칙 기반 모델의 출력은 가중치 평균에 의해서 다음과 같이 추론된다.

$$y^* = \sum_{i=1}^q \mu_i(x) w_i(x) \quad (2)$$

$$\mu_i(x) = \prod_{j=1}^n A_{ij}(x_j), \mu_i(x) = w_i(x) / \sum_{i=1}^q w_i(x)$$

하위 규칙 기반 : 후반부가 실수인 TS 퍼지 모델을

적용하여 하위 규칙 기반 (1~N_c)은 다음과 같은 구조를 가진다.

Rule Base 1:

$R_1^1: IF x_1 \text{ is } \Gamma_{11}^1 \text{ and } \dots x_n \text{ is } \Gamma_{1n}^1, THEN \hat{c}_1^1 = \xi_1^1$

...

Rule Base N_c: (3)

$R_i^{N_c}: IF x_1 \text{ is } \Gamma_{i1}^{N_c} \text{ and } \dots x_n \text{ is } \Gamma_{in}^{N_c}, THEN \hat{c}_i^{N_c} = \xi_i^{N_c}$

여기서, N_c은 하위 규칙 기반 수이고 \hat{c}_i 은 i번째 규칙의 결과이다. 하위 규칙 기반 모델의 각 결과는 가중치 평균에 의해서 다음과 같이 추론된다.

$$c_i^* = \sum_{i=1}^n \mu_i(x) \xi_i^1, \dots, c_{N_c}^* = \sum_{i=1}^n \mu_i(x) \xi_i^{N_c} \quad (4)$$

상위 규칙 기반과 N_c개 하위 규칙 기반 모델을 이용한 최종 모델 결과 \hat{Y} 는 식 (5)와 같이 상위 규칙 기반 모델의 결과와 하위 규칙 기반 모델의 각 결과의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{Y} = Y^* \prod_{k=1}^{N_c} C_k^* \quad (5)$$

퍼지 규칙의 전반부 소속 함수 A(x), Γ(x)는 다음과 같이 가우시안 소속함수로 정의한다.

$$A(x), \Gamma(x) = e^{-\frac{(x-m)^2}{\sigma^2}} \quad (6)$$

제안된 접근에 다른 소속 함수도 적용 가능하나 가우시안 소속 함수를 이용함으로써 입력공간의 공집합 발생을 방지할 수 있다.

III. 유전 알고리즘 기반 파라미터의 최적화

유전 알고리즘은 주요한 현대 생물학적 사고의 하나로써 컴퓨터를 이용해 생물학적 진화를 묘사하는 최적화 작업이다. 본 논문에서 퍼지 규칙의 전반부 소속 함수 파라미터와 후반부 실수를 최적화하기 위해서 실수 코드 유전 알고리즘을 적용한다. 개체군 수 T를 정하고 퍼지 모델의 각 파라미터를 염색체 g_l (l=1, ..., T)에 유전 암호화한다. n개의 입력을 가지며 퍼지 규칙 전반부에 두 개의 파라미터를 포함한 가우시안 소속 함수를 가지는 M개의 퍼지 규칙이 있다면 염색체의 길이는 L=M(2n+1)이 되며 염색체의 구성은 다음과 같이 표현된다.

$$g_l = (mf_{1,1}, mf_{1,2}, \dots, mf_{M,1}, \Omega_{1,1}, \dots, \Omega_M)$$

여기서 Ω_i는 규칙 Rⁱ의 후반부 파라미터를 포함하고 mf_i=(σ₁₁, m₁₁, ..., σ_{in}, m_{in})는 전반부 가우시안 소속 함수의 파라미터를 포함한다.

전반부 가우시안 소속 함수의 이동 범위와 후반부 파라미터의 크기 변화를 밑에 식과 같이 제약함으로써 보다 효율적인 검색 공간을 가지게 된다.

전반부 소속 함수의 제약조건:

$$\min(x_{ik}) \leq m_{ik} \leq \max(x_{ik})$$

후반부 소속 함수의 제약 조건:

$$\min(y) - v \leq \Omega_i \leq \max(y) + v$$

여기서 v=ε × |max(y) - min(y)|, 0 ≤ ε ≤ 1 이다.

모델의 정확도는 평균 제곱 오차 식 (7)에 의하여 평가된다. 유전 알고리즘에서는 적합도 함수를 최대가 되도록 진화가 이루어지므로 최소화 문제를 최대화 문제로 변경하여야 한다. 따라서 적합도 함수 f는 가장 적은 오차의 모델을 선택하기 위해 퍼지 모델의 평균 제곱 오차

의 역수 식(8)로 정의한다.

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (7)$$

$$f = \frac{1}{E} \quad (8)$$

IV. 계층적 규칙 기반 퍼지 시스템 모델링 과정

퍼지 시스템 모델링은 모델의 구조적 동정과 규칙의 파라미터의 동정 과정으로 이루어진다. 본 논문에서 모델의 구조는 계층적 퍼지 규칙 기반으로 구성된다. 계층적 퍼지 규칙 기반을 적용한 모델링 과정에서 필요한 요소는 각 계층의 규칙 수와 하위 규칙 기반의 수이다. 모델의 명료화를 위해 각 계층적 규칙 기반은 2개의 규칙으로 구성되며 하위 규칙 기반 수 N_c는 모델이 높은 정확도를 가질 때까지 증가시킨다. 전체적인 모델의 구조 다음과 같다.

Rule Base 0:

$R_1^0: IF x_1 \text{ is } A_{11} \text{ and } \dots x_n \text{ is } A_{1n}, \text{ then } \hat{y}_1 = w_1$

$R_2^0: IF x_1 \text{ is } A_{21} \text{ and } \dots x_n \text{ is } A_{2n}, \text{ then } \hat{y}_2 = w_2$

Rule Base 1:

$R_1^1: IF x_1 \text{ is } \Gamma_{11}^1 \text{ and } \dots x_n \text{ is } \Gamma_{1n}^1, \text{ then } \hat{c}_1^1 = \xi_1^1$

$R_2^1: IF x_1 \text{ is } \Gamma_{21}^1 \text{ and } \dots x_n \text{ is } \Gamma_{2n}^1, \text{ then } \hat{c}_2^1 = \xi_2^1$

...

Rule Base N_c:

$R_1^{N_c}: IF x_1 \text{ is } \Gamma_{11}^{N_c} \text{ and } \dots x_n \text{ is } \Gamma_{1n}^{N_c}, \text{ then } \hat{c}_1^{N_c} = \xi_1^{N_c}$

$R_2^{N_c}: IF x_1 \text{ is } \Gamma_{21}^{N_c} \text{ and } \dots x_n \text{ is } \Gamma_{2n}^{N_c}, \text{ then } \hat{c}_2^{N_c} = \xi_2^{N_c}$

규칙의 파라미터 동정은 유전 알고리즘으로 이루어진다. 시스템 입출력 데이터 X(=[x₁, ..., x_n]), Y(=[y₁, ..., y_N]) 기반 모델링을 통해서 상위 규칙 기반 R⁰은 모델의 결과가 Y(=[y₁, ..., y_N])을 갖도록 동정된다. 하위 규칙 기반 R¹은 Y(=[y₁, ..., y_N])와 R⁰모델의 결과 Y*(=[y₁^{*}, ..., y_N^{*}]) 사이의 오차율 Y/Y*을 보상하도록 모델링 된다. 마찬가지로 하위 규칙 기반 R²은 데이터 Y와 한 번 보상된 모델 결과 Y* C₁^{*} 사이의 오차율 Y/(Y* C₁^{*})을 보상하도록 모델링 된다. 하위 규칙 기반 모델의 결과는 식 (9)와 같이 수식적으로 표현한다.

$$C_1^* = [c_{11}^*, \dots, c_{1N}^*] \approx \frac{Y}{Y^*}$$

$$C_2^* = [c_{21}^*, \dots, c_{2N}^*] \approx \frac{Y}{Y^* C_1^*} \quad (9)$$

...

$$C_{N_c}^* = [c_{N_c,1}^*, \dots, c_{N_c,N}^*] \approx \frac{Y}{Y^* \prod_{k=1}^{N_c-1} C_k^*}$$

유전 알고리즘 기반 퍼지 시스템 모델링 과정은 다음 순서와 같다.

단계1. 하위 규칙 기반 수 N_c를 정한다.

단계2. 동정될 데이터 Y에 대해 상위 규칙 기반 모델의 파라미터를 최적화한다.(유전알고리즘 적용)

단계3. 모델의 결과 Y*와 데이터 Y사이의 오차율 데이

터 Y/Y^* 를 구한다.

- 단계4. 오차율 데이터를 동정하도록 하위 규칙 기반 모델의 파라미터를 최적화한다.(유전알고리즘 적용)
- 단계5. 보상된 전체 모델의 결과를 구하고 데이터 Y 사이의 오차율 데이터를 구한다.
- 단계6. 단계3과 단계5를 N_c-1 번 반복한다.
- 단계7. 상위 규칙 기반과 N_c 개 하위 규칙 기반으로 최종 퍼지 모델은 구성된다.
- 단계8. 최종 모델 결과는 식5($\hat{Y}=Y^* \prod_{k=1}^{N_c} C_k^*$)와 같다.

V. 실험 결과

제안된 퍼지 모델링의 타당성을 검증하기 위해 Box와 Jenkins의 시계열 입출력 데이터를 이용하여 가스로의 입출력 관계를 퍼지 모델링한다. 가스로 데이터는 가스로 유입을 $u(t)$ 와 출력으로 CO_2 밀도 $y(t)$ 로 나타내는 296개의 데이터 쌍으로 구성된다. 제안된 모델링 과정에서 입력은 $u(t-4)$ 와 $y(t-1)$ 를 사용한다. 표 1은 모델링에 적용한 유전 알고리즘 및 계층적 규칙 기반의 파라미터를 나타낸다. 그림1부터 그림 5까지는 하위 규칙 기반 모델 수 변화에 따른 최종 모델의 결과를 나타낸다. 그림 6으로부터 그림 8은 최종 모델의 규칙의 전반부 소속 함수를 나타낸다. 마지막으로 표2로부터 타 기법 결과와 비교하고 하위 규칙 기반 수의 증가에 따른 퍼지 모델의 정확성 증가를 확인할 수 있다.

표 1. 모델링을 위한 구성요소

구성 요소	값
최대 세대 수	1000
개체군 수	100
교차율	0.8
돌연변이율	0.2
각 모델 규칙 수	2
하위 규칙 기반 수	2

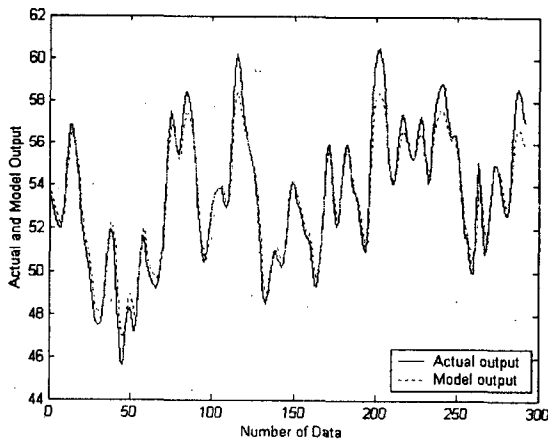


그림 1. 가스로 데이터 y(t)와 상위 규칙 기반(R^0) 모델의 결과

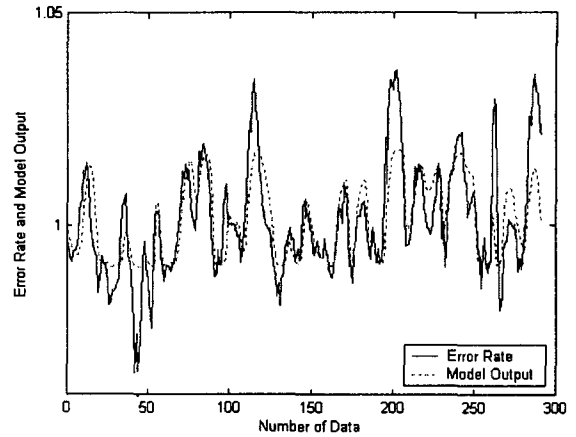


그림 2. 상위 규칙 기반(R^0) 모델의 오차율과 하위 규칙 기반1(R^1) 모델의 결과

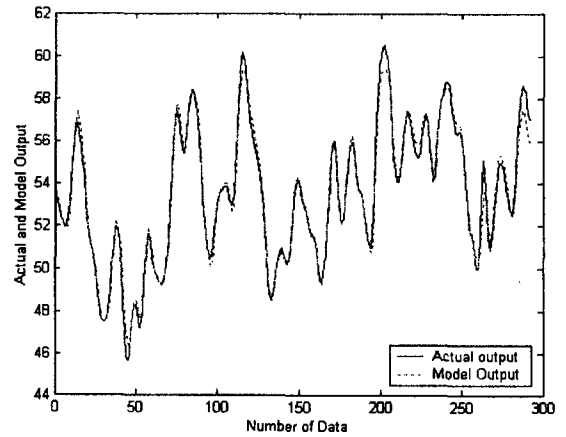


그림 3. 가스로 데이터 y(t)와 계층적 퍼지 규칙 기반(상위 규칙 기반(R^0)과 하위 규칙 기반1(R^1)) 모델의 결과

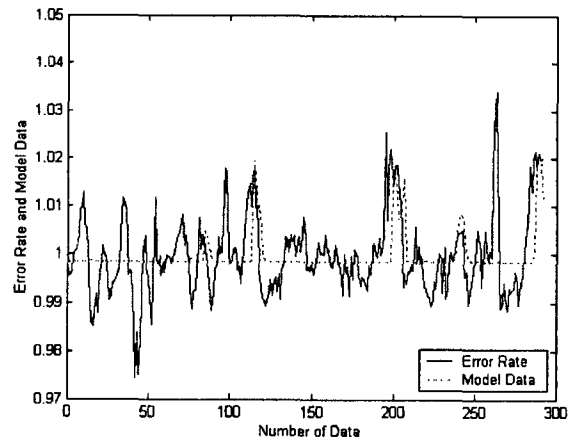


그림 4. 계층적 퍼지 규칙 기반(R^0, R^1) 모델의 오차율과 하위 규칙 기반2(R^2) 모델의 결과

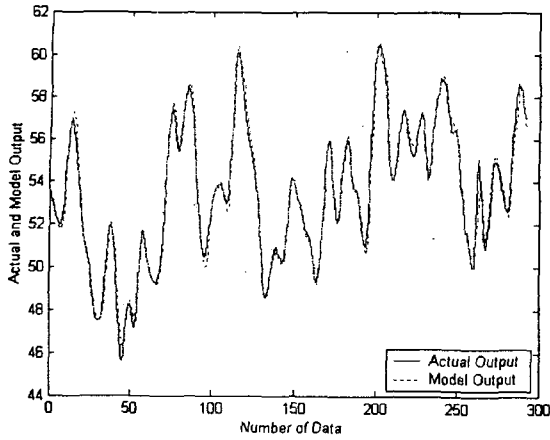


그림 5. 가스르 데이터 $y(t)$ 와 최종 모델(R^0, R^1, R^2)의 결과

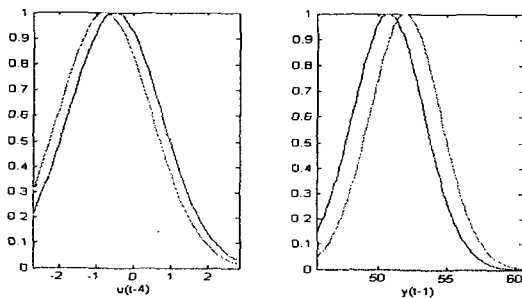


그림 6. 상위 규칙 기반(R^0) 모델 입력에 대한 소속 함수

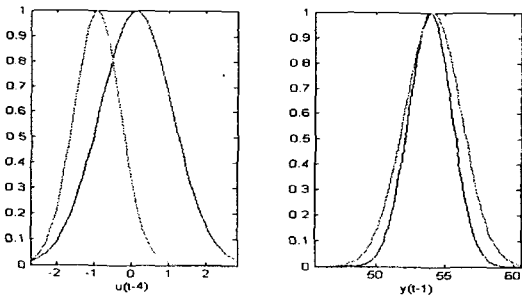


그림 7. 하위 규칙 기반1(R^1) 모델 입력에 대한 소속 함수

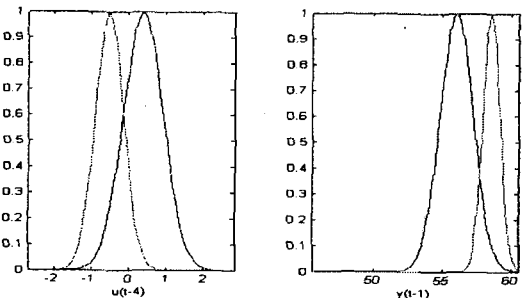


그림 8. 하위 규칙 기반2(R^2) 모델 입력에 대한 소속 함수

표 2. 다른 기법과의 비교

Model name	Inputs	Rules	Mean square error
Tong's[2]	2	19	0.469
Pedrycz's[3]	2	81	0.320
Xu's[4]	2	25	0.328
sugeno's[5]	2	6	0.190
our's	2	$2(R^0)$	0.485
	2	$4(R^0, R^1)$	0.204
	2	$6(R^0, R^1, R^2)$	0.167

VI. 결론

본 논문은 계층적 규칙 기반을 가진 퍼지 시스템 모델링 기법을 제안하였다. 제안된 기법은 하위 계층 기반 모델의 적용으로 상위 계층 기반 모델의 오차를 감소시킬 수 있는 장점이 있다. 또한, 계층화된 구조를 퍼지 시스템 모델에 적용함으로써 퍼지 규칙을 효율적으로 사용할 수 있다. 가스르 데이터에 대한 퍼지 모델링 결과를 통해서 제안된 기법의 타당성 및 효용성을 검증하였다.

본 연구는 정보통신부 정보통신연구진흥원에서 지원하고 있는 대학기초연구지원사업(과제번호: 2001-107 -3)에 의해 지원 받았습니다.

VII. 참고 문헌

- [1] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets", Information control, Vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [2] R. M. Tong, "The evaluation of fuzzy models derived experimental data", Fuzzy Sets Syst., vol. 4, pp. 112, 1980
- [3] W. Pedrycz, "An identification algorithm in fuzzy relational systems," Fuzzy Sets Syst., vol. 13, pp. 153-167, 1984.
- [4] C. Xu and Z. Yong, "Fuzzy model identification and self-learning for dynamic systems," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol.SMC-17, pp. 683-689, Apr. 1987.
- [5] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling", IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 1, pp. 731, Feb. 1993.
- [6] H. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of System and Its Application to Modeling and Control", IEEE Trans. Sys., Man, and Cybern., Vol. 15, pp. 116-132, 1985.
- [7] M. Sugeno and G. T. Kang, "Structure Identification of Fuzzy Model", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 28, pp. 15-33, 1988.
- [8] M. Setnes and H. Roubos, "GA-fuzzy modeling and classification: complexity and performance" IEEE Trans Fuzzy Syst, Vol. 8, pp. 509-522, 2000
- [9] H. Roubos and M. Setnes, "Compact fuzzy models through complexity reduction and evolutionary optimization", FUZZIEEE, Vol. 2, pp 762 -767, 2000